

en jij die reke

1937
My ~~Q~~ 40th
In my 40th M.

- ☉ Spreek met de kinderen voor een dag en/of week een minimale tijdsinvestering af. Die kan per kind en per groep verschillen en daar zijn dus geen algemene richtlijnen voor te geven. In het algemeen geldt wel dat het voor de kinderen prettig is om in een aaneengesloten periode intensief met het project bezig te kunnen zijn. Dan raken ze thuis in het onderwerp en dat vergroot de motivatie. Dat betekent dat u een minimale tijdsinvestering per week moet afspreken.
- ☉ Spreek af welke klassikale instructie ze in elk geval moeten volgen. In de methodes die u gebruikt, is ongetwijfeld ook zinvolle leer- en/of oefenstof voor bollebozen te vinden. Bovendien bevelen we aan om bollebozen, als er nieuwe onderwerpen aan de orde komen, steeds aan de instructie te laten deelnemen.

N.B. In dit verband willen we ook wijzen op de mogelijkheid de methode die u gebruikt meer af te stemmen op de knappe rekenaars en wel door deze kinderen alleen de zinvolle en uitdagende oefenstof te laten maken. De rest van de leerstof wordt dan geschrapt. Deze aanpak noemen we 'compacten', in gewoon Nederlands 'indikken'.
- ☉ Zoals gezegd is dit pakket in de eerste plaats ontwikkeld voor zelfstandige verwerking, daarnaast moet er ook ruimte zijn voor interactie. Dat wil ten eerste zeggen dat u de kinderen moet stimuleren en ondersteunen, want bollebozen ontdekken en stellen voortdurend nieuwe vragen. Maar met interactie is ook bedoeld dat de kinderen bij de groep betrokken moeten blijven. Slimme kinderen geven vaak zelf aan dat ze het jammer vinden dat ze zo weinig vriendjes hebben om mee te werken en te praten, want die snappen gewoon niets van computers, van ..., etcetera. Voorkom dus dat bollebozen geïsoleerd raken van de klas!

N.B. We doen u het volgende idee aan de hand: om te beginnen wordt aan de groep verteld dat er een leuk maar lastig probleem is (in dit pakket zitten er genoeg). U vertelt wat het probleem is en welke opdracht moet worden uitgevoerd. De knappe rekenaars gaan aan de slag en de bedoeling is dat ze, als ze klaar zijn en iets te melden hebben, in de groep verslag komen doen van hun aanpak en oplossing. Terwijl de bollebozen aan het werk zijn, worden in de groep vragen voorbereid die aan de 'onderzoekers' gesteld kunnen worden. Wij hebben ervaren dat het mogelijk is een leuk klassengesprek te organiseren dat voor de meeste kinderen interessant was zonder dat de bollebozen te veel in de rol van betweters terechtkwamen. Wij merkten ook dat het goed is om niet één kind, maar twee of drie knappe rekenaars aan het werk te zetten, omdat dan ook eventuele verschillen in aanpak en inzicht ('hij wilde...', maar ik dacht...') besproken kunnen worden.
- ☉ Spreek met het kind af hoe de rapportage over het uitgevoerde werk zal zijn. Die rapportage is ten eerste bedoeld voor het kind zelf. Ten tweede voor u als begeleider. Bij iedere opdracht in het werkboek is schrijfruimte opgenomen. U zou de werkboekjes dus kunnen kopiëren. De tabellen zijn zowel in de werkboekjes als op losse werkbladen te vinden.

Daarnaast zouden de kinderen een werkschriftje (of logboek) kunnen aanleggen waarin ze hun gedachtegang, oplossingswijzen en problemen vastleggen. Ze kunnen bovendien noteren welke problemen ze niet hebben opgelost. Ze kunnen proberen aan te geven wat de moeilijkheid is en in welke richting ze de oplossing zochten. Als ze dan naderhand weer met het probleem aan de slag gaan en de oplossing vinden, is het interessant om de aanpak te vergelijken met de eerdere werkwijze die niet tot resultaat leidde.

Het voordeel van een werk- of logboek is ook dat u tussentijds in de gelegenheid bent de voortgang in de gaten te houden. Bovendien dwingt het kind zichzelf, door het bijhouden van een logboek, wat hij/zij gedacht heeft onder woorden te brengen.
- ☉ De leerling moet ervaren dat deze leerstof even belangrijk is als de reguliere leerstof. Dit kan ook tot uiting komen in de wijze van beoordelen of bespreken. Bijvoorbeeld door een aparte vermelding op het rapport: **verrijking rekenen ...**

- In deze handleiding zijn ook de antwoorden op de diverse opdrachten opgenomen. De formulering van de antwoorden is op de kinderen afgestemd, omdat wij ervan uitgaan dat de kinderen deze antwoorden meestal zelf in zullen kijken. Het is aan u om te beslissen of en wanneer de leerling deze antwoorden mag inzien. U kunt bijvoorbeeld het antwoordengedeelte op uw bureau leggen, zodat het kind er naar toe moet lopen om iets na te kijken. Voor het kind bestaat er dan een drempel ten aanzien van het 'even bij het antwoord kijken'. Wanneer bij een opdracht meer antwoorden mogelijk zijn of wanneer een antwoord per leerling verschillend kan zijn, dan zal dat aangeduid zijn met een -.

Samenstelling van 'Zeg, ken jij die rekenmachines al?'

- Twee leerlingenboekjes met respectievelijk vijf en vier hoofdstukken.
- 3 losse werkbladen met tabellen.
- Deze handleiding, waarin naast een algemeen gedeelte ook de antwoorden opgenomen zijn.

Aanvullend materiaal

- de Texas TI-106 (voor deel 1)
- de Texas TI-30X IIB (voor deel2)

Antwoorden

Deel 1: Grote en kleine getallen en de rekenmachine.

Je moet weten dat je met de toets [ON/C] de rekenmachine aanzet en na een som weer schoonmaakt. De toets [:] betekent 'gedeeld door', wij schrijven in dit boekje [:]. En nu weet je ook meteen dat met [+] een toets bedoeld wordt, in dit geval de toets 'die optelt'.

1 Grote getallen

Oplossingen-TI-106.

