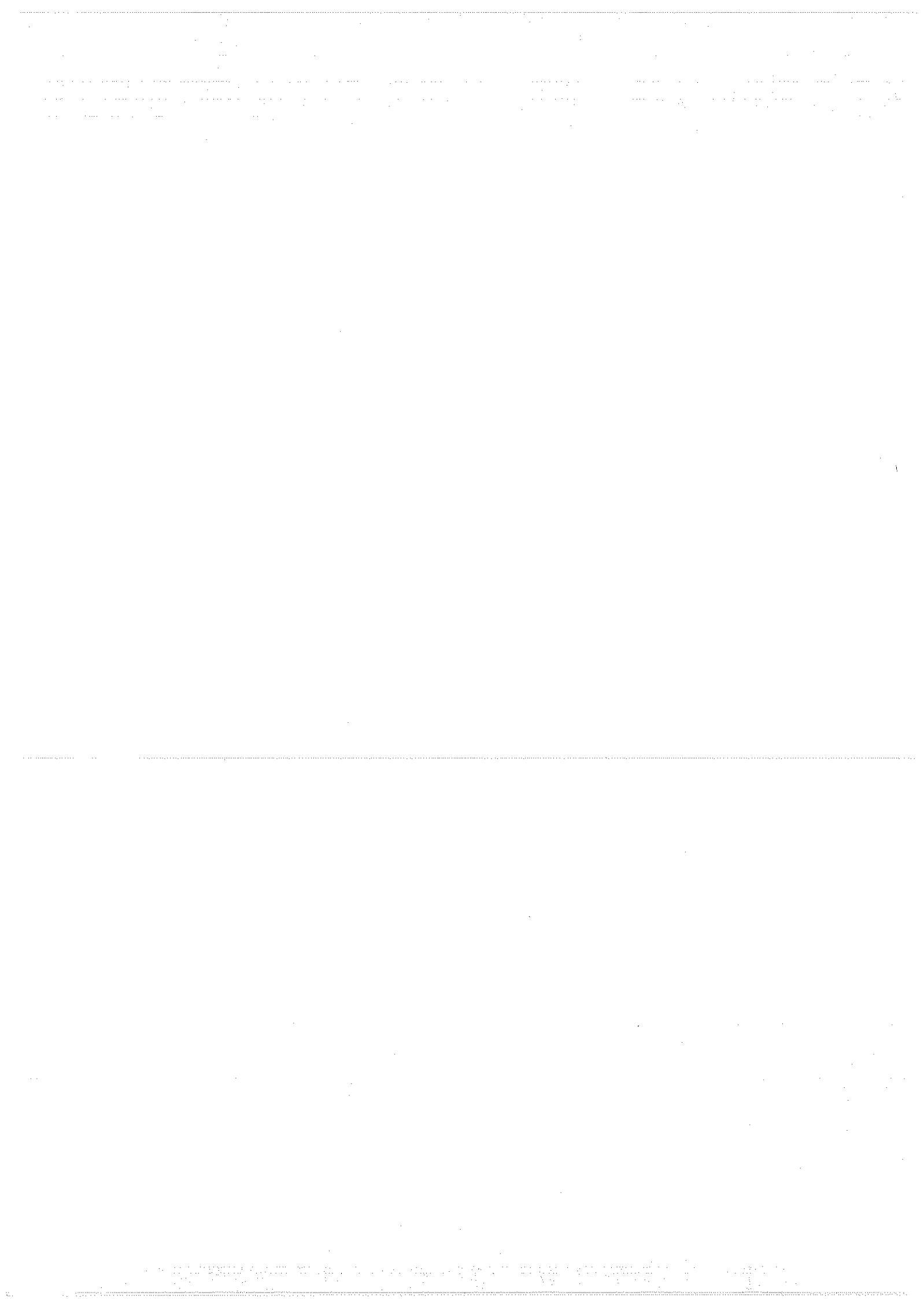


lenkertjes

Handleiding en antwoorden

10/6/35 - venduto in R
giro a 1/2 per capitale 700 di
1^a La Cuccia del m Guido Torino 1936
Durantico 1^a Urbino appint da Surg
1935
Sicinto Rossi

1937
M. G. Sodi
In agribio M.



Handleiding

Inleiding

HDoordenkertjes is een verzameling van 39 inspirerende en leuke problemen die in het Bolleboos-project aan de orde zijn geweest. De vragen zijn geschikt voor meerdere leeftijdscategorieën. Bij de problemen is bovenaan de pagina aangegeven voor welke groepen ze geschikt worden geacht. Uiteraard bent u vrij om een andere keuze te maken.

Didactische aanwijzingen voor de leerkracht

Bekijk de problemen van tevoren, zodat u weet wat de kinderen moeten doen. U kunt de doordenkertjes voor de kinderen uitzoeken, bijvoorbeeld aansluitend bij wat u op dat moment in de methode behandelt. U kunt ook afwisselend zelf een probleem uitzoeken en dit door de kinderen laten doen. Tenslotte is het ook mogelijk om de kinderen de problemen die ze zelf leuk vinden uit te laten zoeken.

Het moment waarop met de doordenkertjes wordt gewerkt bepaalt u zelf. Ze kunnen functioneren als aanvulling of zelfs als vervanging van een reguliere les, bijvoorbeeld als het een herhalingsles betreft die voor de zeer goede rekenaars niet zinvol is. Gezien de opzet van de module Doordenkertjes is het niet noodzakelijk om afspraken te maken met de kinderen over voortgang en rapportage. Indien u dat toch wenst, bijvoorbeeld doordat de kinderen alle in plaats van enkele doordenkertjes gaan oplossen, verwijzen wij voor de didactische aanwijzingen hieromtrent naar de overige modules in de band Bolleboos.

Het is aan te raden de oplossing van de problemen na te bespreken. Welke oplossingsweg werd gekozen, kan het ook anders, hoe kwamen ze erop? Als de oplossing niet werd gevonden, welke denkrichting werd gekozen, waarom liepen ze vast? De antwoorden en uitwerkingen zijn zo opgesteld, dat de kinderen deze zelfstandig kunnen lezen. De nabespreking kan ook klassikaal plaatsvinden, vooral bij problemen die meerdere kinderen waarschijnlijk interessant vinden. Laat de kinderen vertellen over hun aanpak. Andere kinderen in de groep bereiden de nabespreking voor en verzinnen vooraf vragen die ze kunnen stellen. Van alle doordenkertjes zijn antwoorden opgenomen in deze handleiding. Soms is er ook een suggestie voor de aanpak opgenomen.

Samenstelling van Doordenkertjes

Doordenkertjes bestaat uit 39 problemen in het leerlingenboek en deze handleiding en antwoorden in het deel voor de leerkracht.

Antwoorden

Doordenkertje 1 - Huizen aan het water

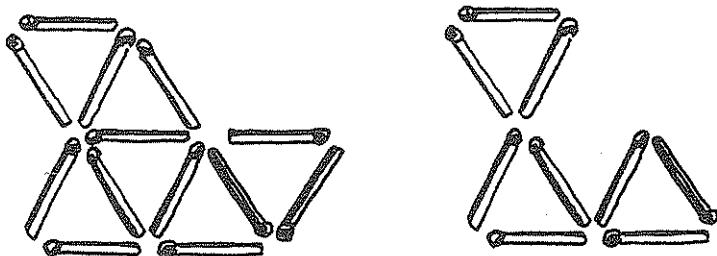
Doordenkertje 2 - Natekenspel

Doordenkertje 3 - Kopje koffie?

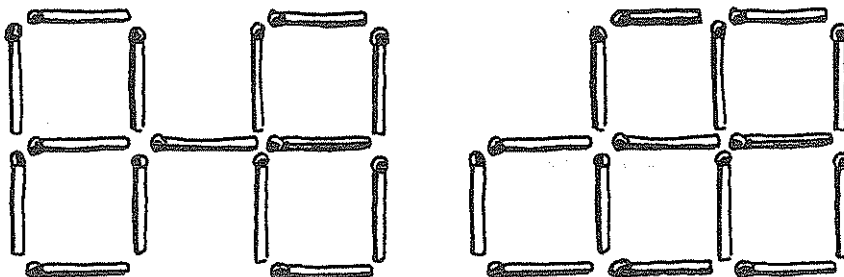
Voor 4 kopjes koffie heb je 5 schepjes koffie nodig en 6 streepjes water.

