



fragment: 'Sommen tot 100 met de verliefde harten' (Aanvullen tot 10)

Maak mooie, ronde getallen. De leerkracht noemt een getal en de leerlingen vullen aan of ronden af op een tiental. Als 77 wordt genoemd, kan als correct antwoord worden gegeven: 'erbij 3', 'erbij 13', 'erbij 23', enzovoort. Maar ook 'eraf 7', 'eraf 17', 'eraf 27', en zo meer, voldoen.

- Eigen producties, zoals het maken van familiesommen: $8+2$, $38+2$, $98+2$. 'Wie weet er nog eentje?'



fragment: 'Familiesommen' (Aanvullen tot 10)

- Werkblad A1 t/m A7.

Het is uitdrukkelijk niet de bedoeling de verliefde harten ook voor het aanvullen tot 9, 8, 7, enzovoort, te vervaardigen. De harten moeten bijzonder blijven voor het leren van het aanvullen tot 10. Alleen dan kunnen ze bij het rekenen tot 100 van pas komen, omdat dan op niet mis te verstane wijze gezegd kan worden: 'Denk aan de verliefde harten.'

5. Splitsingen

Doel:

Memoriseren van de splitsingen tot 10 en deze kunnen toepassen in het getallengebied tot 100.

Benodigd materiaal

- demonstratierekenrek
- tweelingen
- splitsbloemen

Start: eerst bijzondere splitsingen (dubbelen en hun inverse)

Door te starten met bijzondere splitsingen als dubbelen en hun inverse wordt het splitsen wat anders aangepakt dan thans gangbaar is. Begin met de dubbelen ($3+3=6$) en stel vervolgens de omkering daarvan via eerlijk verdelen aan de orde (6 eerlijk verdelen in 3 en 3). Er zijn twee redenen aan te voeren waarom het (eerlijk) splitsen van zogenaamde 'eerlijke getallen' makkelijker is voor kinderen dan de overige splitsingen. Ten eerste sluit het eerlijk verdelen nauw aan bij de belevingswereld van kinderen. En ten tweede kennen kinderen de dubbelen van de getallen tot 10 al vaak snel uit het hoofd. De omkeringen leren is dan een kleine stap. Je kunt het vergelijken met het terugdraaien van de film. De dubbelen kunnen worden uitgebeeld met 'tweelingen'. Net als bij de verliefde harten worden de tweelingen afgeleid van het rekenrek. Met de tweelingen wordt tweezijdig geoefend: uit de twee 'enkele' getallen op de voorkant moet de dubbele van de achterzijde worden samengesteld en omgekeerd. Op de buiken op de voorkant staat hoeveel ieder heeft, op de achterkant staat hoeveel ze samen hebben. De vraag die de leerkracht kan stellen bij het tonen van een tweeling die samen 6 hebben, luidt: 'Samen 6 dus ieder ...?'



Niet alle dubbelen krijgen echter evenveel aandacht. Tot de basale kennis behoren dubbel 1 tot en met dubbel 6 en dubbel 10. Dubbel 7, 8 en 9 bieden minder perspectief voor het verdere rekenen. Men kan weliswaar $57+27$ uitrekenen via $7+7$, maar dit hoeft natuurlijk niet. Aangezien kinderen gewend zijn te rekenen op een lege getallenlijn, is de kans zelfs vrij klein dat dubbel 7 wordt gebruikt. Het werken op een lege getallenlijn stimuleert immers de rijgmethode van het splitsen bij een tiental en de (bijna-)10-sprong.

Effectief en efficiënt inoefenen van de dubbelen en hun omkeringen

Net als bij het oefenen van de verliefde harten, houdt de leerkracht de dubbelen en hun omgekeerde in de vorm van tweelingen omhoog en vraagt: 'Hoeveel is 6 erbij 6?' of 'Samen 12 dus ieder ...?' Bij een vergissing wordt het rekenrek geraadpleegd. Streef naar een hoog tempo. Tot slot mag een leerling een dubbele noemen die niet aan de orde is geweest en zo mogelijk ook het antwoord geven (bijvoorbeeld: 100 erbij 100 (is 200) of 20 erbij 20 (is 40)).



fragment: 'Tweelingen' (Splitsingen)

Variaties en uitbreidingen van de dubbelen

Door het jaar heen breidt de oefenstof van het dubbelen en halveren zich als volgt uit:

- Sommen als $4+4$, $8-4$.
- Grote dubbelen: $40+40$, $200-100$.
- Verdere toepassingen: $44+4$, $140+40$.



fragment: 'Sommen met de tweelingen' (Splitsingen)