Opdracht 1

- a** Er komt 1003.
Zonder rekenmachine kan dat vlugger door een beetje handig te combineren:
 $257 + 746 = 250 + 750 + (7-4) = 1000 + 3$.
- b** De rekenmachine geeft 191 722 (zonder die spatie tussen de 1 en de 2, die is hier gemaakt voor het gemak van het lezen.) Natuurlijk geloof je wel dat de rekenmachine goed rekt. Maar ja, je kan natuurlijk zelf wel een verkeerde toets hebben ingedrukt.
Dus toch maar even controleren. $257 \times 746 =$
Je ziet meteen dat het laatste cijfer klopt: een 2. Die 2 komt van de laatste cijfers van 257 en 746: $7 \times 6 = 42$.
Het product (antwoord van de vermenigvuldiging) 191 722 klopt ook wel ongeveer.
Je rondt 257 af op 250 en 746 op 800 (grof!); grof geschat komt er dus $250 \times 800 = 200\ 000$.
Het antwoord van de rekenmachine zit daar best aardig in de buurt.
Het antwoord 191 722 zal dus wel kloppen. Precies narekenen is echt niet meer nodig.
- c** Heb je het eerst zelf geprobeerd?
 $142\ 857 \times 2 = 285\ 714$
 $142\ 857 \times 3 = 428\ 571$
 $142\ 857 \times 4 = 571\ 428$
 $142\ 857 \times 5 = 714\ 285$
 $142\ 857 \times 6 = 857\ 142$
 $142\ 857 \times 7 = 999\ 999$
- d** Ja, je ziet wel iets bijzonders: $14\ 2857 \times 2 = 2857\ 14$, en zo iets is verder in het rijtje ook te zien:
 $1\ 42857 \times 3 = 42857\ 1$ enzovoort.
- e** Het speciale zit 'm in het rijtje cijfers dat in de antwoorden eigenlijk steeds terugkomt.
Je kunt dat mooi zien door twee van die rijtjes aan elkaar te plakken:
142857142857
Je ziet dan elk antwoord hierin voorkomen. Bijvoorbeeld $142\ 857 \times 5 = 142857142857$
en $142\ 857 \times 6 = 142857142857$.
Hoe ze dit ontdekt hebben? Misschien kun je dit al kunt begrijpen, maar het komt van de deling 1 gedeeld door 7. Kijk maar wat je rekenmachine laat zien bij $1 [:] 7 [=]$.
- f** $230769 \times 2 = 461\ 538$
 $230769 \times 3 = 692\ 307$
 $230769 \times 4 = 923\ 076$
 $230769 \times 5 = 1\ 153\ 845$
 $230769 \times 6 = 1\ 384\ 614$
 $230769 \times 7 = 1\ 615\ 383$
 $230769 \times 8 = 1\ 846\ 152$
 $230769 \times 9 = 2\ 076\ 921$

$230769 \times 10 = 2\,307\,690$
 $230769 \times 11 = 2\,538\,459$
 $230769 \times 12 = 2\,769\,228$
 $230769 \times 13 = 2\,999\,997$ (bijna 3 000 000)

- g** Zie je iets?
 Het lijkt wat op die opgave van zojuist. Maar nu zie ik twee rijtjes getallen.
 Het eerste is bij $2307\,69 \times 3 = 69\,2307$ en bij $23076\,9 \times 4 = 9\,23076$.
 Bij $230\,769 \times 9 = 20\,769\,21$ lijkt het opeens niet meer te kloppen.
 Maar kijk je verder bij $230\,769 \times 12 = 2\,769\,228$, en rond je 228 in het antwoord af op 230, dan lijkt het weer op de terugkerende rij 230769. Zet je er weer twee van achter elkaar, dan zie je de verschillende antwoorden: 230769230769 ($\times 3$) en 230769230769 ($\times 4$).
 Het andere rijtje valt geheel uit de toon:
 $230769 \times 2 = 46\,1538$ en bijvoorbeeld $230769 \times 5 = 11538\,45$.
 Ga je verder bij $230769 \times 11 = 2538459$, dan zie je dat misschien 459 uit de laatste wijst op een afronding in de eerste: $459 \approx 460$.

Je kunt misschien nagaan of deze rijtjes iets te maken hebben met de delingen $3 : 13 (= 0.76923)$ en $2 : 13 (= 0.1538461)$

2 Kommagetallen en getallen met een punt

Opdracht 2

- a** $f\,1,40$, want er bestonden geen centen meer.
- b** $f\,13,70$, en dus niet $10 \times f\,1,40 = f\,14,00$.
- c** Allemaal apart is niet handig, want dan moest je $6 \times f\,1,40$ betalen.
 Met rekenmachine:
 Toets in 6 [x] 1.40 [=] 8.40
 Voor twee doosjes bereken je 2 [x] 1.37 [=] 2.74. Je moest dus $f\,2,75$ betalen. Dit drie keer, dus 3 [x] 2.75 [=] 8.25. Je betaalde dus in totaal $f\,8,25$.
 Twee keer drie doosjes vind je door 3 [x] 1.37 [=] 4.11. Je betaalt dus $f\,4,10$ en in het totaal $f\,8,20$.
 In één keer zes doosjes tegelijk is 6 [x] 1.37 [=] 8.22. Dus betaalde je dan ook $f\,8,20$.
- d** Een cent is het een honderdste ($\frac{1}{100}$) deel van een gulden. Het woord 'cent' komt uit het Frans, en betekent 'honderd'. Als je dit niet gelooft, zoek je het maar op in een Frans woordenboek.
- e** Niet als je het gewend bent natuurlijk. Maar wat zou je graag horen als je het getal ook moet opschrijven? Ik denk: 'twee vier zeven komma vijf negen'. En als je het dan hebt opgeschreven, kun je pas goed zien welk getal het eigenlijk is.
- f** $2,461\text{ meter} = 2\text{ meter} + 4\text{ decimeter} + 6\text{ centimeter} + 1\text{ millimeter}$.
- g** Ze noemen dat wel eens een drijvende komma. Ook zegt men wel: 'De komma verschuift'. En als je $\times 10$ doet, verschuift de komma dus één plaats naar rechts. En als je $: 10$ doet, gaat de komma drie plaatsen de andere kant op, naar links dus.
- h** De punt in getallen op de rekenmachine betekent hetzelfde als wat de komma in kommagetallen (zoals geldbedragen) betekent.
- i** Eerst doe je $450.725 \times 100 = 45072.5$.
 En dan $45072.5 : 100\,000 = 0.450725$ (5 plaatsen naar links dus).
- j** Bijna gelijk is aan 2.
 Ja, kijk maar:
 $1.9\,999\,999\text{ km} = 1\text{ km} + 9\text{ hm} + 9\text{ dam} + 9\text{ m} + 9\text{ dm} + 9\text{ cm} + 9\text{ mm} + 0,9\text{ mm}$.
- k** Je doet net zoals hiervoor: $1.99\text{ km} = 1\text{ km} + 9\text{ hm} + 9\text{ dam}$. Het scheelt dus 1 dam op 1 km.
 Mooier vind ik: $1,99\text{ m} = 1\text{ m} + 9\text{ dm} + 9\text{ cm}$, het scheelt 1 cm op 1 meter.

