

Zeg, ken jij die rekenmachines al?

Deel 2

Een rekenmachine die meer kan!

Met de Texas TI-30X IIB

10/15/15
gita...
In La...
Durante...
1535

1527
M...
In...
M.

1 Wat kan deze rekenmachine allemaal?

Wat een massa knopjes heeft deze! Sommige herken je. Natuurlijk de cijfers, de punt en ook $[\div]$, $[x]$, $[+]$, $[-]$, $[=]$. Verder $[ON]$, daar zet je hem mee aan. Met de knop $[clear]$ kun je het venster schoonmaken. Het venster is dan weer leeg en je kunt weer helemaal opnieuw met de machine gaan rekenen.

Opdracht 1

- a Probeer eerst maar eens het een en ander uit voor je echt aan iets nieuws gaan beginnen. Misschien ontdek je bijzondere dingen. Schrijf deze dan even op!

- b Eén bepaalde knop past bij wat je bij de machine, die je bij deel 1 gebruikte (de TI-106) ook zag, dat is de knop $[x^{-1}]$. Probeer deze maar, door 2 $[x^{-1}] [=]$ en 3 $[x^{-1}] [=]$, enzovoort.

- c Maar je ziet geen toets $[\sqrt{\quad}]$ zoals op de eerste machine. Er is iets bijzonders met die oranje toets linksboven, waar $[2nd]$ op staat. Als je die eerst indrukt en daarna de toets een stukje daaronder $[x^2]$, dan werkt die combinatie als de $[\sqrt{\quad}]$ -toets van de vorige machine.

Probeer dat maar eens met $[2nd] [x^2] 9 [=]$ en $[2nd] [x^2] 25 [=]$.



- d Wat gebeurt er als je in plaats van $[2nd] [x^2] 5 [=]$ op $5 [x^2] [=]$ drukt? Probeer het ook met de getallen 4 en 25. Je kunt vast wel voorspellen wat $[x^2]$ met een getal doet.
-
-
-

- e Het lijkt of je niet veel nieuws gaat beleven, maar pas op! Begin eens met $4 [:] 3 [=]$. Zie je wel, net als bij de TI-106. Maar nu $5 [:] 3 [=]$. Bij de TI 106 vond je bij $5 [:] 3 [=]$ als antwoord 1.6666666, en nu 1.666666667. Het scheelt wel niet veel, maar toch! De eerste machine maakte een foutje, het antwoord was een benadering. De nieuwe machine maakt ook een foutje, maar een ander. Welk foutje is het kleinste?
-
-
-
-

- f Reken eens uit $1.6666666 [x] 3$ en ook $1.666666667 [x] 3$. Er moet 5 uit komen. Welk antwoord ligt er het dichtste bij?
-
-
-

Nog weer even terug in de tijd.

Hoe was het voor 2002 (de invoering van de euro)? Kun je je nog herinneren?

Tot 1980 was er naast de gulden, het kwartje, het dubbeltje, de stuiver, ook de cent. Tussen 1980 en 2002 bestond de cent niet meer, toch waren de spullen meestal nog wel met centen geprijsd, bijvoorbeeld $f\ 2,73$. De kassa zei dan dat je $f\ 2,75$ moet betalen. Dus 2 cent teveel. Hij had ook kunnen zeggen $f\ 2,70$, maar dan had je 3 cent te weinig betaald. En drie is meer dan twee, dus _____

- g Wat zou de kassa gezegd hebben als je met iets van $f\ 3,87$ kwam? De keus is tussen $f\ 3,85$ of $f\ 3,90$. Je kunt vast wel voorspellen wat de kassa doet.
-
-

2 Weet de machine meer dan hij laat zien?

Onze nieuwe rekenmachine houdt iets achter de hand. Je kunt ook zeggen: 'Er gebeurt af en toe iets achter de schermen.' Hij rekent namelijk een cijfer meer uit dan hij als antwoord geeft.

Bij 5 [:] 3 rekent hij uit 1.66666666. Bij de negende 6 ontdekt hij dat het volgende cijfer niet meer in het venster past. Hij kan het wel weglaten, de laatste 2 cijfers worden als het ware niet meer 66, maar 60. Maar hij kan ook 66 vervangen door 70. De eerste keer is hij er 6 naast, de tweede keer 4. In het antwoord op de opdracht 1e is dat ook al gezegd.