- Vaststellen van eerlijke getallen. 'Hooft 30 in het rijtje thuis? En 98?'
- Het spel 'De dokter en de halfdove patiënt'.
Er komt een patiënt bij de dokter (leerkracht) en zegt: 'Dokter ik ben voor de helft doof.' Hierop zegt de dokter vol verbazing: 'Ben jij voor de helft doof? Hoe kan dat nu? Ik geloof er niets van. Ga maar eens in de hoek van de kamer staan, dan zeg ik een getal en jij zegt me na.' De dokter zegt '100'. En weet je wat de patiënt zegt? Juist, ja: '50'. De dokter denkt dat het een vergissing moet zijn er probeert nog een paar getallen: 10, 20, 22, 80, 30. En ja hoor, de patiënt noemt telkens de helft van het getal.



fragment 'De dokter en de half dove patiënt?' (Splitsingen)

De helft van een tiental kan op een kralenketting inzichtelijk worden nagegaan: neem het aantal en vouw het betreffende deel van de ketting dubbel of deel het in tweeën. Voor het eerlijk delen van niet-tientallen, zoals 22, is een kralenketting niet inzichtelijk te gebruiken. Hier kan beter aan geld worden gedacht. Twee briefjes van 10 euro en twee losse euro's deel je gemakkelijk door tweeën.

Verwissel steeds van patiënt en dokter. Laat de patiënt echt in de hoek staan. Omgekeerd wordt er ook geoefend. 'Wat kan de dokter hebben gezegd?' De patiënt zegt: '21'.



fragment: 'Wat heeft de dokter gezegd?' (Splitsingen)

Welke getallen kan de dokter niet zeggen? Geldt dit ook voor de patiënt



fragment: 'Wat kan de dokter niet zeggen?' (Splitsingen)

Verdieping: relatie tussen optellen en aftrekken vanuit dubbelen

Uit de splitsing van 8 in '4 en 4' of '8=4+4' wordt de aftrekking '8-4=4' afgeleid, 'want 4 erbij 4 is 8'.

Tegelijk met het uitspreken van deze toelichting tekent de leerkracht een samenvoegend boogje tussen 4 en 4:

$$8 - 4 = 4$$

Deze strategie, waar een aftrekking via aanvullend optellen wordt opgelost, wordt ook wel de boogjesmethode genoemd. Met het boogje wordt het verband tussen splitsen, optellen en aftrekken uitgebeeld. Daaraan voorafgaand kan desgewenst ook de pijlentaal worden gebruikt.

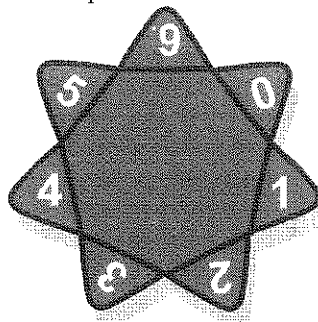
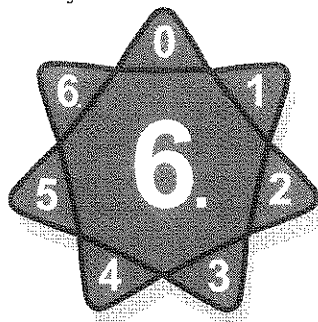
$$\begin{array}{r} 8 \\ \xrightarrow{-4} \\ \xleftarrow{+4} \\ 4 \end{array}$$

Vervolg: overige splitsingen

Pas wanneer de dubbelen en omkeringen goed worden gekend, komen de overige splitsingen aan bod. Hierbij dient echter te worden opgemerkt dat met het oog op het rekenen tot 100 de meeste aandacht zal uitgaan naar de splitsingen van 4, 5, 6 (7). De uitkomst 1, 2 of 3 erbij of eraf kan gemakkelijk een voor een vooruit- of teruggtellend worden bepaald. Leerlingen ervaren het rendement niet wanneer ze de splitsingen van deze getallen gebruiken. Voor de splitsingen van (7) 8 en 9 geldt dat, indien ze worden toegepast bij het springen via een tiental, er uit vele mogelijke splitsingen moet worden gekozen. Het is dan makkelijker een sprong van 10 te maken en 1, 2 of 3 hupjes in tegengestelde richting te nemen, tenminste als de 10-sprong en het teruggtellen goed worden beheerst (zie ook *Sprong van 10*).