Doordenkertje 4 - Luciferproblemen

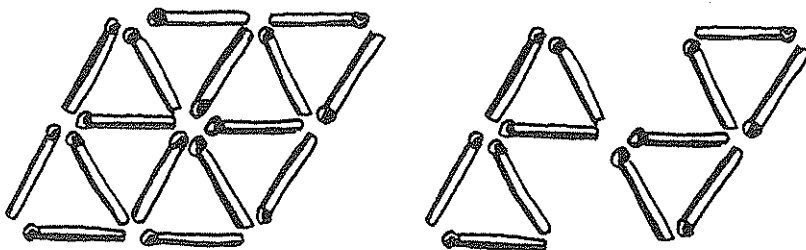
Er worden vier lucifers weggenomen, er blijven drie gelijke driehoeken over:



Er worden twee lucifers verplaatst, er ontstaan vijf gelijke vierkanten:



Er worden vier lucifers weggenomen, er blijven vier gelijke driehoeken over:



Doordenkertje 5 - Op zoek naar de uitgang

Er worden steeds twee mogelijke oplossingen gegeven

- a $2 > 4 > 2 > 6 > 3 > 1 > 2$ (samen 20), of
 $2 > 3 > 2 > 1 > 9 > 1 > 2$ (samen 20)
- b $1 > 4 > 1 > 4 > 2 > 1 > 7$ (samen 20), of
 $1 > 2 > 2 > 0 > 2 > 6 > 7$ (samen 20)
- c $6 > 4 > 5 > 2 > 1 > 2 > 4 > 1 > 0 > 4 > 1$ (samen 30), of
 $6 > 4 > 5 > 3 > 5 > 4 > 0 > 2 > 1$ (samen 30)
- d $3 > 6 > 9 > 4 > 1 > 0 > 4 > 3$ (samen 30), of
 $3 > 6 > 9 > 7 > 2 > 3$ (samen 30)
- e $5 > 7 > 8 > 9 > 4 > 7$ (samen 40), of
 $5 > 7 > 9 > 5 > 0 > 1 > 6 > 7$ (samen 40)
- f $8 > 1 > 2 > 7 > 4 > 4 > 9 > 5 > 0$ (samen 40), of
 $8 > 5 > 9 > 4 > 9 > 5 > 0$ (samen 40)
- g $7 > 5 > 5 > 2 > 8 > 4 > 8 > 1 > 3 > 3 > 4$ (samen 50), of
 $7 > 4 > 6 > 2 > 8 > 4 > 8 > 1 > 3 > 3 > 4$ (samen 50)

a.

2	4	5	2
3	2	1	5
0	6	9	2
6	3	1	2

samen 20

a.

2	4	5	2
3	2	1	5
0	6	9	2
6	3	1	2

samen 20

b.

1	2	3	4
4	2	3	5
1	0	2	6
4	2	1	7

samen 20

b.

1	2	3	4
4	2	3	5
1	0	2	6
4	2	1	7

samen 20

c.

6	4	5	2
6	5	3	1
1	4	8	2
2	0	1	4

samen 30

c.

6	4	5	2
6	5	3	1
1	4	8	2
2	0	1	4

samen 30

d.

3	5	2	4
6	9	7	2
8	4	1	3
2	5	0	4

samen 30

d.

3	5	2	4
6	9	7	2
8	4	1	3
2	5	0	4

samen 30

e.

8	9	5	2
5	7	0	1
4	8	8	6
2	9	4	7

samen 40

e.

8	9	5	2
5	7	0	1
4	8	8	6
2	9	4	7

samen 40

f.

1	2	3	0
8	7	4	5
5	9	4	9
3	4	8	3

samen 40

f.

1	2	3	0
8	7	4	5
5	9	4	9
3	4	8	3

samen 40

g.	8	4	8	1		g.	8	4	8	1	
	2	6	7	3			2	6	7	3	
	5	4	9	3			5	4	9	3	
	5	7	5	4			5	7	5	4	
	samen 50						samen 50				

Doordenkertje 6 - Plattegronden

a Er zijn twee mogelijke oplossingen:

1	1	0
2	2	2

of

1	0	1
2	2	2

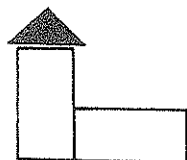
b De middelste plattegrond is goed:

1	1	1
2	1	1

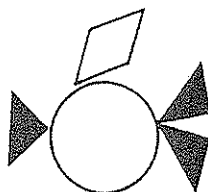
Bekijk het bouwwerk maar eens (in gedachten) van de achterkant.

- c Bij bouwwerk 1 hoort plattegrond d.
 Bij bouwwerk 2 hoort plattegrond c.
 Bij bouwwerk 3 hoort plattegrond a.
 Bij bouwwerk 4 hoort plattegrond b.

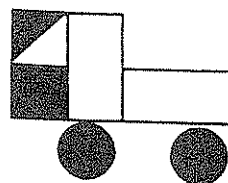
Doordenkertje 7 - Figuren kopen



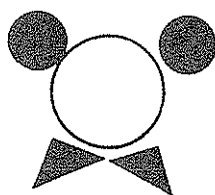
€ 1,35



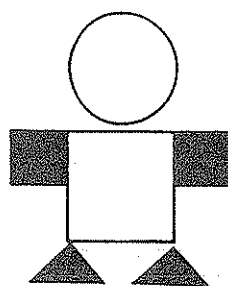
€ 2,05



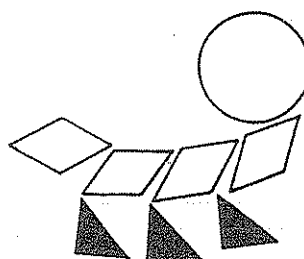
€ 2,20



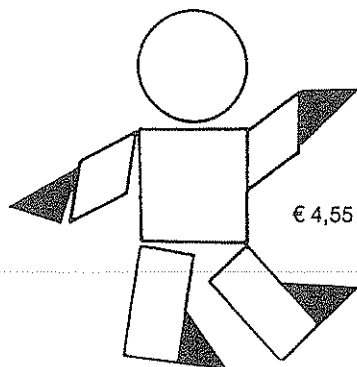
€ 1,90



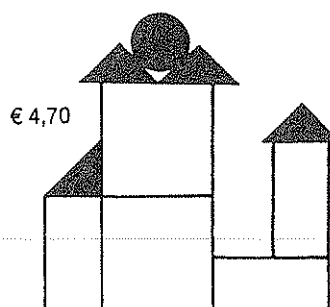
€ 2,55



€ 3,25



€ 4,55



€ 4,70

Doordenkertje 8 - Goochelen met getallen

Er zijn meerdere oplossingen mogelijk. Hier wordt voor ieder getal tot en met 15 een mogelijke oplossing gegeven:

1 $8 \times 3 = 24$
 $24 : 4 = 6$
 $6 - 5 = 1$

2 $3 + 8 = 11$
 $5 + 4 = 9$
 $11 - 9 = 2$

3 $8 - 4 = 4$
 $4 + 5 = 9$
 $9 : 3 = 3$

4 $5 + 3 = 8$
 $8 - 8 = 0$
 $0 + 4 = 4$

5 $5 + 4 = 9$
 $9 : 3 = 3$
 $8 - 3 = 5$

6 $4 + 3 = 7$
 $8 - 7 = 1$
 $5 + 1 = 6$

7 $5 \times 8 = 40$
 $40 : 4 = 10$
 $10 - 3 = 7$

8 $8 - 4 = 4$
 $5 - 3 = 2$
 $2 \times 4 = 8$

9 $5 \times 4 = 20$
 $20 - 8 = 12$
 $12 - 3 = 9$

10 $8 + 4 = 12$
 $12 - 5 = 7$
 $7 + 3 = 10$

11 $5 \times 3 = 15$
 $15 - 8 = 7$
 $7 + 4 = 11$

12 $8 + 3 = 11$
 $11 - 4 = 7$
 $7 + 5 = 12$

13 $8 + 5 = 13$
 $4 - 3 = 1$
 $1 \times 13 = 13$

14 $8 + 4 = 12$
 $5 - 3 = 2$
 $12 + 2 = 14$

15 $5 \times 4 = 20$
 $20 - 8 = 12$
 $12 + 3 = 15$

Doordenkertje 9 - Hardlopen

Denk je dat Jan over 200 meter precies 25,6 seconden ($2 \times 12,8$ seconden) doet en over 400 meter precies 51,2 seconden ($4 \times 12,8$ seconden)? Zou Jan niet moe worden? Zou hij over 200 meter en over 400 meter evenveel last hebben van tegenwind als over 100 meter?