Opdracht 2

- a Is dat nu wel echt waar dat er een cijfer achter de hand wordt gehouden, achter de schermen blijft?
Zou je kunnen ontdekken wat de nieuwe rekenmachine echt weet, maar niet laat zien?

Even iets tussendoor:

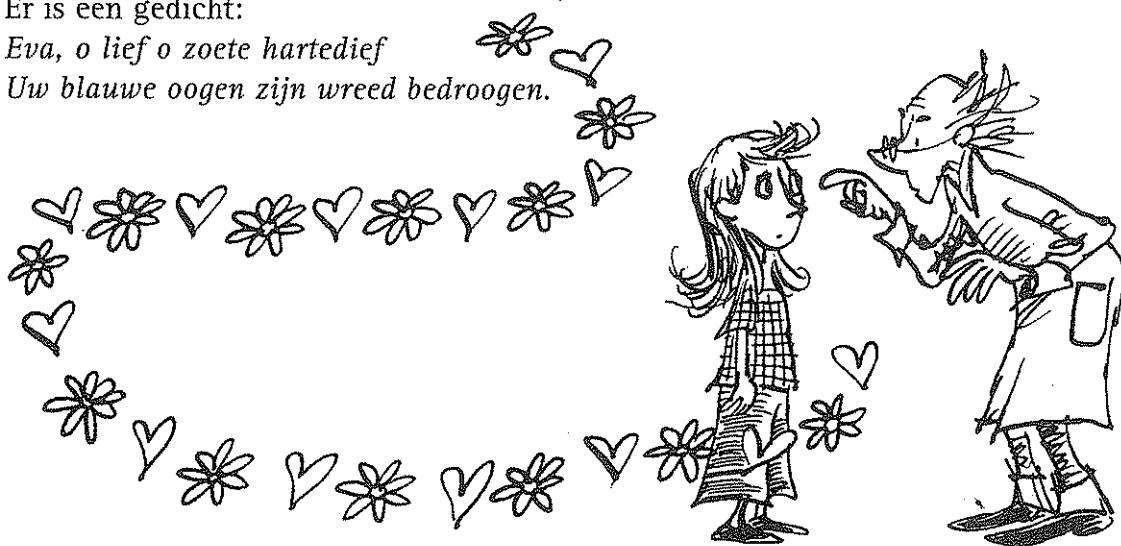
In de wiskunde speelt een vreemd getal een grote rol. Dat getal schrijf je dan met de Griekse letter π , die er zo uit ziet: π .

Op deze rekenmachine is er een toets voor.

Je ziet in het venster π , toets dan op [=] en je ziet 3.141592654. Dat is niet het hele getal π , de rekenmachine heeft weer afgerond. Je moet dus nog meer cijfers achter de komma hebben, heel veel, want het getal π heeft een oneindig lange staart.

Er is een gedicht:

*Eva, o lief o zoete hartedief
Uw blauwe oogen zijn wreed bedroogen.*



Wat heeft dat er mee te maken?

En er staat een spelfout in, 'ogen' en 'bedrogen' moet het zijn. Maar het is een oud gedichtje en vroeger schreven de mensen echt 'oogen' en 'bedroogen'.

Tel nu het aantal letters eens van de woorden van het gedichtje. Eerst 3, dan na de komma 1, dan 4. Aha! Dat begint wel erg op het getal π te lijken. Inderdaad het is het geheimzinnige getal : 3.14159265359....

De machine maakt van de 3 een 4. Er bestaat een listig trucje om te zien of je machine echt meer cijfers achter de komma wist. Of hij iets achter de hand heeft gehouden.

Doe maar eens mee.

Je toetst weer in: [π] [=] en je ziet dus 3.141592654.

Nu toets je in: [-] 3.1415965 [=]

Er komt natuurlijk 0.000000004.

Niets bijzonders, maar let op, nu toets je in [x] 100 [=]

Je dacht vast dat er zou komen 0.000000400. Maar er komt 0.000000359.

De machine weet dus dat π niet 3.141592654 is, maar 3.14159265359. Hij heeft 59 achter de schermen bewaard.

De rekenmachine weet dus net zoveel als het gedichtje, maar de TI-30X IIB laat het niet meteen zien!