Effectief en efficiënt inoefenen van overige splitsingen

Voor het inprenten van de splitsingen worden zogenaamde splitsbloemen gebruikt. In het hart van de bloem staat het getal waarvan de 'vrienden' gezocht moeten worden. De vrienden staan aan weerskanten op een bloemblaadje. De voor- en achterkant van een splitsbloem van 6 ziet er als volgt uit:



Splitsbloemen

De leerkracht klappt de bloemblaadjes van de splitsbloem met de 6 in het hart naar achteren. 'de bloem slaapt.' Om hem nu wakker te schudden, moeten de vrienden worden opgenoemd. Soms mogen de kinderen zelf kiezen in welke volgorde de blaadjes verschijnen. Vandaag gaat het anders. De leerkracht vouwt '4' in het zicht.

Leerkracht: 'Wat hoort daarbij?'

Khadidja: '3.'

Shamilee: 'Dat kan niet, want 3 erbij 3 is al 6.'

Ter controle wordt de achterzijde van het bloemblaadje getoond.



fragment: 'Splitsbloemen' (Splitsingen)

Variaties en uitbreiding met de overige splitsingen

- Schuilnamen bedenken.

Zoals gezegd zijn de halveringen relatief makkelijke splitsingen. Voor sommige leerlingen zijn splitsingen met een 5 erin ook niet zo lastig. De 5-structuur is bekend van het vingerrekenen en het rekenrek. Een voorbeeld van een oefening waar alle splitsingen met een 5 erin worden geoefend, heet 'schuilnamen bedenken'. Dit gaat bijvoorbeeld zo:

Leerkracht: 'Zeg het getal steeds met een 5 erin ... 4.'

Leerling: '5 eraf 1.'

Leerkracht: 'Hoe kun je dit voor 7 doen?'

Leerling: '5 erbij 2.'

Leerkracht: 'Wie weet er nog eentje?'

Leerling: '2 erbij 5.'

Leerkracht: 'Ja, omkeren kan natuurlijk ook.'

- Bamzaaien.

Dit spel wordt met 2 of 3 spelers gespeeld. Iedere speler heeft drie lucifers en neemt daarvan zonder dat de anderen het zien 0, 1, 2 of 3 lucifers in de ene hand en legt deze hand gesloten op tafel. De overige lucifers houden ze in hun andere hand onder de tafel of achter hun rug. Vervolgens raden de spelers hoeveel lucifers de spelers samen in hun hand op tafel hebben. Wie het goed heeft, mag een lucifer weg leggen. Winnaar is degene die als eerste al zijn lucifers kwijt is.

- Onderkant dobbelsteen.

De splitsingen van 7 kunnen ook worden geoefend met behulp van het gooien van een gewone dobbelsteen. De ogen op de tegenover elkaar liggende vlakken zijn samen 7. De oefening kan als volgt verlopen: Een kind gooit met de dobbelsteen en benoemt het aantal. De leerkracht wacht 3 à 5 seconden en noemt de naam van een ander kind. Dit kind zegt wat op de onderkant staat. Dit wordt gecontroleerd door weer een ander kind, enzovoort. Bij een fout antwoord wordt het rekenrek geraadpleegd. Merk op dat een aantal splitsingen van 7 ontbreken. Vraag aan de kinderen welke ze missen (7 en 0; 0 en 7). Neem bij voorkeur een dobbelsteen met getalsymbolen om het tellen niet te stimuleren.

- Ganzenbord maar dan anders.

Leerlingen lopen het aantal vakjes vooruit dat overeenkomt met het aantal ogen dat ze gooien op de *onderkant* van de dobbelsteen. Ook hier wordt geadviseerd een dobbelsteen te gebruiken met getalsymbolen.

- Alle negen.

Dit spelletje kun je downloaden via de website van het Freudenthal Instituut voor Speciaal Rekenen: www.fi.uu.nl/speciaalrekenen. Leerlingen oefenen met dit spelletje de splitsingen van 2 tot en met 12.

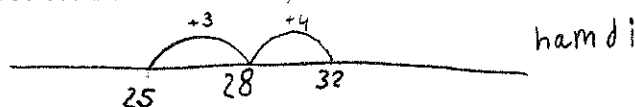
- Sommen als 4+3, 7-4, maar ook 40+30, 70-40, 63+4, 67-4.

- Werkblad S1 t/m S8 (+ Kopieerblad structuurgeld).

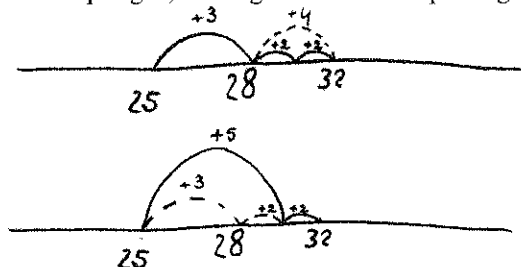
- Toepassingen.