Je kunt ook zeggen: het scheelt 1 cent op een gulden (en dat wordt tegenwoordig dus eigenlijk erg klein gevonden; denk aan de centen).

- l** Natuurlijk deed de winkelier dat omdat $f\ 2,98$ goedkoper leek dan $f\ 3,00$. In feite is het ook goedkoper, maar dan moest je wel meer dan één ervan kopen.
In het geval van $f\ 2,98$ moest je dus 2 cent per doosje meer betalen dan op het prijskaartje stond. Wilde je een kwartje verdienen (!), dan moest je 13 doosjes nemen.
Even controleren 13 doosjes kostten $13 \times f\ 2,98 = f\ 38,74$. Je betaalde dan $f\ 38,75$ in plaats van $13 \times f\ 3,00 = f\ 39,00$.
- m** Toets 10 [:] 3 [=]
Er komt in het venster: $10 : 3 = 3.3333333$. (Dat is dus 3 repen + 3 blokjes + 3 snippertjes + 0,3 snippertjes + 0,03 snippertjes enzovoort).
- n** De rekenmachine maakt geen onderscheid tussen de 10 repen en de plank van 10 meter. Bij $10 : 3$ geeft hij hetzelfde antwoord 3.3333333.
Voor de plank zou dat betekenen: 3 m + 3 dm + 3 cm + 3 mm + 0,3 mm + 0,03 mm enzovoort.
Bij 3 mm moet het antwoord ophouden, want een zaagsnede is al dikker dan 1 mm en op een liniaaltje (rolmaat, duimstok of iets dergelijks) kun je niet preciezer aflezen dan 1 mm.
Bij de plank is het antwoord dus 3,3333333.
- o** Er komt 20 [:] 3 [=] 6.6666666; dat is logisch, want $20 : 3$ is tweemaal zo groot als $10 : 3 (= 3.3333333)$.
- p** Dacht je dat als je iets in 9 gelijke delen verdeelt en ze dan alle negen weer bij elkaar telt, je die 10 weer terug zou krijgen?
Maar in plaats van 10 komt er 9.9999999. Het scheelt wel niet veel, het is niet precies de 10 die je misschien had verwacht. Dat komt omdat deze rekenmachine niet meer dan 8 cijfers in het venster kan hebben, en dus elke uitkomst achter het achtste cijfer moet afbreken. Zo is elk antwoord (iets) te klein en komt uit 9×1.1111111 natuurlijk uit op 9.9999999.

3 Afbreken, afronden en periodes

Opdracht 3

- a** Deze rekenmachine breekt na 8 cijfers af en geeft dus een antwoord dat te klein is.
- b** Dat weet je nu vast wel: afbreken betekent 'kleiner maken'.
- c** Ja, wat vind jij mooi? En wat vindt een wiskundige mooi? Dat laatste kun je je wel voorstellen: regelmaat! $10 [:] 3 [=]$ 'allemaal drieën'.
 $10 [:] 6 [=]$ '(bijna) allemaal zessen.
- d** Bij $10 [:] 7$ krijg je 6 verschillende cijfers achter de komma. Een wiskundige weet dat die zes cijfers zich eigenlijk steeds herhalen, als je meer cijfers achter de komma zou kunnen zien. (Bijvoorbeeld met een staartdeling!). Dus die vindt het toch ook mooi.
En $10 : 11 = 0.90.90.90.9$; dat is ook mooi, want 90 wordt steeds herhaald. Die laatste 9 zit je dwars? Nou, achter die 9 hoort een 'nul' te staan (eigenlijk een hele rij 090909090909°), maar er werd afgebroken. Dat laatste kun je ook zien zonder de staartdeling echt te maken. Je hoeft alleen maar een staartdeling te denken. Alleen het beginstukje heb je nodig:
 $11 / 10,0000000000 \dots \backslash 0,90$
99
100
enz.
- e** $10 [:] 2 [=]$ 5 en $10 [:] 3 [=]$ 3.3333333 en $10 [:] 4 [=]$ 2.5

f	deling	periode	opmerkingen
	$10 : 2 = 5$	-	deling gaat op, geen herhaling dus
	$10 : 3 = 3.3333333$	1	deling gaat niet op, 3 wordt steeds herhaald
	$10 : 4 = 2.5$	-	deling gaat op, geen herhaling dus
	$10 : 5 = 2.0$	-	deling gaat op, geen herhaling dus
	$10 : 6 = 1.6666666$	1	6 wordt herhaald
	$10 : 7 = 1.428571$	6	428571 wordt herhaald
	$10 : 8 = 0.125$	-	deling gaat op, geen herhaling dus
	$10 : 9 = 1.1111111$	1	1 wordt herhaald
	$10 : 10 = 1$	-	deling gaat op, geen herhaling dus
	$10 : 11 = 0.9090909$	2	09 wordt herhaald
	$10 : 12 = 0.8333333$	1	8 is vreemde eend, 3 wordt herhaald
	$10 : 13 = 0.76923076$	6	net als bij $10 : 7$

g De periode voor $10 : 7 = 6$, net als bij $10 : 13$, want na 428571 komt de herhaling.

h	deling	periode	opmerkingen
	$100 : 12 = 0.8333333$	1	Gemengd, vreemde eend is de 8
	$100 : 13 = 7.6923076$ (alweer!)	6	
	$100 : 14 = 7.1428571$	6	
	$100 : 15 = 6.6666666$	1	
	$100 : 16 = 6.25$	-	
	$100 : 17 = 5.8823529$	??	Je ziet zo op het eerste gezicht geen herhaling optreden. Zoek dat maar eens uit met een staartdeling *
	$100 : 18 = 5.5555555$	1	
	$100 : 19 = 5.2631578$	?	Net zo iets als bij 17
	$100 : 20 = 5$	-	
	$100 : 21 = 4.7619047$	6	Zie je zo
	$100 : 22 = 4.5454545$	2	
	$100 : 23 = 4.347826$	?	
	$100 : 24 = 4.1666666$	1	Gemengd, als bij $10 : 12$
	$100 : 25 = 4$	-	

* $100 : 17 = \dots$

Pas na 16 keer aanhalen kom je weer bij de rest 100 uit en kun je het spelletje opnieuw beginnen.