De laatste twee cijfers 59 wist de machine ook wel, maar in het venster rondde hij af en maakte van de 3 een 4.

- b Met de eerste machine berekende je 5 [$\sqrt{}$] en vond als antwoord van de stipsom:

. x . = 5 het getal 2.2360679.

Op de nieuwe machine bereken je [2nd] [x²] 5 en dat geeft: 2.236067978.

Zouden ook hier nog meer verborgen cijfers zijn? Trek maar weer iets af en vermenigvuldig met 100, 1000 of 10000.

De machine weet dus soms heel wat cijfers te onthouden.

Misschien vind je het maar een raar verhaal, dat de machine dingen stiekem weet en niet laat zien. Maar je wil vast nog wel meer weten over wat hij allemaal kan...

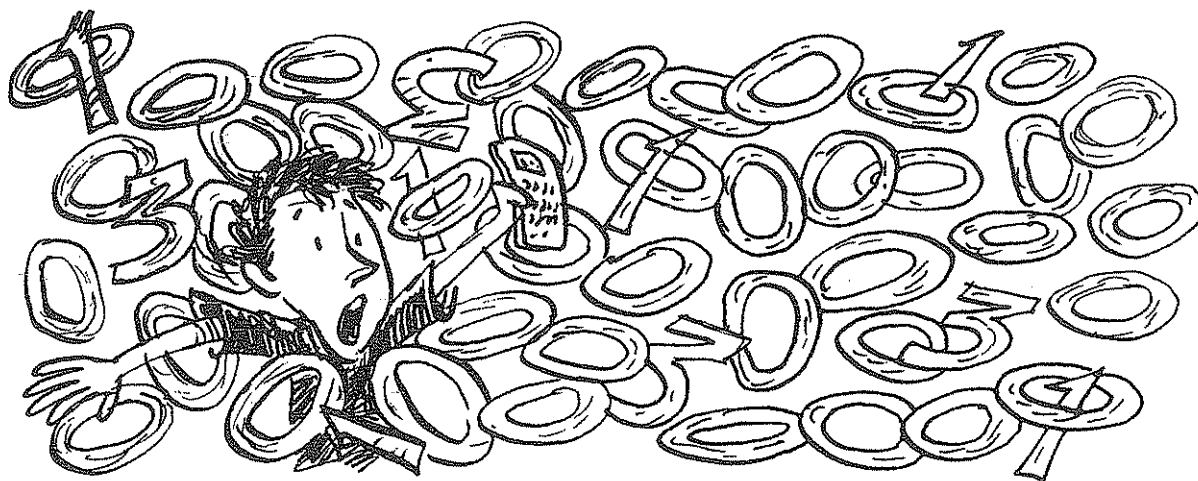
- c Toets eens in 1.2345 en deel door 10. Je vindt dan natuurlijk 0.12345. Deel nu nog een aantal keren door 10. Je vindt dan eerst 0.012345 en na enkele keren 0.000000012 en dan 0.000000001 en dan...

d Wat zou dat betekenen? Probeer het ook eens met 3.4567!

Je merkt dat je weer net zoiets geks op het scherm krijgt als bij vraag c.

Je ziet nu 3.4567, dan een open plekje en daarachter -10.

Om dit raadsel te verklaren, moet je gewone getallen eens erg vreemd opschrijven.



Doe maar na.

In plaats van 13 schrijf je ...0000000013,0000000... of

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 3,0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Dat is wel hetzelfde als 13, maar het lijkt erg onhandig. Maar als je het getal zo opschrijft is vermenigvuldigen met 10 erg makkelijk, je moet de komma gewoon een plaats naar rechts verschuiven, vermenigvuldigen met 100, dan twee plaatsen naar rechts,

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 3 0 0,0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 enzovoort. En door 10 delen betekent de komma een plaats naar links!

Tik eens in: 3456789000. En nu moet je dit getal vermenigvuldigen met 10. het antwoord wordt: 3.456789 10

Als de rekenmachine schrijft 3.456789 10, dan bedoelt hij:

Schrijf 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3,4 5 6 7 8 9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 op, en plaats de komma zelf maar 10 plaatsen naar rechts. Er staat dus eigenlijk:

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 4 5 6 7 8 9 0 0 0 0,0 0 0 0 0 0 0

- e Wat zou er gebeuren als we nog eens met 10 vermenigvuldigen?

