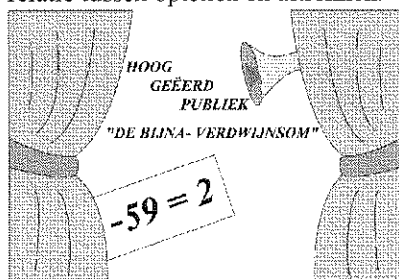


- De goede som.
Laat leerlingen sommen bedenken die wel bij het antwoord van Waku-waku passen.
Bijvoorbeeld: $65-64=1$ bij zijn foutieve opgave $65-56=1$.
- Achterhaal het aftrekgetal.
Zet een aantal bijna-verdwijnsommen zo op het bord dat het min-teken, de aftrekker, het is gelijk-teken en de uitkomst te zien zijn als de linkerhelft van het bord is dichtgeklapt. Vraag de leerlingen welk som er te zien zal zijn als het bord wordt geopend. Benadruk bij de controle de relatie tussen optellen en aftrekken.



- Raad mijn bijna-verdwijnsom.
Schrijf een aantal bijna-verdwijnsommen op kaartjes. Toon leerlingen hiervan alleen de uitkomst. Vraag ze er een som bij te bedenken. Licht een tipje van de sluier op en zeg dat het om een aftrekking met grote getallen gaat. Geef met warm(er) en koud(er) aan of ze dicht zijn genaderd. Het kan ook helpen de helft van de getallen te verraden. Bijvoorbeeld: het eerste getal (aftrektal) is iets in de zeventig en het tweede getal (aftrekker) is iets in de zestig. Toon ter controle het kaartje en benadruk de relatie tussen optellen en aftrekken. Een foute som als $72-62=1$ wordt op het bord genoteerd. Laat met de boogjesmethode zien waarom deze som niet klopt.
- Toepassingen.
Nodig de leerlingen uit ook opgaven als $73-48$ of $100-49$ met behulp van de boogjesmethode op te lossen. Vraag ze welke sommen ze met de boogjesmethode willen oplossen en welke niet.
- Zie ook Menne, J. (2003). Bijna-verdwijnsommen. *Willem Bartjens*, 22, 5, p.28-30.
- Werkblad B1 t/m B3.

10. Rekenen op formeel niveau

Wanneer leerlingen op een lege getallenlijn rekenen, opereren ze op een semi-formeel, modelondersteunend niveau. Het is de bedoeling dat leerlingen uiteindelijk op het hoogste niveau van formalisering leren rekenen: het formele, vakmatige niveau. Op dit niveau noteren kinderen de opgaven en de bijbehorende rekenhandelingen in rekentaal zonder tussenkomst van hulpmiddelen. Dit niveau zal niet voor alle leerlingen eind groep 4 kunnen worden bereikt. Let wel, eigen producties en bijna-verdwijnsommen worden al veel eerder op formeel niveau uitgerekend. Wat betreft deze specifieke onderdelen rekenen leerlingen dus ook al in groep 4 (3) op een formeel niveau.

Aangezien het didactische primaat bij de rijgmethode wordt gelegd, ligt het voor de hand dat de niveaus van formalisering ook allereerst bij het rijgen worden doorlopen. Dit wil niet zeggen dat met de concrete onderbouwing van het splitsen en het gevarieerde rekenen gewacht dient te worden tot de formele afwikkeling van het rijgen voltooid is. Temeer niet, omdat er mooie verbindingen tussen rijgen enerzijds en splitsen en variarekenen anderzijds te maken zijn, verbindingen die duidelijk in pijlentaal zijn uit te drukken.

Doel

Leerlingen rekenen opgaven uit zonder tussenkomst van een lege getallenlijn of ander ondersteunend model. Ze noteren hun antwoorden direct of na het noteren van één of meerdere tussenstappen in rekentaal. De strategieën die hierbij aanvankelijk voor de hand liggen zijn rijg- en variastrategieën.