$100 : 17 = 5.882\ 352\ 941\ 176\ 470$; de periode is dus 16, eentje minder dan 17.

En dat was bij $10 : 7$ ook het geval (periode 6, eentje minder dan 7).

Bij $100 : 19$ is de periode 18, bij $100 : 23$ is de periode 22. Dat zou je ook met een staartdeling kunnen vinden.

i Op zoek naar de periode 3.

$100 : 26 = 3.8461538$	mis
$100 : 27 = 3.7037037$	raak
$1000 : 216 = 4.6296296$	ook goed

Even zien hoe die periode van 3 tot stand is gekomen; met een staartdeling natuurlijk.

$27 \over 100.000\ 000 \ 3.703703$

81

190

189

100 en daar komt de 3 weer aan!

Straks leer je een methode om zoveel te vinden als jezelf wilt. Je gaat dan gebruiken dat de deling $216 : 999 = 0.216216$ geeft. En dus ook dat $703 : 999 = \dots$

j Het gaat steeds om delers die uit negens bestaan:

$$10 : 9 = 1.111...$$

$$1 : 9 = 0.111...$$

$$7 : 9 = 0.777...$$

$$5 : 9 = 0.555...$$

Als je een getal (1 t/m 8) deelt door 9, dan geeft de rekenmachine een rijtje van die getallen achter de komma.

Hoe zit dat met een getal als 17? Even kijken: $17 : 9 = 1.888...$ Dat kun je misschien wel begrijpen, want $\frac{17}{9} = 1 + \frac{8}{9}$. Nu kun je alle antwoorden wel voorspellen, als er door 9 gedeeld wordt.

$$100 : 99 = 1.010101...$$

$$1 : 99 = 0.010101...$$

$$5 : 99 = 0.050505...$$

$$17 : 99 = 0.171717...$$

...

Als je een getal van twee cijfers door 99 deelt, krijg je achter de komma een rijtje van dat getal.

Deel je een getal van 1 cijfer door 99, dan moet je er een 0 voor denken: $05 : 99 = 0.050505...$

$$1000 : 999 = 1.00100100...$$

$$123 : 999 = 0.123123...$$

...

Eigenlijk hetzelfde, maar nu met getallen van drie cijfers. Dit gebruikte je al eerder, toen je zocht naar breuken met een periode van 3.

$$246 : 333 = 0.738738... \text{ Nogal wiesdes, want } 246 : 333 = 738 : 999$$

$$5 : 33 = 15 : 99 = (\text{zonder rekenmachine}) 0.1515...$$

$$35 : 37 (\text{Ik pak mijn rekenmachine weer even erbij}) = 0.945945...$$

Zo te zien moet het ook gelijk zijn aan $945 : 999$. Dat klopt, je kunt vereenvoudigen, deel 945 en 999 eerst door 9 ($105 : 111$) en dan door 3 ($35 : 37$). Hé, wist je dat $111 = 3 \times 37$ was?

$$3 : 11 = (\text{zonder}) 27 : 99 = 0.2727...$$

...

Prachtig, je kunt nu heel wat antwoorden voorspellen en ook zelf mooie rijtjes maken. Bijvoorbeeld het rijtje 1234. Je wil dat door de rekenmachine laten herhalen. Wat zou jij doen?

Ik deed $1234 : 9999 =$

4 Andere trucs

Opdracht 4

a Je krijgt eerst 4 en daarna 16. Dat heet steeds het kwadraat.

b Als je eerst 4 en dan $[:]$ [=] intoetst, komt er 0.25. Dat is dus 'een kwartje' en ook gelijk aan $\frac{1}{4}$ (van een gulden) of $1 : 4$. Laat maar zien.

Toets je $2 [:]$ [=], dan komt er 0.5, en dat is een half of $\frac{1}{2}$ of $1 : 2$.

Bij $5 [:]$ [=] komt er 0.2 (je kunt ook lezen 0.20, twee dubbeltjes dus) en dat is $\frac{2}{10}$ of $\frac{1}{5}$ en dat is hetzelfde als $1 : 5$.

Nu zie je wel wat de rekenmachine eigenlijk doet bij een opdracht als $4 [:]$ [=].

Hij rekent dan uit $1 : 4 = 0.25$. Je kunt wel zeggen dat hij het 'omgekeerde' van het getal berekent.

c Je krijgt eerst $2 [:]$ [=] 0.5 en dan nog eens $[:]$ [=] 2. Dat is $\frac{1}{2}$ en dan weer omkeren is 2.