Het klopt, de 10 werd 11. Nu kunnen we een poosje doorgaan totdat er eindelijk in plaats van 11 zelfs 99 gekomen is. Wat een gruwelijk groot getal moet dat zijn geworden als de komma 99 plaatsen opgeschoven is.

- f Staan er eigenlijk achter 3456789 wel 93 nullen? Zo iets past in geen enkel venster en toch staat het er nu in! Wat bedoelen we met 'het staat er toch in'?

- g Als je na 3.4567 99 nog een keer met 10 vermenigvuldigt, zie je _____

Natuurlijk, want het antwoord 0 is fout. (Error betekent fout, weet je nog wel?) OVERFLOW betekent dat de machine het niet meer kan verwerken.

- h Toets nu 2.3456 in en vermenigvuldig aldoor met 10 totdat er 2.3456 10 komt. Wat zou er gebeuren als je nu door 10 deelt?

- i Maar blijf nu eens door 10 delen.
Als je bij 0.000023456 aangekomen bent, raakt het venster vol.
Wat gebeurt er bij nog een keer delen door 10?
Begrijp je wat er gebeurde? Denk aan afronden.

- j Ga maar lekker door en deel nog eens door 10.
Je kunt wel voorspellen wat er gebeuren zal.

Je gaat nog even door tot 0.000000002. Je bent bijna alle cijfers kwijt. Wat zal er gebeuren als je nog een keer door 10 deelt?

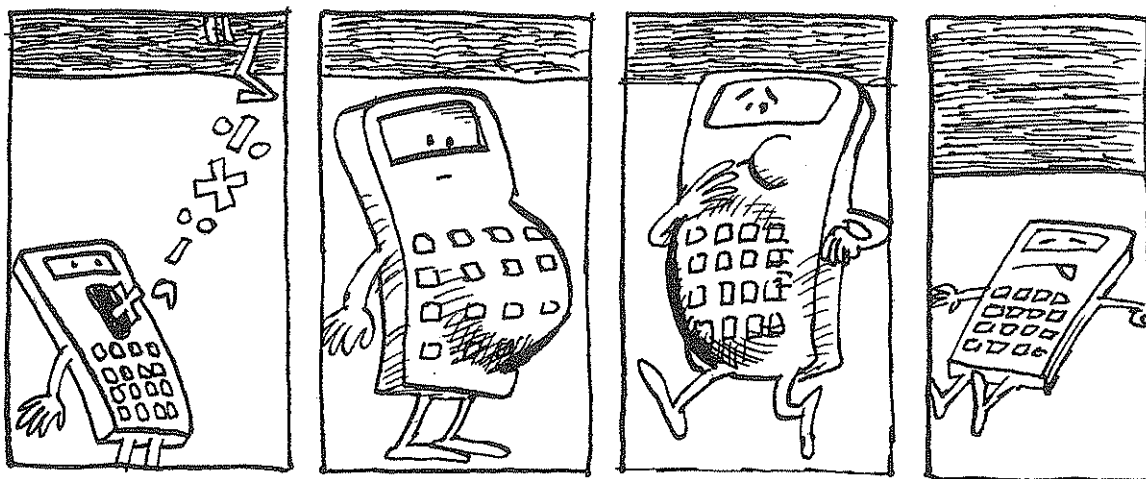
Dat had je vast niet verwacht, alle cijfers terug, maar nu achter 2.3456 een streepje en 10. Dat streepje is een minteken, eigenlijk staat er -10. En dat betekent dat we weer met de komma moeten gaan schuiven, maar nu 10 naar links.

Op de thermometer staat ergens een streep 0° . Wordt het warmer, dan gaat het kwik naar boven $+2^{\circ}$, $+5^{\circ}$ enzovoort. Gaat het vriezen dan staat het kwik bij -2° , -5° enzovoort. Naar boven +, naar beneden -.

Bij onze kommagetallen dus naar rechts (+) en naar links (-) voor de twee aparte cijfers.

Als er 10 staat, is het tien plaatsen naar rechts met de komma, staat er -10 dan is het tien plaatsen naar links met de komma.

k Wat gebeurt er dus als je nog een keer door 10 deelt?



l Zie je wel dat het klopt? Je kunt nu doorgaan tot er ER achter 2.3456 nu -99 staat. En als je dan door 10 deelt?