Zo zijn er natuurlijk een heleboel andere factoren van invloed op de snelheid van Jan. Je kunt er vast wel een paar bedenken. Kun je nu de snelheid van Jan op de 200 en 400 meter benaderen?

Doordenkertje 10 - De reiziger

Er waren in totaal $3 + 5 = 8$ broden. De dorpelingen en de reiziger aten er met zijn drieën van.

Ieder at ongeveer evenveel. Ieder at dus $8 : 3 = 2$ hele broden plus $\frac{2}{3}$ brood.

De ene dorpeling had echter maar drie broden meegebracht. Hij at dus bijna alles wat hij zelf had meegebracht ook zelf op, met uitzondering van $\frac{1}{3}$ brood. De andere dorpeling had 5 broden meegenomen. Daarvan at hij zelf 2 hele broden plus $\frac{2}{3}$ brood op. Van het brood van de andere dorpeling bleef dus $2\frac{1}{3}$ over voor de reiziger.

De ene dorpeling heeft dus maar $\frac{1}{3}$ brood aan de reiziger afgestaan en de andere dorpeling $2\frac{1}{3}$ brood. De goudstukken moeten volgens dezelfde verhouding worden verdeeld.

Voor $\frac{1}{3}$ brood krijgt de ene dorpeling 1 goudstuk. $2\frac{1}{3} = 7 \times \frac{1}{3}$. De andere dorpeling krijgt dus 7 goudstukken.

Je begrijpt nu ook waarom de dorpsoudste precies wilde weten of ze zelf ook meegegeten hadden van het brood. Als ze namelijk zelf niets gegeten hadden, dan was de verdeling van de goudstukken inderdaad zoals de ene dorpeling zei: 3 goudstukken voor de ene dorpeling en 5 voor de andere.

Doordenkertje 11 - Oppervlakte

- a Om een zo groot mogelijke tuin te krijgen moet Kees twee getallen zoeken die dicht bij elkaar liggen en die samen toch voor een omtrek van 48 meter zorgen. Je moet dan ieder getal vermenigvuldigen met 2 om de omtrek te berekenen. Kees kan het best een tuin maken van 12 meter bij 12 meter. Een vierkant dus, met zijden van 12 meter. De omtrek van die tuin is $12 \times 4 = 48$ meter. De oppervlakte van de tuin is $12 \times 12 = 144$ vierkante meter.
- b Een tuin van bijvoorbeeld 1 meter bij 23 meter heeft ook een omtrek van 48 meter ($2 \times 1 = 2$, en $2 \times 23 = 46$ meter, samen 48 meter), maar de oppervlakte is nu maar $1 \times 23 = 23$ vierkante meter. Deze tuin is dus heel klein.

Doordenkertje 12 - Zig-zag

- a Alle lijntjes zijn even lang: $4 \frac{1}{2}$ centimeter (of 45 millimeter). Het weggetje is $8 \times 4 \frac{1}{2} = 36$ centimeter lang (of $8 \times 45 = 360$ millimeter).
- b Het weggetje is $7 \times 4 \frac{1}{2}$ centimeter plus 2 centimeter lang (of 7×45 millimeter plus 20 millimeter). Dat is $33 \frac{1}{2}$ centimeter of 335 millimeter lang.
- c Dit weggetje is 6×3 centimeter plus 6×4 centimeter lang (of 6×30 millimeter plus 6×40 millimeter). Dat is $18 + 24 = 42$ centimeter (of $180 + 240 = 420$ millimeter).
- d Het weggetje is $8 \times 4 \frac{1}{2}$ centimeter plus 7×1 centimeter lang (of 8×45 millimeter plus 7×10 millimeter). Dat is $36 + 7 = 43$ centimeter (of $360 + 70 = 430$ millimeter).
- e Dit weggetje is 2×3 centimeter plus $18 \times 1 \frac{1}{2}$ centimeter lang (of 2×30 millimeter plus 18×15 millimeter). Dat is $6 + 27 = 33$ centimeter (of $60 + 270 = 330$ millimeter).

Doordenkertje 13 - Papiervouwen

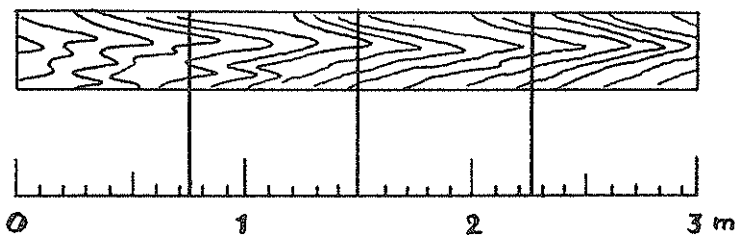
- a Eigenlijk was deze opgave niet zo moeilijk: iedere keer als je het papier vouwt verdubbelt het aantal stukjes. Dus na één keer vouwen 2 stukjes, na twee keer vouwen 4 stukjes, na drie keer vouwen 8 stukjes, na vier keer vouwen 16 stukjes en na vijf keer vouwen 32 stukjes.
- b Na tien keer vouwen krijg je $2 > 4 > 8 > 16 > 32 > 64 > 128 > 256 > 512 > 1024$ stukjes.
- c Vanaf 1024 ga je verder: $2048 > 4096 > 8192 > 16384 > 32768 > 65536 > 131072 > 262144 > 524288 > 1048576$ stukjes!
- d Na één keer vouwen heb je 1 vouw en 2 stukjes,
na twee keer vouwen heb je 3 vouwen en 4 stukjes,
na drie keer vouwen heb je 7 vouwen en 8 stukjes,
na vier keer vouwen heb je 15 vouwen en 16 stukjes en
na vijf keer vouwen heb je 31 vouwen en 32 stukjes.
Na zes keer vouwen heb je 63 vouwen en 64 stukjes,
na zeven keer vouwen heb je 127 vouwen en 128 stukjes,
na acht keer vouwen heb je 255 vouwen en 256 stukjes,
na negen keer vouwen heb je 511 vouwen en 512 stukjes en
na tien keer vouwen heb je 1023 vouwen en 1024 stukjes.
- e Op het vel papier staan 3 stippen. Dan ga je vouwen. Je krijgt twee stukjes met in totaal 6 stippen. Dan vouw je nog een keer: 4 stukjes met in totaal 12 stippen. Als je steeds maar doorgaat krijg je de volgende reeks:
één keer vouwen > 2 stukjes $> 2 \times 3 = 6$ stippen
twee keer vouwen > 4 stukjes $> 4 \times 3 = 12$ stippen
drie keer vouwen > 8 stukjes $> 8 \times 3 = 24$ stippen
vier keer vouwen > 16 stukjes $> 16 \times 3 = 48$ stippen
vijf keer vouwen > 32 stukjes $> 32 \times 3 = 96$ stippen
Na tien keer vouwen zijn dat 3072 stippen. Maak de reeks maar af:
 $6 > 12 > 24 > 48 > 96 > 192 > 384 > 768 > 1536 > 3072$.
Of je rekent zo: $10 \times$ vouwen = 1024 stukjes. Dat betekent $1024 \times 3 = 3072$ stippen.