- d Ja, dat klopt! Bij 4 krijg je 0.25 en dan weer 4. Hetzelfde gebeurt bij 5 en 8.
- e Wat zou er moeten komen?
Je moest dus voorspellen wat er komt bij 3 [:] [=] [:] [=]. Dat is niet moeilijk, want de eerste stap (3 [:] [=]) Maakt er 1 : 3 of $\frac{1}{3}$ van: het omgekeerde van 3 dus. En bij de tweede stap wordt het weer omgekeerd, dus zijn we weer terug bij het begin: 3. Er moet dus 3 in het venster verschijnen, of niet soms?
Doe het nu eens met de TI-106. Er komt niet helemaal 3 in het venster, maar 3.0000003. Dat scheelt niet veel, maar toch °
- f Je begint met 2 [:] [=] [:] [=], antwoord 2. Bij 3 [:] [=] [:] [=] antwoord 3.0000003.
Toen 4 [:] [=] [:] [=], antwoord 4 en 5 [:] [=] [:] [=], antwoord 5. Bij 6 ging er weer iets mis: 6 [:] [=] [:] [=] antwoord 6.0000024. Een onnauwkeurigheid van 0,0000024. Bij 7 kwam er 7 [:] [=] [:] [=], antwoord 7.0000021, een iets kleinere afwijking dus. Bij 8 precies 8 (afwijking van 0 dus) en bij 9 werd het 9.0000009.
Er komt dus steeds een antwoord, dat groter is dan je zou verwachten. Er is, anders gezegd, een afwijking naar boven.
Hoe zou dat komen? Begrijp je dat? De rekenmachine breekt getallen af. Dus in eerste instantie geeft de TI-106 te kleine antwoorden. Zo wordt bij 1 [:] 3 [=] 0.3333333 de rij van oneindig veel drieën achter de zevende drie afgebroken. Het antwoord is dus te klein. Maar bij de tweede stap moet de rekenmachine 1 : 0.3333333 uitrekenen. Zie je wat er gebeurt? Het getal 0.3333333 is kleiner dan $\frac{1}{3}$, dus je deelt door 'minder', dus moet er 'meer' uitkomen.
(Als je met z'n achten deelt, krijg je meer dan als je met z'n tien deelt, niet waar? En dat geldt ook als je door breuken deelt. Vraag maar aan je TI-106).
Opmerking: zie je nu ook waarom het bij 2, 4, 5 en 8 'precies' uitkomt. Daar ontstaan namelijk geen breuken die moeten worden afgebroken door de rekenmachine.
- g Begin maar eens met 17 [:] [=] [:] [=], antwoord 17.000008, eigenlijk dus 17.0000080.
Schrijf dat maar even zo, omdat gevraagd werd op de laatste cijfers te letten.
Vervolgens 25 [:] [=] [:] [=], antwoord 25 (Precies dus. Dat is niet zo vreemd?).
Nog een getal proberen: 39 [:] [=] [:] [=], antwoord 39.000039, eigenlijk dus 39.0000390.
Nog maar een groter getal, 99 [:] [=] [:] [=], antwoord 99.0000990. De afwijking wordt groter en groter.
Neem 750 (dat zal wel precies uitkomen?): 750 [:] [=] [:] [=], antwoord 750.0187500.
Fout voorspeld dus, hoe kan dat nou? O ja, $750 = 3 \times 250$, en die 3 speelde me parten.
Bij 250 moet het wel precies zijn: klopt.
Neem nu zomaar een getal: 1234 [:] [=] [:] [=], antwoord 1234.1108000.
Dat is helemaal een grote afwijking naar boven. Het lijkt erop dat hoe groter je het begingetal kiest, des te groter de afwijking naar boven is.
- h Wat kun je daarover zeggen? Hoe groter het begingetal, des te kleiner is het omgekeerde.
1 : 99 is natuurlijk veel kleiner dan bijvoorbeeld 1 : 17, denk maar aan een taart (of 100 euro's) die verdeeld moet(en) worden.
Als je van het kleine getal (1 : 99) een stuk afbreekt, is dat natuurlijk ingrijpender (erger) dan als je dat stuk van een groter getal (1 : 17) afbreekt.
Het kleinere getal (1 : 99) wordt dus zo gezien meer kleiner dan het grotere (1 : 17).
Anders gezegd: het kleinere getal krijgt door het afbreken een grotere afwijking naar beneden dan het grotere. Neem je dan daarna weer het omgekeerde, dan wordt de afwijking naar beneden een afwijking naar boven. Het omgekeerde van 1 : 99 krijgt dus een grotere afwijking naar boven dan het omgekeerde van 1 : 17.
Je kunt dit een beetje zien als je de stappen op de TI-106 in het venster volgt.
Neem dan wat mooiere getallen om mee te beginnen, zoals 9 en 99.

Heb je trouwens 9999 geprobeerd? Dan wordt helemaal mooi duidelijk wat het afbreken betekent. $1 : 9999$ (of natuurlijk $9999 [:] [=]$) moet worden 0.00010001 enz. Maar de rekenmachine breekt af na het zevende cijfer achter de komma en toont niet 0.0001000 , maar 0.0001 . Een tienduizendste. Keer die breuk maar om!

5 Kwadraten

Opdracht 5

a Anders dan een gokje nemen?

Sommige mensen kennen die getallen (kwadraten noem je ze ook wel) uit het hoofd.

$1 \times 1 = 1$	$6 \times 6 = 36$	$11 \times 11 = 121$	$16 \times 16 = 256$	$21 \times 21 = 441$
$2 \times 2 = 4$	$7 \times 7 = 49$	$12 \times 12 = 144$	$17 \times 17 = 289$	$22 \times 22 = 484$
$3 \times 3 = 9$	$8 \times 8 = 64$	$13 \times 13 = 169$	$18 \times 18 = 324$	$23 \times 23 = 529$
$4 \times 4 = 16$	$9 \times 9 = 81$	$14 \times 14 = 196$	$19 \times 19 = 371$	$24 \times 24 = 576$
$5 \times 5 = 25$	$10 \times 10 = 100$	$15 \times 15 = 225$	$20 \times 20 = 400$	$25 \times 25 = 625$

Dan kom je al heel ver, maar met grotere getallen, zoals bijvoorbeeld 1296, moet je toch weer rekenen.

Ik doe dat dan wel eens zo:

1. Het gezochte getal heeft twee cijfers (want 1296 heeft er vier).

2. Het ligt tussen 30 ($30 \times 30 = 900$) en 40 ($40 \times 40 = 1600$).

3. Het eindigt op een 4 ($4 \times 4 = 16$) of een 6 ($6 \times 6 = 36$).

4. Ik probeer $34 \times 34 = 1156$. Mis!

5. Ik weet nu dat het 36 moet zijn. Klopt, $36 \times 36 = 1296$.

Nog een voorbeeld, doe maar mee: 15 129.

Stap 1: getal van 3 cijfers (want 2 is te weinig)

Stap 2: het eindigt op een 3 of een 7

Stap 3: het zit tussen 120 en 130 (uitgeprobeerd via $110 \times 110 = 12100$, $120 \times 120 = 14400$ en $130 \times 130 = 16900$).

Stap 4: dus het is 123 (kijk maar!).

b Dat is niet helemaal waar. Wie iets meer van kommagetallen weet, kan gewoon verder proberen.

Kijk maar:

$2.5 \times 2.5 = 6.25$ (2.5 is dus teveel)

Probeer $2.4 \times 2.4 = 5.76$, ook teveel.