Er staat nog een toets $[x^{-1}]$ met erboven in het oranje [EE]. Wat zou dat betekenen? Probeer het zelf maar uit.

- m toets 1.234 in en daarna [2nd] en dan [x^{-1}] en daarna 2. Er staat nu op de bovenste regel 1.234 E2, dat betekent 1.234 en de komma 2 plaatsen naar rechts, dus eigenlijk 123.4.
Druk eens op de toets [=] en wat komt er in het venster?
-

Dat klopt dus!

- n Voorspel eens wat er komt als je 23,45 intoetst, gevolgd door [2nd] [x^{-1}] en daarna 3 en daarna [=].
-

Je snapt het antwoord toch ook?

- o Hoe zou je 1.234 $\cdot 10^{-7}$ in kunnen toetsen?
-

Nu kun je eindelijk gemakkelijk het getal 1.0 $\cdot 10^{-99}$ in het venster zetten. Je zult 1.0 99 direct kunnen, maar hoe krijg je dat streepje? Niet door op [-] te toetsen. Hoe wel?

Zoek een toets rechtsonder!

Probeer maar. Als je dan op [=] toetst om na te gaan of de machine dit getal wel slikt, maakt hij ervan 1 $\cdot 10^{-99}$.

En nu dan het experiment van daarnet.

Is 1 $\cdot 10^{-99}$ wel de kleinste voor je TI-30X IIB?

Probeer eens 0.1 $\cdot 10^{-99}$ aldus: 0.1 [2nd] [x^{-1}] [(-)] 99. Het staat erin!

Ho, ho. Kijk nog even of de rekenmachine dit wel slikt, door [=] in te toetsen.

Wat zie je? Mis dus (0). Je ziet 0 omdat de TI-30X IIB het getal afrondt naar 0!

Het is leuk om grote vermenigvuldigingen te maken.

Begin bijvoorbeeld met 2 en vermenigvuldig alsmaar met 2.

Het getal in het venster groeit langzaam:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, ...

Als je eindelijk bent aangekomen bij 8589934592 wordt het antwoord na vermenigvuldigen met 2 te groot voor het venster. Sommige mensen zeggen dan: Het antwoord loopt het venster uit.

Dus nu zul je de notatie met de kommaverschuiving weer verwachten.

En ja hoor, er staat 1.717986918 $\cdot 10$.

p het is dus een getal van cijfers.

Na nog een paar keer vermenigvuldigen met 2 wordt het een keer ...11 en dus een getal van één cijfer meer.

Doe dit eens wat sneller. Begin weer met 2 en toetsen [x^2] en [=] in, er komt 4, dat zijn dus 2 factoren 2. Weer op [x^2] en [=] drukken, dan komt er $4 \times 4 = 16$. Nog een keer [=] geeft $16 \times 16 = 256$. Zo maar doorgaan. Nu gaat het hard!

q Maak eens een tabelletje van wat je vindt!



3 Meer over grote getallen

Natuurlijk is het jammer dat bij het vermenigvuldigen van grote getallen zoveel cijfers verloren zijn gegaan. Want die antwoorden met allemaal nullen op het einde zijn natuurlijk niet precies goed, alleen maar bij benadering.

Zou je met de rekenmachine 123456×654321 echt uit kunnen rekenen?

Probeer het maar eens op je TI-30X IIB.

Kreeg je ook 8.077985338 10?

Dat betekende met de komma opschuiven een getal van elf cijfers met veel nullen op het eind.

En je kunt zo zien dat het laatste cijfer een ... moet zijn. Zou je ook de 2 laatste cijfers weten? En hoe vind je zelf alle cijfers? Daar ga je nu mee aan de slag.

Je weet dat 32×45 gelijk is aan 1440.

Je deed dat nu met de rekenmachine. Maar je had het ook zonder rekenmachine kunnen doen. Want 32 is 3 maal 10 plus 2. En 45 is 4 maal 10 plus 5.

Als je $(3 \times 10 + 2)$ en $(4 \times 10 + 5)$ gaat vermenigvuldigen vind je

$$3 \times 10 \times 4 \times 10 = 1200$$

$$3 \times 10 \times 5 = 150$$

$$2 \times 4 \times 10 = 80$$

$$2 \times 5 = 10$$

Bij elkaar $1200 + (150 + 80) + 10 = 1440$ Het klopt!