Doordenkertje 14 - Groepjes van vier

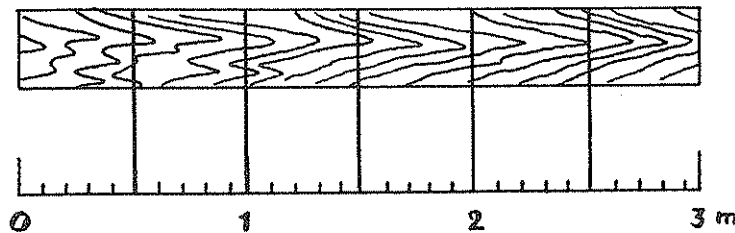
- a Er zijn zeven auto's nodig: zes auto's met vier mensen en één auto met twee mensen.
- b Er kunnen zes stukken uitgeknipt worden en je houdt twee meter over.
- c Iedere groep krijgt $6\frac{1}{2}$ banaan.
- d Ieder stuk is $6\frac{1}{2}$ kilometer lang.
- e Er zijn zes bomen per rij, je houdt twee bomen over.
- f Het terras is $6\frac{1}{2}$ meter lang.
- g -
- h Elke opgave gaat over 26 delen door 4. Maar het antwoord is niet altijd $6\frac{1}{2}$, omdat het de ene keer over mensen gaat (en die kun je niet in half delen) en de andere keer over bananen (die kun je wel in half delen). Het hangt dus af van de situatie (het verhaaltje erom heen) wat het antwoord is.

Doordenkertje 15 - Eerlijk verdelen

- a Ieder stuk van de plank is 75 centimeter lang. Henk moet zagen bij de punten 0,75 meter, 1,50 meter en 2,25 meter.



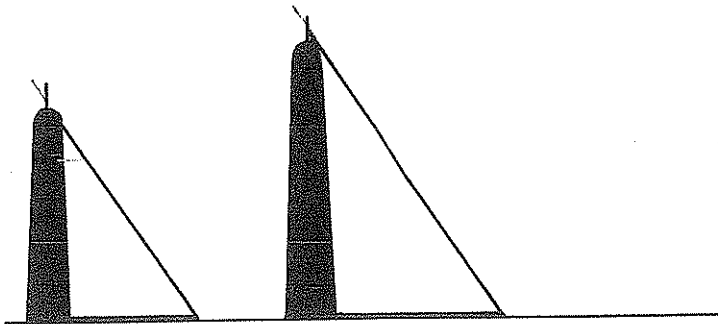
- b Ieder stuk van de plank is 50 centimeter lang. Henk moet zagen bij de punten 0,50 meter, 1,00 meter, 1,50 meter, 2,00 meter en 2,50 meter.



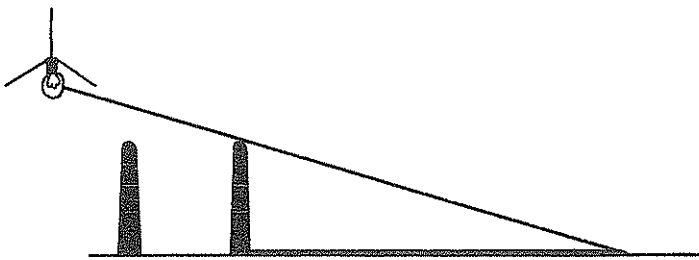
- c Henk heeft twee planken van 1 meter lang. Hij houdt twee stukken van 50 centimeter lang over.
- d Linda geeft ieder kind 25 cent ($3 : 12 = 0,25$).

Doordenkertje 16 - Schaduwen

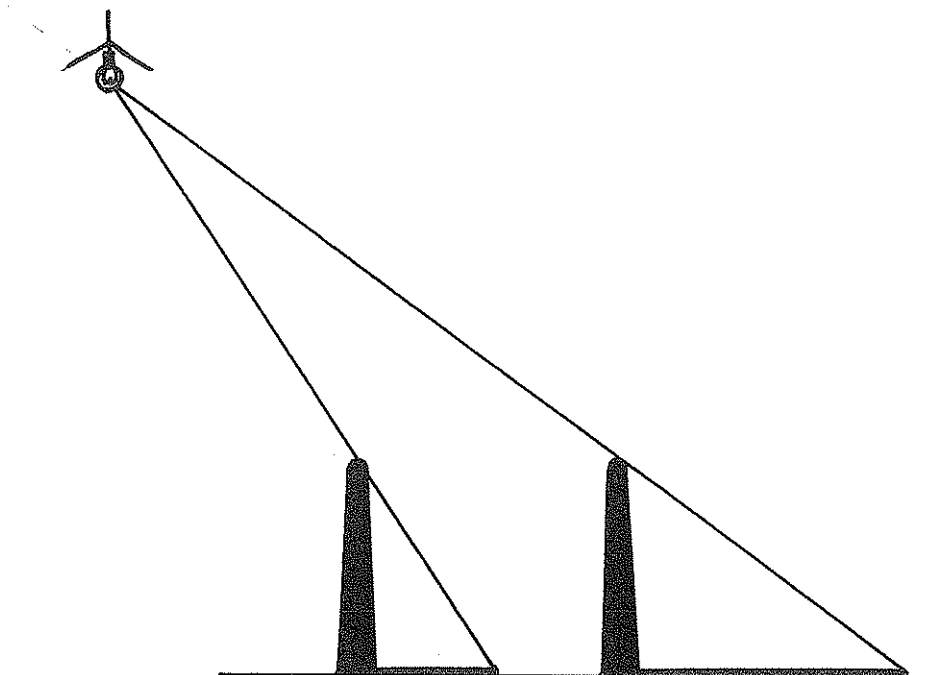
a



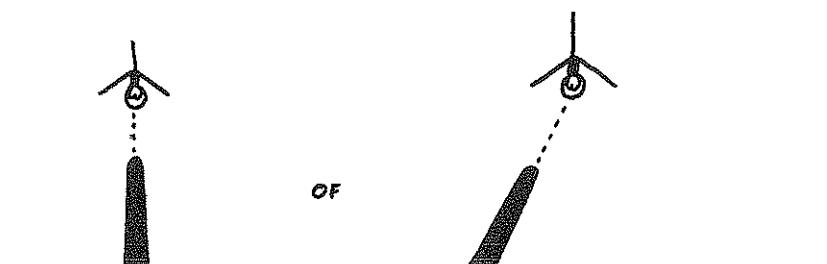
b



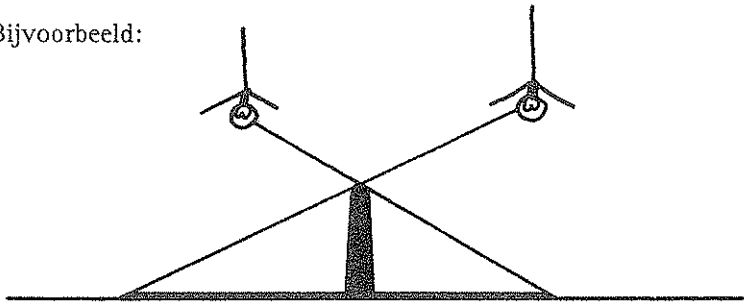
c



d Bijvoorbeeld:



e Bijvoorbeeld:



Doordenkertje 17 - Vier vieren en drie drieën

a Er zijn meerdere oplossingen mogelijk. Hieronder geven wij steeds één oplossing bij de uitkomsten van 1 tot en met 12.