Dan $2.3 \times 2.3 = 5.29$ teveel en $2.2 \times 2.2 = 4.84$ te weinig.

Dus ergens tussen 2.2 en 2.3. Probeer $2.25 \times 2.25 = 5.0625$ teveel.

$2.24 \times 2.24 = 5.0176$ iets teveel.

$2.23 \times 2.23 = 4.9729$ iets te weinig.

Tussen 2.23 en 2.24 in. Enzovoort.

c $\sqrt{5}$ geeft 2.2360679. Geen 'E' en zie je dat het tussen 2.23 en 2.24 ligt?

d Zou het echt goed zijn? Dan moet $2.2360679 \times 2.2360679 = 5$.

Onderzoek dat maar als volgt:

Stap 1: $5 \sqrt{ } [=]$ 2.2360679.

Stap 2: $[x] [=]$ 4.9999996. (zie opdracht 4b).

Bijna 5, iets te weinig. Je weet nu hoe dat komt.

Deel 2: Een rekenmachine die meer kan!

1 Wat kan deze rekenmachine allemaal?

Oplossingen TI-30X IIB

Opdracht 1

- a Bijvoorbeeld zie je dat $\sqrt{}$ boven de knop met $[x^2]$ staat. En dat $\sqrt{}$ oranje is en dat linksboven een hele gele toets staat met $[2nd]$ erop. Dat 2nd staat voor second. Dat is Engels en betekent 'tweede'. Druk je namelijk eerst op $[2nd]$ en dan op een andere toets, dan doet die toets wat er in het oranje boven staat. Dus bijvoorbeeld $[2nd] [x^2] 9$ levert $9 \sqrt{}$ en geeft 3.
Probeer maar even.
Men zegt wel dat die toetsen, waar iets in het oranje boven staat, niet één functie hebben (zoals alle toetsen op de TI-106 van zojuist), maar twee functies. En de 2nd-toets geeft aan een toets de 'tweede' functie. Zo, nu weet je ook waar dat 'tweede' (second) vandaan komt.
Ook zie je bij de TI-30X IIB twee regels in het venster. Op de bovenste regel zie je wat je intoetst. Op de onderste regel zie je het antwoord.
- b De knop $[x^{-1}]$
Ik doe $2 [x^{-1}]$ en de rekenmachine geeft 0.5 (dat is dus $\frac{1}{2}$, het omgekeerde van 2). En dan $3 [x^{-1}]$, dan komt er een bekende repeterende breuk: 0.3333333. Op de TI-106 bereikte je dat met de toetsen $2 [:] [=]$ en $3 [:] [=]$. Nu zegt de machine dus precies wat er gebeurt: $[x^{-1}]$, omkeren dus.
- c De gele toets $\sqrt{}$ is hetzelfde als $[2nd] [x^2]$
 $[2nd] [x^2] 9$ geeft 3 en $[2nd] [x^2] 25$ geeft (natuurlijk) 5.
- d Ja, dat kun je wel zien. $5 [x^2]$ geeft 25 enzovoort. Die toets heeft de functie om te 'kwadrateren', dat is dat hij kwadraten maakt. Eigenlijk kun je dat op de toets zelf zien, want 5^2 is een andere manier om 5×5 te schrijven.
Even proberen. Je herinnert je van deel 1 het getal $1296 = 36 \times 36$. Nu doe je dus $36 [x^2]$. Ja hoor, er komt 1296. En even terug: $[2nd] [x^2] 1296$ (dat is dus $\sqrt{1296}$, zoals wiskundigen schrijven) levert inderdaad 36.
- e Welk foutje is het kleinste? In 1.6666666 of in 1.6666667?
Als je zelf $5 : 3$ met een (oneindig lange) staartdeling zou uitrekenen, dan kreeg je allemaal zessen achter de komma, een oneindig lange rij. De TI-106 breekt af na de zevende 6 achter de komma en maakt dus van ons getal 1.66666660
De TI-30X IIB breekt niet af, maar rondt af en geeft dus eigenlijk 1.6666666670...
Je zou kunnen zeggen dat de TI-106 van 66 de afbreking 60 maakt en de TI-30X IIB maakt van 66 de afronding 70. Dat laatste is minder fout. En het is nog kleiner dan je zo denkt, van 66 is eigenlijk 66 zes cijfers achter de komma, dus 0.0000000066. Weet je nog, zo klein als 0.66 mm op een kilometer.
- f Het laatste antwoord ligt dichtbij 5. Namelijk 5.000000001. Het andere antwoord is 4.9999998.
- g Het afronden op stuivers hebben we in deel 1 gedaan.

2 Weet de machine meer dan hij laat zien?

Opdracht 2

- a Je kunt ook gewoon in je leerlingenboekje verder lezen, want daar wordt ook verteld hoe je achter de schermen kunt kijken. Maar maak zelf maar eens een ontdekkingstochtje.
Neem de TI-30X IIB en reken als volgt:
 $5 : 3 = 1.666666667$

Was er nog een tiende getal achter de komma berekend en bleef dat achter de schermen.
 Probeer, om daar achter te komen, het getal in het venster een plaats naar links te verschuiven 'zonder de achterkant te beschadigen'.
 Doe eerst $1.666666667 - 1.6 = 0.066666667$.
 Verplaats nu de komma één plaats naar rechts: 10 x, dat gaf 0.666666667.
 Tel daar nu, zonder rekenmachine (want dan zit je weer met 10 cijfers) de 1.6 (denk erom, eerst x 10 doen) bij op, dan krijg je 16.666666667.
 Ga nu terug naar het begin, dus delen door tien geeft $5 : 3 = 1,666666667$. Eén cijfer meer.
 Misschien houdt de machine nog wel meer cijfers achter de hand. Wil je dat weten, dan herhaal je wat je net gedaan hebt, maar begint dan met je laatste getal 1.666666667 (van 11 cijfers!)