Benodigd materiaal

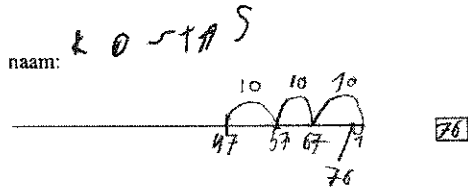
- kale en contextopgaven

Start

De overgang van informeel, modelondersteund naar formeel, vakmatig rekenen verloopt in het oefenprogramma via de volgende fasen:

Fase 1

Nadat een som met behulp van sprongen op een lege getallenlijn is opgelost, schrijft de leerkracht de oplossingsweg in pijlentaal eronder.



$$47 \xrightarrow{+10} 57 \xrightarrow{+10} 67 \xrightarrow{+10} 77 \xrightarrow{-1} 76$$

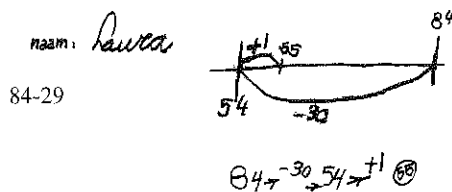
Leerkracht noteert pijlentaal naast oplossing op de lege getallenlijn



fragment: 'Leerkracht noteert pijlentaal (fase 1)' (Rekenen op formeel niveau)

Fase 2

Vervolgens doen de leerlingen dit ook. Ze leiden hun rekenzin rechtstreeks af van hun oplossingen op lijn.



Leerling noteert pijlentaal naast oplossing op de lege getallenlijn



fragment: 'Leerling noteert pijlentaal (fase 2)' (Rekenen op formeel niveau)

Fase 3

Ten slotte noteren ze zonder tussenkomst van een lege getallenlijn direct hun oplossingswijze in pijlentaal.

naam: *Malou*

73-28

$$73 \xrightarrow{-10} 63 \xrightarrow{-10} 53 \xrightarrow{-10} 43 \xrightarrow{+2} 45$$

Leerling noteert oplossingswijze rechtstreeks in pijlentaal

Verschillende strategieën

Op het formele rekenniveau worden ook andere strategieën dan de rijgaanpak gestimuleerd, zoals de varia-aanpakken en de splitsmethode.

Variastategieën kunnen eenvoudig in pijlentaal worden genoteerd. Roya rekent 39+39 uit door te compenseren:

naam: *Roya*

39+39

$$40 \xrightarrow{+40} 80 \xrightarrow{-2} 78$$

Strikt genomen passen Malou en Kostas ook variastrategieën toe, omdat ze compenseren. Ook de splitsmethode kan worden genoteerd in pijlentaal:

naam: *Jelle*

38+38

$$8 \xrightarrow{+8} 16 \xrightarrow{+60} 76$$

Een vroegtijdige introductie van de splitsmethode leidt met name voor opgaven waar 'min' als erafhalen wordt opgevat, gemakkelijk tot fouten. In groep 4 wordt aangeraden alleen de betere rekenaars op dit niveau van de splitsmethode gebruik te laten maken.

Omgaan met fouten

Voorbeeld 1:

Saskia noteert de oplossingswijze voor de 61-29 in pijlentaal van rechts naar links.

naam: *Saskia*

61-29

$$61 \xrightarrow{-10} 51 \xrightarrow{-10} 41 \xrightarrow{-10} 31 \xrightarrow{+2} 33$$

De oplossingswijze van Saskia toont nog grote verwantschap met het springen op de lege getallenlijn. Op de lege getallenlijn springen kinderen bij erafhalen/wegnemen ook van rechts naar links. Saskia tekent haar hupje van 1 vanaf 31 naar 32 met een boogje zoals ze eerder ook op de lege getallenlijn heeft gedaan.

De notatiewijze van Saskia is niet fout. Stimuleer kinderen echter alles van links naar rechts te noteren. Bij het formuleren van rekenzinnen en eigen producties is dit immers ook gangbaar.

Voorbeeld 2:

In groep 4 mogen de leerlingen een formele notatiewijze hanteren. De opgave 32-24 wordt door de helft van de leerlingen echter met 12 of 16 beantwoord. Wat gaat er fout en wat betekent dit voor het vervolg van de rekenlessen? De redenering is eenvoudig te achterhalen: in beide gevallen wordt de '2' van 24 in mindering gebracht op de '3' van 32. De verkregen '1' wordt alvast genoteerd en in het geval '12' als antwoord wordt gegeven, komt daar nog de 2 achter, omdat als je van de '4' in 24 de '2' in 32 aftrekt je de '2' overhoudt. Het antwoord '16' ontstaat door de '4' in 24, en de '2' in 32 bij elkaar op te tellen.