$$4 + 4 = 8$$

$$8 - 4 = 4$$

$$4 - 4 = 0$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$16 : 4 = 4$$

$$4 : 4 = 1$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$4 + 4 = 8$$

$$16 : 8 = 2$$

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$12 : 4 = 3$$

$$4 - 4 = 0$$

$$4 \times 0 = 0$$

$$0 + 4 = 4$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$16 + 4 = 20$$

$$20 : 4 = 5$$

$$4 + 4 = 8$$

$$8 : 4 = 2$$

$$2 + 4 = 6$$

$$44 : 4 = 11$$

$$11 - 4 = 7$$

$$4 - 4 = 0$$

$$4 + 4 = 8$$

$$0 + 8 = 8$$

$$4 + 4 = 8$$

$$4 : 4 = 1$$

$$8 + 1 = 9$$

$$44 - 4 = 40$$

$$40 : 4 = 10$$

$44 : 4 = 11$ De uitkomst 11 kun je niet met vier vieren krijgen, maar wel met drie vieren!

$$44 + 4 = 48$$

$$48 : 4 = 12$$

b Meerdere oplossingen zijn goed. Met drie drieën kun je de volgende getallen maken:

$$3 - 3 = 0$$

$$0 \times 3 = 0$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 : 3 = 2$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$9 : 3 = 3$$

$$3 : 3 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$9 - 3 = 6$$

$$3 + 3 + 3 = 9$$

$$33 : 3 = 11$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$9 + 3 = 12$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$9 \times 3 = 27$$

$$33 - 3 = 30$$

$$33 + 3 = 36$$

$$33 \times 3 = 99$$

Doordenkertje 18 - Puzzelen met tien cijfers

- a Het grootste getal dat je kunt vinden is 1839, je maakt het van $975 + 864$.

$$\begin{array}{r} 975 \\ + 864 \\ \hline 1839 \end{array}$$

- b Het kleinste getal dat je kunt vinden is 159, je maakt het van $024 + 135$.

$$\begin{array}{r} 024 \\ + 135 \\ \hline 159 \end{array}$$

- c De uitkomst kan bijvoorbeeld zijn $754 + 136 = 890$, of $423 + 167 = 590$.

$$\begin{array}{r} 754 \\ + 136 \\ \hline 890 \end{array}$$

of

$$\begin{array}{r} 423 \\ + 167 \\ \hline 590 \end{array}$$

- d De grootste som is 980, je maakt het van $517 + 463$.

$$\begin{array}{r} 517 \\ + 463 \\ \hline 980 \end{array}$$

- e De kleinste som is 234, je maakt het van $158 + 076$.

$$\begin{array}{r} 158 \\ + 076 \\ \hline 234 \end{array}$$

Doordenkertje 19 - Een vermenigvuldiging

Er zijn meerdere goede oplossingen:

133	of	123	of	113
<u>113</u>		<u>163</u>		<u>133</u>
399		369		339
1330		7380		3390
<u>13300</u>		<u>12300</u>		<u>11300</u>
15029		20049		15029

Een mogelijke manier om deze opgave op te lossen gaat in drie stappen:

stap 1: Kijk wat je al weet en wat je alvast in kunt vullen

$$\begin{array}{r} 1 \text{ a } 3 \\ 1 \text{ . } 3 \\ 3 \text{ . } 9 \\ \text{ . } 3 \text{ . } 0 \\ \text{ . } \text{ . } 3 \text{ } 0 \text{ } 0 \\ \hline \text{ . } \text{ . } \text{ . } \text{ . } 9 \end{array}$$

Dat de twee getallen met een 1 beginnen kun je beredeneren. Het eerste getal: $3 \times \cdot = 3$, dus op de plaats van de punt komt een 1. Het tweede getal: na twee keer 0 aanhalen $\cdot \times 3 = 3$, dus op de plaats van de punt komt een 1. Het cijfer 9 kun je direct uitrekenen. De tweede en derde regel van de vermenigvuldiging beginnen met 0 aanhalen. Vervolgens ga je op zoek naar het cijfer 'a'.

stap 2: Het cijfer 'a' kun je beredeneren. $3 \times a$ is kleiner dan of gelijk aan 9 (immers, $3 \times 1a3 = 3 \cdot 9$). Het cijfer 'a' kan dus 1, 2 of 3 zijn. Dat kun je invullen:

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 3 \\ 1 \ b \ 3 \\ \hline 3 \ 3 \ 9 \\ \cdot \ 3 \ \cdot \ 0 \\ \cdot \ \cdot \ 3 \ 0 \ 0 \\ \hline \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \\ 1 \ b \ 3 \\ \hline 3 \ 6 \ 9 \\ \cdot \ 3 \ \cdot \ 0 \\ \cdot \ \cdot \ 3 \ 0 \ 0 \\ \hline \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 3 \\ 1 \ b \ 3 \\ \hline 3 \ 9 \ 9 \\ \cdot \ 3 \ \cdot \ 0 \\ \cdot \ \cdot \ 3 \ 0 \ 0 \\ \hline \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ 9 \end{array}$$

stap 3: Nu gaan we op zoek naar cijfer 'b'.

Bij $a = 1$ krijg je op de tweede regel van de vermenigvuldiging (0 aanhalen) $b \times 3 = ?$ en vervolgens moet $b \times 1$ eindigen op een 3. Het getal 'b' is dus 3. Je krijgt de vermenigvuldiging 113×133 .

Bij $a = 2$ krijg je op de tweede regel van de vermenigvuldiging (0 aanhalen) $b \times 3 = ?$ en vervolgens $b \times 2$ wat moet eindigen op een 3. Het getal 'b' is dus 6 ($6 \times 3 = 18 > 1$ onthouden $> 6 \times 2 = 12 > + 1 = 13 > 1$ onthouden $> 6 \times 1 = 6 > + 1 = 7$, het getal is dus 7380).

Je krijgt de vermenigvuldiging 123×163 .

Bij $a = 3$ krijg je op de tweede regel van de vermenigvuldiging (0 aanhalen) $b \times 3 = ?$ en vervolgens $b \times 3$ wat moet eindigen op een 3. Het getal 'b' is dus 1 ($1 \times 3 = 3$).

Je krijgt de vermenigvuldiging 133×113 .

Doordenkertje 20 - Valse munten

Nummer de zakken van 1 tot en met 9. Uit zak nummer 1 neem je 1 munt. Uit zak nummer 2 neem je 2 munten. Uit zak nummer 3 neem je 3 munten. Ga zo door tot en met zak nummer 9, daar haal je dus 9 munten uit. Je hebt nu in totaal 45 munten.

Als alle 45 munten echt zouden zijn, dan zouden ze samen $45 \times 10 = 450$ gram wegen.

Maar dat is niet zo, er zijn immers valse munten in één van de zakken. Als alle munten in werkelijkheid bijvoorbeeld 447 gram wegen, dan kom je 3 gram tekort en weet je dat de valse munten in zak nummer 3 zitten. Als alle munten bijvoorbeeld 443 gram wegen kom je 7 gram tekort en zitten de valse munten in zak nummer 7.

Doordenkertje 21 - Klopt dat wel?

- a Alice is ongeveer de lengte van de poot van de hond, zeg maar 8 centimeter.
- b Ja, want een mensenkind van een jaar of 10 is ongeveer even groot als de poot van een karrepaard.
- c De getekende spin moet in dit vakje van 1 bij 1 centimeter passen (dus tien keer zo klein als op de tekening):



- d Het lijf van de spin is ongeveer een halve centimeter, de poot is ook ongeveer een halve centimeter.
- e Je duimnagel is ongeveer een centimeter breed. Tien centimeter op het plaatje is in werkelijkheid 1 centimeter. Je moet je duimnagel dus ongeveer 10 centimeter groot tekenen, het lijf van de spin bedekt ongeveer de helft van je nagel.
- f Een poes staat tot een tijger in een verhouding van 1 : 5.
- g Voorbeelden:
 - Een parkiet staat tot een papegaai in een verhouding van 1 : 4.
 - Een eend staat tot een gans in een verhouding van 1 : 3
 - Een doodshoofdaapje staat tot een slingeraap in een verhouding van 1 : 3
 - Een chimpansee staat tot een gorilla in een verhouding van 1 : 2

Doordenkertje 22 - Waar kan het meeste in?