- b** Een verder kijkje achter de schermen van de TI-30X IIB.
 Toets [2nd] [x²] 5 (dus eigenlijk 5 [√]) en krijg 2.236067978.
 Trek af 2.2360797. Er komt natuurlijk 0.000000008.
 Schuif nu met de komma, doe [x] 10000. Er komt 0.0000075.
 $\sqrt{5}$ is dus volgens de rekenmachine 2.23606797785.
 Zou de TI-30X IIB nog meer cijfers achter de hand hebben? Doe daarom nog maar een keer x 10.
 Er komt 0.000075. Wat betekent dit antwoord? Dat er achter de laatste 11 geen cijfers meer in de machine stonden!
- c** Je vindt iets vreemds: 1.2345 -10. Wat mag dat betekenen?
 Lees maar gauw verder in je leerlingenboekje.
- d** Ook met 3.4567
 Heb je geen zin om steeds maar weer door 10 te Doe dan in één keer [:] 10 000 000 00, in plaats van 9 keer delen door 10. Er kwam 0.000000003. Toen nog een keer [:] 10 en 3.4567 -10.
 Eigenlijk precies hetzelfde dus, na 10 keer delen door 10, of zoiets. Zou die -10 achteraan iets met 10 keer delen te maken hebben?
- e** De komma gaat nog een plaats naar rechts. Op de rekenmachine komt er 3.4567 11.
- f** Het getal 3.4567 99 in het venster betekent dat de rekenmachine met dit enorme getal berekeningen kan maken. Dat het 'er dus in staat'.
- g** Je zult wel denken: 'Hoe krijg ik dat getal 3.4567 99 in het venster?'
 Er is een lange manier en een korte manier om dat voor elkaar te krijgen. Begin maar met de lange, de korte komt straks wel.
 99 betekent dat je 99 keer x 10 moet doen. Nu kun je dat gelukkig wat sneller, door steeds x 10 000 000 te doen. Dat is dus 7 stappen van x 10 tegelijk. Hoe vaak moet dat? $99 : 7 = 12$ rest 5.
 Dus 12 keer x 10 000 000 en dan nog x 100 000 (van rest 5). Probeer het maar.
 De korte manier komt straks.

Dat betekent dus dat we de grens van de TI-30X IIB hebben bereikt: de machine kan geen grotere getallen bevatten dan die van 100 cijfers. Het getal 1,0 99 is namelijk een 1 met 99 nullen, een getal van 100 cijfers dus.

Maar het getal mag wel groter zijn dan 1,0 99. Probeer maar eens wat. Dan ontdek je ook dat 1.0 99 een merkwaardig getal is. Maar voor je er teveel werk van maakt, kun je beter eerst de kortere manier leren om een getal als 2.3456 99 in het venster te krijgen.

- h** Je verwacht zoiets als 2.3456 09. Kijk zelf maar.
 Je kreeg: 2345600000.
- i** $0.000023456 : 10 = 0.000002346$. Ja de 56 op het eind moet worden afgerond, dat wordt 6 (of 60 in plaats van 56).
- j** Je dacht dat er 0.00000024 kwam, maar dat klopte niet. Er komt 0.00000023. Nu snap je dat wel, want 2.3456 wordt afgerond op 2.3 omdat 456 kleiner is dan 500. Nu zie je ook dat de machine cijfers achter de schermen heeft. En dat zie je in de volgende stap ook weer.

- k** De komma gaat nog een plaats naar links, dus 2.3456 -10 moet dan 2.3456 -11 worden.
- l** Je had 2.3456 -99 in het venster. Met [:] 10 komt er in het venster 0. Wat betekent dat? Het betekent dat als je de komma meer dan 99 plaatsen naar links verschuift, het getal zo klein wordt dat de TI-30X IIB het getal afrondt tot 0. Je kunt het ook anders zeggen: het betekent dat het kleinste getal op de TI-30X IIB het getal 1.0 -99 is.
Stel je dat eens voor.
Het begint ergens ver naar links met 0.0000 ... totaal acht en negentig nullen ... 00001.
Kan het echt niet kleiner? Kun je echt bijvoorbeeld het getal 0.1 -99 er niet inzetten? Dat bekijken we straks nog eens, als we eindelijk die kortere manier weten om een getal als 1,0 88 in het venster te krijgen.
- m** Wat klopt? 1.234 [2nd] [x⁻¹] 2 geeft netjes 1.234 E2 in de bovenste regel. Toets voor de zekerheid even [=], dan weet je of de rekenmachine dit getal wel 'slikt', er komt 123.4. Dat klopt, de rekenmachine haalt die merkwaardige schrijfwijze zelf weg en schrijft 1.234 E2 gewoon als 123.4.
- n** Je toetste 23.45 [2nd] [x⁻¹] 3 in, er kwam in het venster 23.45 E3, toen [=], dat geeft natuurlijk 23450.
- o** Oppassen, dat gaat anders dan je dacht. Je begint met 1.234, dan [2nd] [x⁻¹], dan [(-)], die zit op de onderste rij, en dan 7. Dan komt er 1.234E -7. Nu is alles wel duidelijk.
- p** 1.3422 8 is een getal van 9 cijfers, namelijk 134 220 000.
- q** Steeds kwadrateren met de toets [x²] en daarna steeds [=]. Dus. Er komt dan de volgende rij getallen: 2, 4, 16, 256, 65536, 4294967296, 1.844674407 19, 3.402823669 38, 1,157920892 77, OVERFLOW Error.

3 Meer over grote getallen

Opdracht 3

- a** Hoe kun je nu verder. Je moet dus een vermenigvuldiging maken van (123000 + 456) met (654000 + 321). En je weet dat het antwoord niet in het venster van de TI-30X IIB past.
Doe eerst die stukken met drie nullen op het eind, de duizendtallen: 123 x 654 = 80442 (met zes nullen dus). Dan de 'eenheden, de stukken zonder nullen dus: 456 x 321 = 146376 (zonder nullen).
Vervolgens 123000 x 321 en 654000 x 456, dat levert 'duizenden' (drie nullen) op: 123 x 321 = 39483(000) + 298224(000).
Nu netjes onder elkaar zetten en optellen:
- | |
|----------------|
| 80 442 000 000 |
| 39 483 000 |
| 298 224 000 |
| 146 376 |
| 80 779 853 376 |
- b** De machine gaf voor 123456 x 654321 = 8.077985338 10. (Het aantal cijfers, 11 en bijna alles klopt). Maar nu wil je dus achter de schermen kijken. Delen door 10 wordt gezegd. Doe het maar wat sneller, delen door 1000: 80779853.38. (Waarom door 1000 delen? Omdat er in het venster een getal van 10 cijfers past en omdat er nu elf cijfers waren).
Nu ben je een heel eind op weg om het hele getal te vinden: 80 779 853 .376, zou dat staartje van 376 er ook nog achter de schermen inzitten?
Haal het eerste stuk van 80779853 eraf. Trek dus 80 000 000 ervan af: 779853.376, het klopt!
Je vond dus het hele getal 80 779 853 376 achter de notatie 8.077985338 10
- c** Klopt het?
3456 x 4321 = 14 933 376
Doe [-] 10 000 000, er komt geen cijfer van achter de schermen (4 933 376). De 6 op het eind komt van 6 x 1 als laatste cijfers van 3456 en 6543.