Deze rekenhandelingen berusten op een ernstige misvatting van de betreffende aftrekoperatie op het formele niveau. Om leerlingen de fout te laten inzien, zou de leerkracht ervoor kunnen kiezen dezelfde som nog eens op een lege getallenlijn te laten uitrekenen. De strategie die daarbij het meest voor de hand ligt is de rijgmethode. In tegenstelling tot de decimale splitsmethode betekent dit dat het eerste getal in tact wordt gelaten en het tweede getal wordt gesplitst. Het tweede getal wordt zodoende in delen (rijgend) aan het eerste getal toegevoegd of ervan afgehaald. Een opgave als 32-24 kan via de rijgmethode als volgt worden opgelost: vanaf 32 wordt een sprong van 20 genomen. Ze komen uit op 12 en concluderen dat 32-24 dan ook niet 12 kan zijn. Het antwoord ligt op de getallenlijn links van 12. Of 32-24 dan misschien 16 als uitkomst kan hebben, behoeft vervolgens geen betoog, want dit is in tegenspraak met wat het plaatje op het bord laat zien.

Nadat de leerlingen hebben ervaren dat ze in de fout kunnen gaan als ze niet eerst op een lege getallenlijn werken, spreek je met ze af dat ze hun berekeningen voorlopig op een lege getallenlijn laten zien. Het moment waarop een leerling kan overgaan op een meer abstracte manier van noteren van de oplossingswijze, bijvoorbeeld in pijlentaal, hangt af van het getoonde handige en verkorte springen op een lege getallenlijn.

Overige didactische aanwijzingen

De leerlingen zijn niet allemaal op hetzelfde moment toe aan het noteren van oplossingswijzen in pijlentaal. De leerkracht spreekt daarom per leerling af wie niet meer op een lege getallenlijn hoeft te rekenen. Dit behoeft met name zwakke rekenaars voor een te snelle overgang naar het formele rekenen. Door echter regelmatig op het bord de pijlnotatie te gebruiken, worden alle leerlingen zich alvast bewust waar ze met het rekenen naartoe werken.

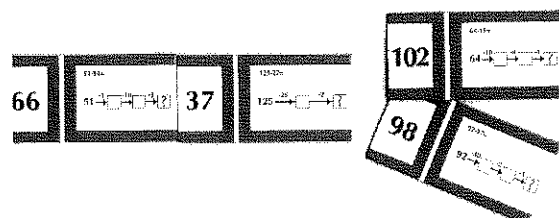
Ook spreekt de leerkracht per leerling af of ze de splitsmethode mogen gebruiken. Voor zwakke rekenaars geldt dat ze hier pas in groep 5 aan toe zullen zijn.

Variaties en uitbreidingen

Werkblad R1 t/m R6.

MATHE-DOMINOS.

Dit gezelschapsspel gaat volgens de spelregels van het aloude domino. In onderstaande afbeelding is een voorbeeld gegeven hoe de kaartjes er voor het rekenen op formeel niveau uitzien. De kaartjes bestaan uit twee helften. Op de rechterhelft staat een som en een oplossingswijze genoteerd in pijlentaal. Het vraagteken staat op de plaats van het antwoord op de som. Op de linkerhelft van ieder kaartje staat steeds een getal. Het is de bedoeling om de beurt een kaartje zo aan te leggen dat het getal op de linkerhelft kan worden ingevuld voor het vraagteken op de rechterhelft.



Ook de oefenonderdelen 'Leren tellen', 'Ordenen & lokaliseren', 'Springen naar getallen', 'Sprong van 10' en 'Opereren op de lege getallenlijn' kunnen met Mathe-dominos worden geoefend. Serie A bestaat uit spel 1: Tellen en ordenen, spel 2: Lokaliseren en spel 3: Springen naar getallen. Serie B bestaat uit spel 1: Sprong van 10, spel 2: Sommen op de lege getallenlijn en spel 3: Sommen met pijlentaal. De series zijn te bestellen via www.schubi.nl (bestelnummer 239 80 voor serie A en 239 81 voor serie B).