Nu is 123456 eigenlijk 123 duizendtallen en 456 eenheden! Of anders gezegd: $123000 + 456$.

Opdracht 3

a Kun je nu zelf verder?

De eerste drie cijfers kloppen.

594308



984332



644536



- b** Je vond eerder met de rekenmachine $8.077985338 \div 10$.
Deel een flink aantal keren door 10 dan vind je meer cijfers.
Kloppen die ook?

- c** Vermenigvuldig ook eens 3456×4321 .
Nu moeten de laatste vier cijfers kloppen. Waarom?

- d** Zou je ook 12345678×87654321 uit kunnen rekenen?

4 Faculteit!

Sommige mensen willen wel eens weten wat er uitkomt als je de opeenvolgende getallen vanaf 1 gaat vermenigvuldigen. Natuurlijk kun je dat met je rekenmachine makkelijk doen.

1 [x] 2 [x] 3 [x] 4 [x] 5 [=]

1 [x] 2 [x] 3 [x] 4 [x] 5 [x] 6 [x] 7 [=]

Weet je, er zit voor deze berekening een speciale functie op de rekenmachine. Op de TI-30X IIB zit een knopje met [PRB]. Als je op deze knop drukt zie je in de bovenste regel van het venster nPr staan. Zie je het uitroepteken staan? Wat zou dat betekenen? Om deze functie te gebruiken kan je met de pijltjes-toetsen [↵] het uitroepteken selecteren. Dat ziet er zo uit in je venster: nPr ! Er staat nu een streepje onder het uitroepteken en dat betekent dat je nu het uitroepteken kan gebruiken.

Probeer maar eens 5 [PRB] [↵] [↵] [=] [=] en 7[PRB] [↵] [↵] [=] [=].

Je hebt gelijk. 9! betekent $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$. Dit getal heeft een vreemde naam gekregen, je spreekt het uitroepteken uit als faculteit. Dus vier faculteit is 24.

Opdracht 4

a Wat is nu zes faculteit?

De antwoorden worden snel groot als je achter elkaar 1!, 2!, 3!, 4!, enzovoort berekent.

b Wanneer gaat de machine weer op die rare notatie met 'opschuiven van de komma' over?

c Neem nu eens de faculteit van het getal waar dat nog net niet gebeurt. Je weet al direct wat de laatste twee cijfers van de volgende faculteit zijn. Dan kun je hem ook precies vinden.
Hij is _____

- d Hoeveel cijfers zou $25!$ hebben?
Hoeveel faculteit zou meer dan 100 cijfers hebben?
-
-

Je hebt al lang gemerkt dat faculteit van getallen boven de 10 altijd tenminste twee nullen op het eind hebben.



- e Wanneer zouden er drie nullen komen?
Wanneer vier nullen?
-
-

- f Een heel andere eigenschap:
De som van de cijfers van antwoorden van meer dan zes faculteit is steeds een negenvoud.
Klopt dat?
-
-

Heb je wel eens gehoord van de negenproef voor vermenigvuldigen?
Dan is het je wel duidelijk. Misschien kun je dit nog gebruiken als je een cijfer van het antwoord niet uit de rekenmachine kon halen!

- g Maak deze tabel eens af.
 Probeer wel alle cijfers te vinden.
 Deze tabel vind je ook op werkblad 2.

1!	1	10!	
2!	2	11!	
3!	6	12!	
4!	24	13!	
5!	120	14!	
6!		15!	
7!		16!	
8!		17!	
9!		18!	

Er zitten wel heel veel knopjes op de TI-30X IIB.
 Nog een ervan moet je eens proberen.
 In de linkerkolom staat [$\wedge$]. Wat is dat voor een raadselknop?

Eerst maar eens een getal intikken, neem er een van maar één cijfer.
 Dan [$\wedge$], daarna 2 en ten slotte [=].
 Heb je al een idee?
 Doe het eens voor alle getallen van 1 tot en met 10 en schrijf de antwoorden op.
 Je moet wel steeds na [$\wedge$] 2 [=] intoetsen.

- h Is er een andere knop op de machine die dezelfde antwoorden geeft?