- a In staaf B kan het meeste. Het A4 papier is ongeveer 21 x 30 centimeter. Je kunt de inhoud berekenen door de oppervlakte te vermenigvuldigen met de hoogte. De inhoud is dus:
lengte x breedte x hoogte
Bij staaf A geldt dan $5,25 \times 5,25 \times 30$ centimeter = 826,875 kubieke centimeter.
Bij staaf B geldt dan $7,50 \times 7,50 \times 21$ centimeter = 1125 kubieke centimeter.
In staaf B kan dus het meeste.
- b In koker D kan het meeste. Het grondvlak is hier geen vierkant, maar een cirkel. De oppervlakte van een cirkel kun je berekenen met de formule $\pi \times r^2$ (r is de straal van de cirkel, π is ongeveer 3,1415925). De inhoud van de koker kun je dan berekenen door deze formule $\pi \times r^2$ te vermenigvuldigen met de hoogte van de koker.
Bij koker C is de straal ongeveer 3 centimeter en de hoogte is 30 centimeter.
De inhoud van koker C is dus $\pi \times 3^2 \times 30 = \pi \times 9 \times 30 = 848,23002$ kubieke centimeter.
Bij koker D is de straal ongeveer 5 centimeter en de hoogte is 21 centimeter. De inhoud van koker D is dus $\pi \times 5^2 \times 21 = \pi \times 25 \times 21 = 1649,3361$ kubieke centimeter.
In koker D kan dus bijna tweemaal zoveel als in koker C!
- c Dit heb je al berekend. In koker D kan het meest:
In staaf A kan 826,875 kubieke centimeter.
In koker C kan 848,23002 kubieke centimeter.
In staaf B kan 1125 kubieke centimeter.
In koker D kan 1649,3361 kubieke centimeter.

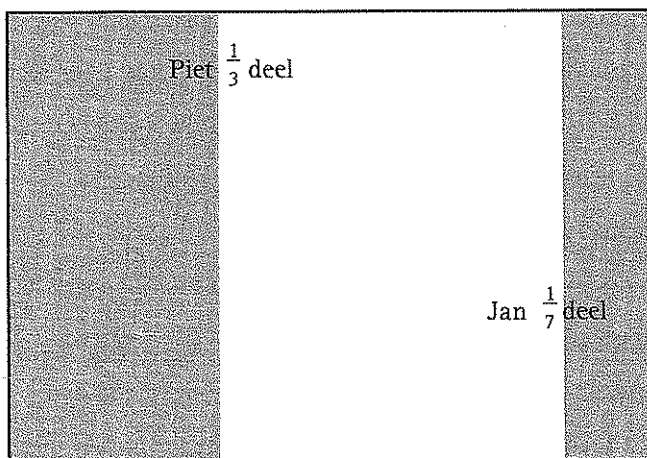
Doordenkertje 23 - Vervormingen

- a Als je in het plaatje een vierkant tekent van 10 centimeter bij 10 centimeter, waarbij je de vier punten van de figuur gebruikt als hoeken van het vierkant, dan zie je dat de afwijking naar binnen toe op alle vier de zijden precies even groot is als de afwijking naar buiten. Dat heft elkaar dus steeds precies op! Het oppervlakte van het vierkant is $10 \times 10 = 100$ vierkante centimeter. In millimeters is dat 10.000 vierkante millimeter.
- b Je kunt deze driehoek in tweeën verdelen door vanuit de top een lijn loodrecht naar beneden te trekken. De rechter driehoek heeft een oppervlakte van $\frac{1}{2} \times 6 \times 5$ centimeter = 15 vierkante centimeter (namelijk de helft van het vierkant 6×5 centimeter). De linker driehoek heeft een oppervlakte van $\frac{1}{2} \times 6 \times 7$ centimeter = 21 vierkante centimeter (namelijk de helft van het vierkant 6×7). De totale driehoek heeft dus een oppervlakte van $15 + 21 = 36$ vierkante centimeter. Je kunt het ook anders uitrekenen: het rooster heeft een oppervlakte van 6×12 centimeter = 72 vierkante centimeter. De driehoek is precies de helft van het rooster, dus 36 vierkante centimeter.
- c Teken een vierkant om de driehoek. De oppervlakte van zo'n vierkant is $6 \times 6 = 36$ vierkante centimeter. De oppervlakte van de driehoek is dan 18 vierkante centimeter, de helft van het vierkant.

Doordenkertje 24 - Rekenen met stroken

- a In 1998 werden er ongeveer 500 fietsen verkocht. In 2000 werden er ongeveer 1200 fietsen verkocht.
- b Er kunnen allerlei redenen zijn, wij geven er een paar. Misschien was de winkel in 1998 lange tijd gesloten wegens ziekte, of kwam er een concurrerende fietsenzaak in de buurt. Misschien werden de fietsen in 1998 veel duurder, zodat minder mensen er een konden betalen.
- c Bij benadering zijn de pijlers van links naar rechts 25, 40, 60, 80, 70, 50 en 30 decimeter lang.

Doordenkertje 25 - Schilderen



Om samen de hele muur te schilderen hebben Piet en Jan iets meer dan 2 uur tijd nodig.

Na twee uur schilderen heeft Piet $\frac{2}{3}$ deel van de muur geschilderd en Jan $\frac{2}{7}$ deel.

Dat is $\frac{14}{21} + \frac{6}{21} = \frac{20}{21}$ deel. Er hoeft na twee uur schilderen nog maar $\frac{1}{21}$ deel geschilderd te worden, ze zijn dan dus bijna klaar.

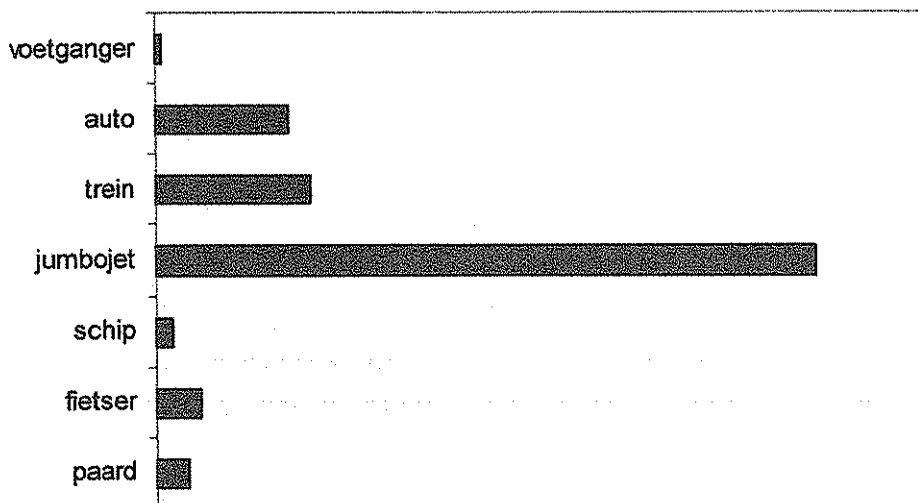
20

Doordenkertje 26 - Vervoermiddelen

- a Het is mogelijk om andere snelheden te kiezen, maar de volgorde van snelste naar langzaamste staat vast.

jumbojet	600 kilometer per uur
trein	140 kilometer per uur
auto	120 kilometer per uur
wielrenner	40 kilometer per uur
paard in galop	30 kilometer per uur
schip	15 kilometer per uur
voetganger	5 kilometer per uur

b



- c De jumbojet doet er een half uur over (bij een snelheid van 600 kilometer per uur), de voetganger doet er 60 uur over (bij een snelheid van 5 kilometer per uur). Het verschil is $59 \frac{1}{2}$ uur.