Vrijwel tegelijk met het oefenen van de splitsingen tot 10 worden optel- en aftrekopgaven in het getallengebied tot 100 aangeboden, waarbij het splitsen bij een tiental een handige rekenstrategie is. Daarmee ervaren de leerlingen het gemak van het kennen van de splitsingen en worden ze gemotiveerd om deze uit het hoofd te leren. Overigens is het verband tussen de activiteiten rond de verliefde harten enerzijds en het gesplitste rekenen tot 100 anderzijds niet voor alle leerlingen vanzelfsprekend: wat heeft $7=4+3$ te maken met $36+7=...$? Op het bord kan de leerkracht als geheugensteuntje noteren dat bij het uitrekenen van een opgave aan de harten en de bloemen kan worden gedacht. Maar dan nog kan het misgaan, omdat een leerling het erbij- of erafgetal weliswaar splitst, maar dat niet doet om op een tiental uit te komen.

Hier volgt een voorbeeld van een verkorte, maar niet zo'n efficiënte manier van splitsen bij $25+7=...$



Bij navraag blijkt Hamdi vanaf 28 in twee hupjes van 2 naar 32 te zijn gesprongen. Dit is weliswaar een verkorte manier, maar het kan nog handiger. Uitgaande van zijn gedachtegang tekent de leerkracht Hamdi's sprongetjes van 2 in de grote hup van 4. Door nu de eerste twee hupjes in één keer te springen, wordt gekomen tot de splitsing via het tiental.



Om de opgave $25+7$ met het springen via het tiental op te lossen, is het nodig om twee (basale) operaties snel na elkaar te verrichten: (1) aanvullen tot 10 (een tiental) en (2) splitsen. Dit kan een zware belasting voor het werkgeheugen vormen. Voor kinderen als Hamdi is de som ' $25-7$ ' dan ook een eenvoudiger ingang voor het handig splitsen. Je hoort bij een eraf-som wat je eraf moet doen om op een tiental te komen. Het eerste getal is vijftientig, dus als je een grote hup van 'vijf' neemt, houd je 'twintig' over. Ook sommen als $29+6$ of $37-8$ zullen makkelijker op te lossen zijn door te springen via een tiental dan $25+7$. Je springt makkelijker naar 10 als het getal dat erbij of eraf moet worden geteld in slechts '1 en de rest' kan worden verdeeld. Ook een som als $27+6$ levert minder problemen op dan $26+7$ als wordt gedacht aan de makkelijke splitsing van 6 in 3 en 3, die men vaak al kent van de tweelingen.

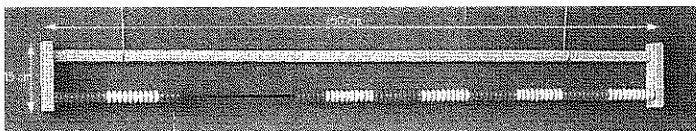
6. Sprong van 10

Doel

Vanaf een willekeurig getal tot 100 een sprong van 10 vooruit of achteruit kunnen maken, en omgekeerd kunnen vaststellen of er een verschil van 10 is tussen twee getallen in dit domein.

Benodigd materiaal

- Demonstratiekralenstang



- per twee leerlingen één kralenketting
- tienvanger voor de demonstratiekralenketting
- per twee leerlingen een tienvanger voor een leerlingenkralenketting

Start: impliciet verkennen van een sprong van 10

Alvorens de 10-structuur in de getallenrij expliciet aan de orde komt, wordt eerst aandacht besteed aan een meer impliciete oefenvorm die op het ontdekken van deze structuur is gericht: het voortzetten van auditief systematisch klinkende rijtjes als ' $22-32-42-52-...$ '. Dit kan net als bij het oefenonderdeel 'Leren tellen' worden geoefend door een combinatie van tellen, lopen en aantikken. De leerkracht begint bijvoorbeeld met lopen en telt $21-31-41-...$ en tikt een kind aan. Dit kind staat op, telt verder totdat wordt besloten de beurt door te geven door een volgend kind aan te tikken.

Variaties verkennen systematiek in de getallenrij

- Voortzetten *niet* systematisch klinkende rijtjes.
Uitdagend zijn rijtjes waarvan de voortzetting niet klankzuiver is.

De leerkracht loopt door de klas en zegt ' $52-42-32-...$ ' en geeft de beurt door. Een leerling staat op en vervolgt met: ' $22-2$ '. 'Is dat goed?' vraagt de leerkracht. 'Nee,' schudden een paar. 'Dat klopt', reageert ze. 'Je bent wel erg snel bij af. Kijk maar.' Ze schrijft de getallen van rechts naar links op het bord. Tussen 22 en 2 laat ze een plaatsje vrij. Nu wordt het duidelijk. Geschreven is de telrij namelijk uitermate systematisch.