Nu is het de moeite waard eens 2 [$\wedge$] 3 [=] te proberen.
 Raad eens wat er zou komen als je hierna 3 [$\wedge$] 3 [=] en 5 [$\wedge$] 3 [=] intoetst.

- i Vul de volgende tabel maar eens in.
 Deze tabel staat ook op werkblad 3.

1	1
2	8
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

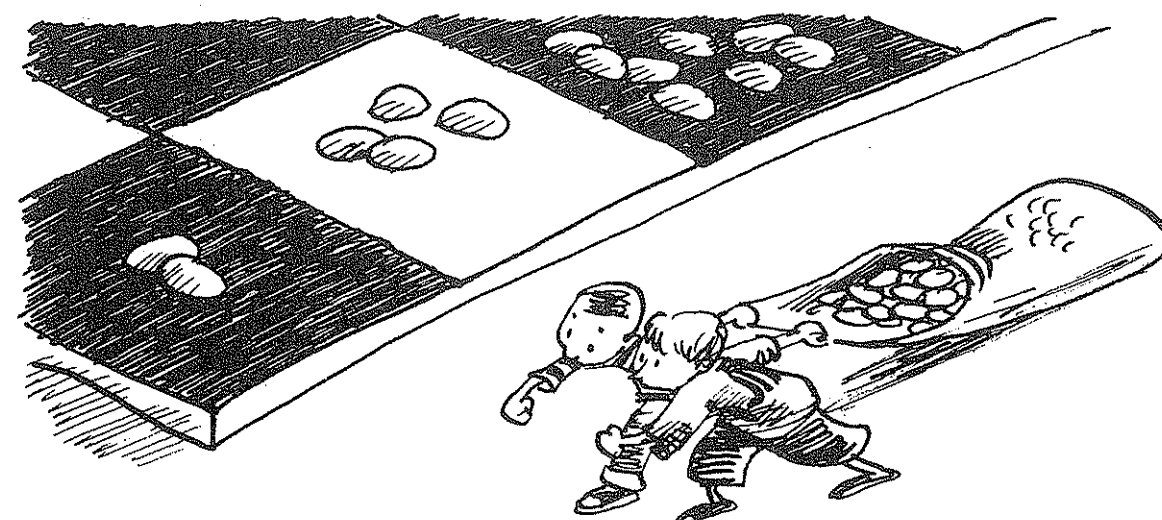
- j Als je geleerd wil doen, zou je een hele grote tabel kunnen maken.
Doe dat maar eens.
Je vindt deze tabel ook op werkblad 3.

	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

De cijfers boven de kolommen geven aan welk cijfer je na [$\wedge$] moet intoetsen.
Wat zou eerst 2 en dan [$\wedge$] en dan 10 opleveren?

- k Ken je het sprookje van het schaakbord? Het schaakbord heeft $8 \times 8 =$ _____ vakjes.
Leg op het eerste vakje 2 graankorrels, op het volgende 2 maal zoveel, dus 4 korrels
en weer 2 keer zoveel op het derde vakje, dus 8 korrels, enzovoorts.

Hoeveel korrels liggen er op het tiende vakje? En hoeveel op het laatste vakje?



Met [$\wedge$] kun je dat direct zien.

- l Wat zou er gebeuren als je eerst 10, dan [$\wedge$] en dan 37 intoetst en daarna [=]?

Probeer nog maar wat meer met die raadselachtige $\wedge$ -knop te doen.
Bijvoorbeeld door eerst 1.5 en dan [$\wedge$] en dan 2 of 3.
Zie maar wat er uitkomt!

Nog vreemder is 9, dan [$\wedge$] en dan 0.5.
Neem voor 9 nog een aantal andere getallen.

- m Herken je de uitkomsten?

Ten slotte iets heel vreemds.

- n Begin weer met een getal van één cijfer, toets de [$\wedge$] in en daarna [(-)] en dan 1 en [=].
Probeer het weer met alle getallen van 1 tot en met 10.
Maak maar een tabel, eerst het getal tussen 1 en 10 en daarna [$\wedge$] [(-)] 1 [=].
Je vindt deze tabel op werkblad 3.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

- o Begrijp je de antwoorden?
Er is een toets die hetzelfde doet. Welke toets is dat?

Als je nog meer wil weten, zoek je eens uit wat $[\wedge]$ $[(-)]$ 2 $[=]$ doet.

Succes ermee.



()

(

(

()