Doordenkertje 27 - Bankbiljetten

- a Dit moet je beargumenteren. Stel: een biljet weegt ongeveer 1 gram. 400 kilogram is 400.000 gram. Als het biljetten van 100 gulden zijn geldt dus: $100 \times 400.000 = 40.000.000$, dat komt het meest in de buurt van 35 miljoen gulden. Met biljetten van 10 of van 1000 gulden klopt het argument niet.
- b Als 35 miljoen ongeveer 400 kilogram weegt, dan weegt 50 miljoen ongeveer 570 kilogram.
- c Stel dat 10 biljetten op elkaar een millimeter hoog zijn, dan zijn 400.000 biljetten op elkaar 40 meter hoog.

Doordenkertje 28 - Het probleem van de negen kinderen

Gezin 1: A (jongen), C (meisje), H (meisje), I (jongen)

Gezin 2: B (meisje), F (jongen)

Gezin 3: D (meisje), G (meisje)

Gezin 4: E (jongen)

Wat weet je na de gegeven informatie:

1. B is een meisje, B en F horen bij hetzelfde gezin.
3. I is een jongen, I en C horen bij hetzelfde gezin.
4. H is een meisje, A en H horen bij hetzelfde gezin.
5. C is een meisje.
7. A is een jongen, A en I en C en H horen bij hetzelfde gezin.
8. G en D zijn meisjes, ze horen bij hetzelfde gezin.
6. B, C, H, G en D zijn meisjes, de rest is dus jongen (van A en I wist je dat al eerder, nu weet je dat E en F ook jongens zijn).

We weten ook dat B en F bij hetzelfde gezin horen. A, C, H en I horen ook tot één gezin.

Tenslotte behoren ook G en D tot één gezin. Dat betekent dat E geen broers of zussen heeft.

Doordenkertje 29 - Autonummers

- a Met een nummerbordcombinatie van twee keer twee letters en een getal van twee cijfers kun je 16.000.000 verschillende autonummers maken. Kijk maar: 20 letters zijn toegestaan en 10 cijfers (0 t/m 9). Met 10 cijfers kun je 100 getallen van twee cijfers maken, namelijk van 00, 01, 02 enzovoorts tot en met 99. Met 20 letters en twee posities heb je 400 mogelijkheden ($20 \times 20 = 400$ mogelijkheden). In totaal wordt het aantal mogelijkheden dan $400 \times 400 \times 100 = 16.000.000$. Maar... als je twee keer twee letters en één keer twee cijfers gebruikt, zijn er verschillende combinaties. Bijvoorbeeld XX-XX-11, maar ook 11-XX-XX en XX-11-XX. Iedere keer komen er nog een keer 16.000.000 mogelijkheden bij! Dus in totaal heb je bij een combinatie van twee keer twee letters en één keer twee cijfers 48.000.000 getallen.
- b Als we de oudere combinaties er bij tellen (twee keer een getal van twee cijfers en één keer twee letters), dan komen er nog eens 12.000.000 combinaties bij. Kijk maar: de lettercombinatie levert 400 mogelijkheden, de cijfercombinaties 100 mogelijkheden. In totaal krijg je $100 \times 100 \times 400 = 4.000.000$ mogelijkheden. Maar ook hier kun je weer de cijfers en letters in verschillende volgorde zetten: 11-22-XX of 11-XX-22 of XX-11-22. Iedere mogelijkheid is 4 miljoen combinaties, in totaal zijn er dus 12 miljoen verschillende mogelijkheden. Tel je die op bij de 48 miljoen verschillende mogelijkheden, dan heb je samen dus 60.000.000 mogelijkheden, ruim voldoende voor alle auto's die in Nederland rond rijden.

Doordenkertje 30 - Elfvouden

Misschien heb je alle getallen waarvan het middelste cijfer de som is van de buitenste cijfers eerst op een rij gezet en ze allemaal door 11 gedeeld. Dat is veel werk, want er zijn 45 getallen waarvan het middelste cijfer de som is van de buitenste cijfers.

Neem het getal 385. 8 is de som van 3 en 5. 385 is deelbaar door 11.

We kunnen 385 schrijven als:

$$(3 \times 100) + (8 \times 10) + (5 \times 1)$$

Als je 100 deelt door 11 krijg je rest 1, dus 3×100 gedeeld door 11 geeft rest 3. Reken maar na!

Als je 10 deelt door 11 krijg je rest 10. Je kunt ook zeggen dat je 1 tekort hebt als je 10 wilt delen door 11. Dus rest - 1. Als je 8×10 deelt door 11 krijg je op die manier rest - 8.

5×1 gedeeld door 11 geeft rest 5.

Samen geeft dat: $3 + (-8) + 5 = 0$

Conclusie: 385 is deelbaar door 11.

Doordenkertje 31 - 19×23

Uitleg van de vreemde vermenigvuldiging:

$$19 \times 23 = 18 \times 23 + 1 \times 23 = 9 \times 46 + 23$$

$$9 \times 46 = 8 \times 46 + 1 \times 46 = 4 \times 92 + 46$$

$$4 \times 92 = 2 \times 184$$

$$2 \times 184 = 1 \times 368$$

Dus:

$$19 \times 23 = 368 + 23 + 46 = 437$$

89	75	>	75
44	150		
22	300		
11	600	>	600
5	1200	>	1200
2	2400		
1	4800	>	4800 +
			6675

Dus: $75 \times 89 = 6675$

Doordenkertje 32 - Koffiepunten

- a Voor elke 100 gulden wil de koopman 97 gulden terugbetalen. Hij wil geen 8×100 maar 8×97 gulden terugbetalen. Hij wil dus $8 \times 3 = 24$ gulden korting.
Je kunt ook zeggen dat hij voor elke 100 gulden 3 gulden korting wil, dat is dus 3 procent.
- b Als je 25 pakken koopt krijg je $25 \times 10 = 250$ punten en daarvoor krijg je één pak gratis.
Als je 100 pakken koopt krijg je 4 pakken gratis, dus 4 % korting.
Maar wacht eens: als je 104 pakken koopt voor de prijs van 100 pakken (of als je 26 pakken koopt voor de prijs van 25), dan krijg je minder dan 4 % korting, namelijk 3,85 %.
- c Je ziet natuurlijk dat de slimme klant een korting van 1 op 24 kreeg in plaats van een korting van 1 op 25. Op je rekenmachine kun je uitrekenen dat deze klant 4,17 % korting kreeg.
Maar 26 pakken kopen voor de prijs van 24 levert 7,69 % korting op. Dat is dubbel de korting die je krijgt als je 26 pakken koopt voor de prijs van 25!

Doordenkertje 33 - Palindromen

- a/b Ja, palindroomgetallen van 4 cijfers zijn deelbaar door 11. Dat kun je uitzoeken door ze allemaal op te schrijven en te delen door 11, maar het kan ook gemakkelijker. Laten we eens kijken naar het begin van het rijtje palindroomgetallen: 1001, 1111, 1221, 1331, 1441, 1551, 1661, 1771, 1881, 1991. $11 \times 91 = 1001$, dus het eerste palindroomgetal is deelbaar door 11. Het tweede palindroomgetal is 110 groter dan het eerste, want $1001 + 110 = 1111$. 110 is deelbaar door 11, want $10 \times 11 = 110$. Ieder volgend palindroomgetal is weer 110 hoger dan het vorige. Ieder volgend palindroomgetal is dus deelbaar door 11. Als twee getallen deelbaar zijn door 11 betekent dat, dat de som van die twee getallen ook deelbaar is door 11.
- c Ja, elk palindroomgetal van vier cijfers is deelbaar door 11. Maar niet elk getal van vier cijfers dat deelbaar is door 11, is een palindroomgetal. Als je bij 1991 110 optelt krijg je 2101. Wel deelbaar door 11, maar geen palindroomgetal. Het eerste palindroomgetal dat na 1991 komt is 2002. En dat is precies 11 hoger dan 1991! Als je vervolgens weer 110 optelt bij 2002 krijg je 2112. Zo zie je dat je vanaf 1001 alle palindroomgetallen van vier cijfers kunt krijgen door telkens 110 of 11 op te tellen. Omdat 1001, 110 en 11 deelbaar zijn door 11, zijn ook alle palindroomgetallen van vier cijfers deelbaar door 11.