- d $12345678 \times 87654321 = 1.082152022 \ 15$, een getal van 16 cijfers dus.
Even achter de schermen kijken: $1.082152011 \ 15$
Deel door $100 \ 000 \ 000 = 1082 \ 1520,22 - 10 \ 000 \ 000 = 82 \ 1520,22,37 - 82000 = 1520,22374 - 1500 = 20,22374$.
De laatste aftrekking toont dat er niets meer achter de schermen te vinden is.
Wat heb je nu gevonden? Wel, dat is niet mis. Doe de cijfers achter de schermen (eerst 22 en toen 4) er maar bij: $10 \ 821 \ 520 \ 224 \ 000 \ 00$.
De laatste drie cijfers heb je nog niet, en de laatste gevonden 4 kan nog een afronding zijn.
Reken nu in gedachte $(12340000 + 5678) \times (87650000 + 4321)$ en doe echt met de rekenmachine $5678 \times 4321 = 2453 \ 4638$. Hiervan moeten de laatste vier cijfers goed zijn (vanwege de splitsingen 12340000 en 87650000). Dus het goede antwoord eindigt op 4638.
Je hebt $1082 \ 1520 \ 2237 \ 4638$!

4 Faculteit!

Opdracht 4

- a Zes faculteit ($6!$) is 720, ook te zien als 6×120 ($120 = 5!$).
- b Bij $14! = 8,71782912 \ 10$
- c Bedoeld wordt dus $13! = 6227020800$. En $14! = 14 \times 13! = 14 \times 6227020800$.
De laatste twee cijfers zijn natuurlijk ook nullen.
Precies: $14! = 100 \times 14 \times 6227020800 = 100 \times 871782912 = 87178291200$.
Via een blik achter de schermen vind je hetzelfde getal: $14! = 8.71782912 \ 10 : 100 = 871782912$ (bedenk zelf de twee nullen).
- d Begin bij $25! = 1.551121004 \ 25$ (toevallig?), dat zijn dus 26 cijfers.
Probeer $69! = 1.711224524 \ 98$ en $70! = \text{OVERFLOW Error}$ Dus $70!$ is de kleinste met meer dan 100 cijfers.
- e Elke factor 5 geeft een factor 10 en dus een nul op het eind van het getal. Er zijn namelijk steeds voldoende factoren 2 om met die 5 een 10 te maken.
 $1 \times \underline{2} \times 3 \times 4 \times \underline{5} = 120$ (één factor 10)
 $10! = 3628800$ (met twee factoren 10)
Nu moet je naar $15! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \underline{5} \times \underline{6} \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times \underline{11} \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 =$, je ziet de drie factoren 10 in dit product. Dus eindigt het op drie nullen.
- f Als je weet wat een negenvoud is, kun je dat gemakkelijk nagaan met de rekenmachine.
Een negenvoud is een getal uit de tafel van 9. Maar daarbij hoeft je niet bij $10 \times 9 = 90$ op te houden. 99 is ook een negenvoud en 999000 ook. Om maar wat te noemen.
Maar je kunt het natuurlijk niet voor allemaal uitrekenen, daarvoor zijn er teveel.
Kies er maar wat: $6! = 720$ (som van de cijfers is 9); $7! = 5040$ (som cijfers is 9); $10! = 3628800$ (som van de cijfers is 27, ook deelbaar door 9). Wat daar gezegd werd, lijkt te kloppen.
- g Maakte jij ook gebruik van 'nullen op het eind', 'achter de schermen kijken', 'het laatste cijfer' en 'de som van de cijfers een negenvoud'?

1!	1	10!	3 628 800
2!	2	11!	39 916 800
3!	6	12!	479 001 600
4!	24	13!	6 227 020 800
5!	120	14!	87 178 291 200
6!	720	15!	1 307 674 368 000
7!	5040	16!	20 922 789 888 000
8!	40320	17!	355 687 428 096 000
9!	362880	18!	6 402 373 705 728 000

- h Ja, de toets $[x^2]$ doet hetzelfde (heeft dezelfde functie).
i Welke functie heeft ... $\wedge$ 3?

1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

Je ziet het, hier wordt steeds zo gerekend: $2 \times 2 \times 2 = 8$; $3 \times 3 \times 3 = 27$ enzovoort.

- j Geleerd wil iedereen wel zijn, is het niet?

	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	4096
5	25	125	625	3125	15625
6	36	216	1296	7776	46656
7	49	343	2401	16807	117649
8	64	512	4096	32768	262144
9	81	729	6561	59049	531441
10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

- k Schaakbord

Op het tiende vakje liggen dus $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ graankorrels (als die tenminste nog erop passen!). Met de rekenmachine: $2 [\wedge] 10 [=]$ 1024.

Er zijn 64 vakjes: $2 [\wedge] 64 = 1.8447 \dots 19$ (een getal van 20 cijfers) graankorrels.

- l Toets 10 $[\wedge] 37$, er komt dan wat je ook zou krijgen als je 37 keer achter elkaar $\times 10$ zou nemen. De TI-30X IIB geeft 1. 37. Dat is een 1 met 37 nullen.
m $9 [\wedge] 0.5 = 3$; dat is hetzelfde als $[2nd] [x^2] 9$.
n Tabel bij ... $[\wedge] [(-)] 1 =$

1	1
2	0.5
3	0.333...
4	0.25
5	0.2
6	0.1666...
7	0.142857
8	0.125
9	0.111...
10	0.1

- Deze functie is hetzelfde als $\dots[x^{-1}]$ op deze TI-30X IIB en $\dots [:] [=]$ op de TI-106.
En $\dots [\wedge] [(-)] 2 [=]$ is dezelfde functie als $[x^2]$ en dan $[x^{-1}]$. Het getal wordt eerst met zichzelf vermenigvuldigd en dan omgekeerd.

Einde!

(

(

(

(