Doordenkertje 34 - Loten

De vader van Mark heeft gelijk: de kans dat een bepaald doosje als eerste wordt getrokken is 1 op 6. Bij de tweede keer is de kans 1 op 5. Bij de derde keer is het 1 op 4.

Doordenkertje 35 - Kwadraten

- a De getallen 0 en 1 zijn gelijk aan hun kwadraat. $0 \times 0 = 0$ en $1 \times 1 = 1$.

b 15^2 $1 \times (1 + 1) = 1 \times 2 = 2$
 $5 \times 5 = 25$
 $15^2 = 225$

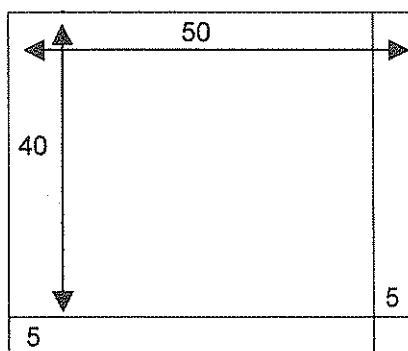
25^2 $2 \times (2 + 1) = 2 \times 3 = 6$
 $5 \times 5 = 25$
 $25^2 = 625$

35^2 $3 \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$
 $5 \times 5 = 25$
 $35^2 = 1225$

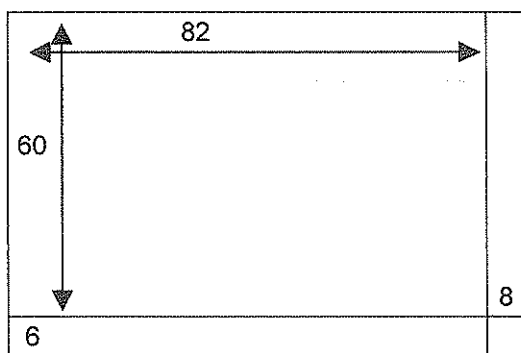
115^2 $11 \times (11 + 1) = 11 \times 12 = 132$
 $5 \times 5 = 25$
 $115^2 = 13225$

- c De oppervlakte van het vierkant is $45 \times 45 = 2025$ vierkante centimeter. De oppervlakte van de rechthoek is $40 \times 50 = 2000$ vierkante centimeter. De oppervlakte van de stukken die uitsteken is $40 \times 5 = 200$ vierkante centimeter en $45 \times 5 = 225$ vierkante centimeter. De truc om het kwadraat van 45 te berekenen gaat als volgt:
 $40 \times 50 = 2000$ (oppervlakte van de rechthoek)
 $+ 45 \times 5 = 225$ (uitstekend stuk)
 $- 40 \times 5 = 200$ (uitstekend stuk)
 $2000 + 25 = 2025 = 45^2$

Als je het vierkant en de rechthoek op elkaar legt ziet het er zo uit:



- d Je hebt twee rechthoeken van 66 x 82 centimeter en 60 x 90 centimeter. De uitstekende stukken zijn dan $82 \times 6 = 492$ vierkante centimeter en $60 \times 8 = 480$ vierkante centimeter. $60 \times 90 = 5400$. $5400 + 492 - 480 = 5412 = 66 \times 82$.



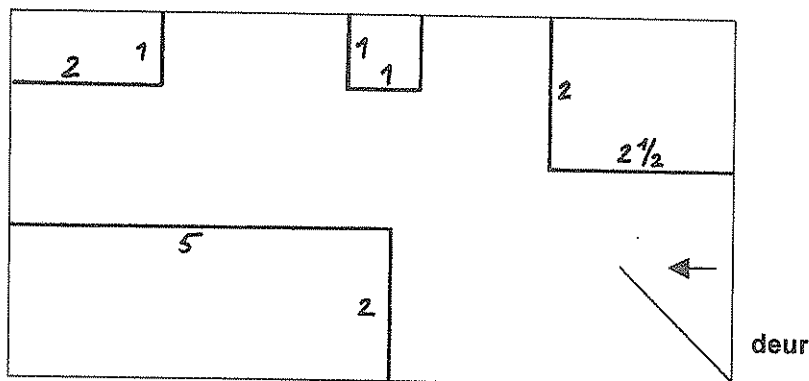
$$66 \times 82 = (60 \times 90) + (82 \times 6) - (60 \times 8) = 5400 + 492 - 480 = 5412$$

Doordenkertje 36 - Verkeerstelling

- a Bij B gaan 400 auto's rechtsaf, dat is $\frac{1}{3}$ deel. In totaal komen er dus 1200 auto's bij punt B.
Bij punt A gaat $\frac{3}{5}$ richting B en dat is 1200, dan is $\frac{2}{5}$ dus 800 auto's die afslaan naar A1.
- b $\frac{2}{3}$ deel van $\frac{3}{5}$ deel van de auto's gaat langs B2. Dat is dus $\frac{2}{5}$ deel ofwel 40 %. Je kunt ook zeggen: $\frac{3}{5} = 60\%$ gaat richting B en daar $\frac{2}{3} = 40\%$ van naar B2.
- c $\frac{1}{3}$ van 60 % komt langs B1, dat is 20 %.
- d Bij A1 kwamen 800 auto's langs, de helft daarvan is 400 auto's.
- e $\frac{2}{5}$ deel van de auto's die langs A komen gaat naar A1. Dat is 40 %. De helft daarvan komt bij C1, is 20 %.

Doordenkertje 37 - Plattegrond

1 centimeter op het plaatje is in werkelijkheid 40 centimeter. Je moet alle afmetingen dus door 40 delen als je ze intekent in het plaatje. Het bed wordt dan 2 centimeter breed en 5 centimeter lang. Hieronder zie je een voorbeeld van hoe je de kamer kunt inrichten. Anders kan natuurlijk ook.



Doordenkertje 38 - Drie maatbekers

Er zijn meerdere oplossingen mogelijk. In onderstaande oplossingen is steeds het eerste cijfer het aantal liters water in de maatbeker van 8 liter, het tweede cijfer het aantal liters water in de maatbeker van 5 liter en het derde cijfer het aantal liters water in de maatbeker van 3 liter.

1 liter	0-0-0, 0-5-0, 2-0-3, 2-3-0, 2-3-3, 2-5-1
2 liter	0-0-0, 0-5-0, 0-2-3
3 liter	0-0-0, 8-0-0, 5-0-3 (of gewoon de derde beker vullen natuurlijk)
4 liter	0-0-0, 0-0-3, 3-0-0, 3-0-3, 6-0-0, 1-5-0, 1-2-3, 4-2-0
5 liter	0-0-0, 8-0-0, 5-0-3 (of gewoon de tweede beker vullen natuurlijk)
6 liter	0-0-0, 8-0-0, 3-5-0, 3-2-3, 6-2-0
7 liter	0-0-0, 0-5-0, 0-2-3, 2-0-3, 2-5-3, 7-0-3
8 liter	0-0-0, 0-5-0, 0-5-3, 5-0-3, 8-0-0 (of gewoon de eerste beker vullen natuurlijk)

Doordenkertje 39 - De koningin op bezoek

- 4 dagen x 24 uur = 96 uur
96 x 60 minuten = 5760 minuten
Iedere minuut kost 300 uur voorbereiding, dus $5760 \times 300 = 1728000$ werkuren.
- $1728000 : 24 = 72000$ dagen van 24 uur.
 $72000 : 365 = 197,26$ jaar, dat zijn ruim twee mensenlevens!
- Als een mens 40 jaar werkt in zijn leven en er is voor bijna 200 mensjaren werk, dan betekent dat vijf 'werklevens', dus dat is heel erg duur! Ga maar na, als het gemiddelde salaris 25.000 euro per jaar zou zijn, dan zou 200 jaar al 5 miljoen kosten, voor een bezoek van vier dagen!

()

()

()

()