

# Reken tijger

groep 8 boekje A



En dan nu: **de antwoorden!**

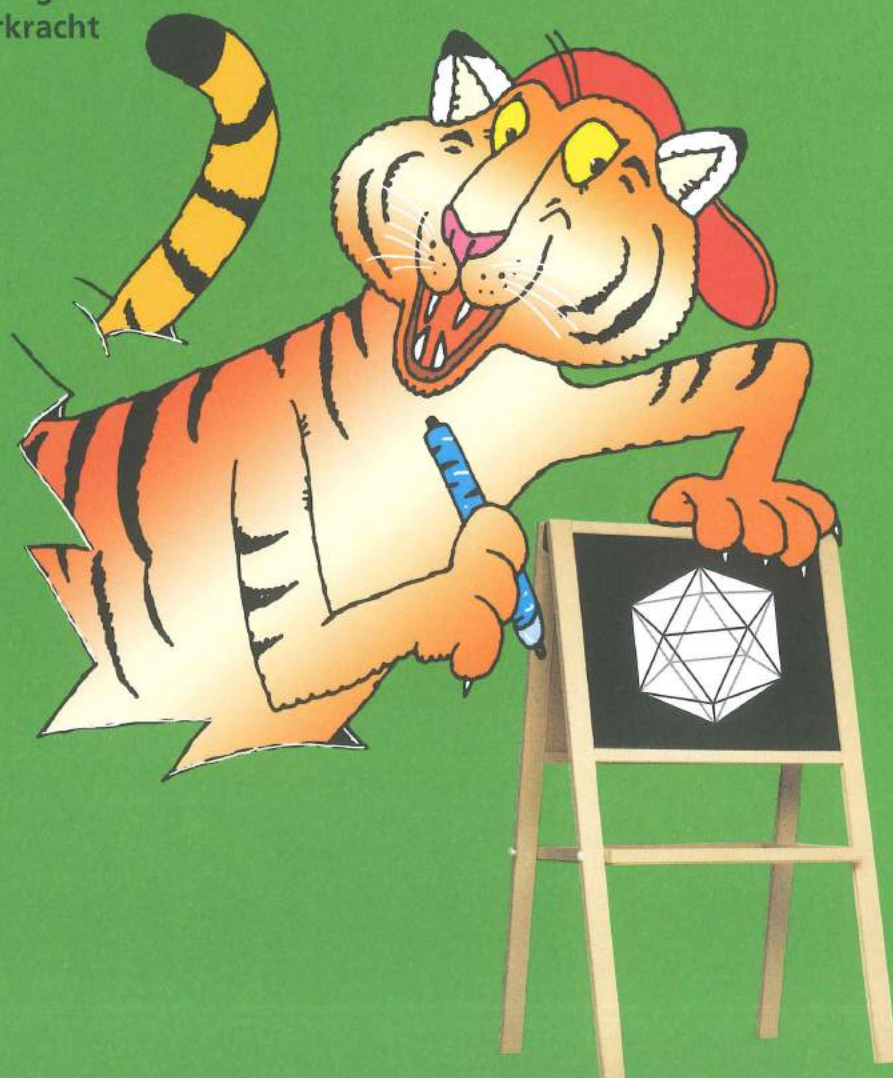


# Reken tijger



Ben **jij** er ook één?!

Met toelichting  
voor de leerkracht



antwoorden-  
boekje **A**  
groep **8**



# Toelichting

## Inleiding

Deze toelichting geeft informatie over wat *Rekentijger* is en op welke doelgroep *Rekentijger* zich richt.

Ook komen organisatorische punten aan bod, zoals 'Hoe gebruik ik *Rekentijger* in het rekenonderwijs?' en 'Hoe werken de kinderen ermee?'

## Voor wie is *Rekentijger*?

De serie boekjes van *Rekentijger* is bestemd voor begaafde en hoogbegaafde kinderen en heel goede rekenaars in het basisonderwijs. Dit zijn kinderen die op de toetsen van het Leerlingvolgsysteem van de Cito-groep een rekenvaardigheidsscore op A-niveau of een hoge B-score halen. Ze maken de toetsen van de reguliere rekenmethode meestal goed en de lessen in de methode bieden hen niet voldoende uitdaging.

Deze kinderen kunnen op het gebied van rekenen-wiskunde en logisch denken veel meer aan. Dat biedt de stof in *Rekentijger*.

Deel 8A bevat pittige verrijkingsopdrachten voor kinderen die in groep 8 zitten. *Rekentijger* 8B volgt op 8A en is in principe bedoeld voor de tweede helft van het schooljaar. In 8B wordt ervan uitgegaan dat kinderen deel A doorgewerkt hebben.

De stof die in beide delen wordt aangeboden,



sluit aan bij de leerstof uit reguliere reken-wiskundemethoden van groep 8, en loopt er dus niet op vooruit. De opdrachten bieden verbreding en verdieping. Ook bevatten ze onderwerpen die niet uitgewerkt worden in het reken-wiskundeaanbod van de basisschool. Deze (meer wiskundige) onderwerpen zijn voor kinderen die meer aankunnen interessant.

Niet alleen de rekenvaardigheid bepaalt of kinderen de opdrachten kunnen maken. Van hen wordt ook een bepaalde houding ten opzichte van pittige problemen en rekenen-wiskunde gevraagd. Ook moeten ze beschikken over doorzettingsvermogen als ze niet meteen tot een oplossing komen. Voor de kinderen formuleren we op de achterkant van het boekje wanneer ze 'een echte Rekentijger' zijn:

Afbeelding 1

## Ben jij een echte Rekentijger?

Dit boekje is bestemd voor Rekentijgers. Maar een Rekentijger ben je niet zomaar. Een echte Rekentijger...

- zet zijn tanden in deze pittige Rekentijgeropdrachten.
- gaat toch door als hij niet meteen het antwoord weet.
- vraagt een tip aan een andere Rekentijger/de leerkracht als het dan nog niet lukt.
- controleert zijn antwoorden voordat hij in het antwoordenboekje kijkt.
- mag natuurlijk fouten maken.
- denkt na over zijn foute oplossingen – als die er zijn – en wil daar wat van leren.
- werkt samen en overlegt regelmatig met andere Rekentijgers.
- wil leren over rekenen-wiskunde.

Dus... ben jij een echte Rekentijger? We dagen je uit!



### In welk opzicht is *Rekentijger* anders?

Begaafde en hoogbegaafde kinderen hebben, gezien hun rekenvaardigheid en denkvaardigheid, behoefte aan een ander type activiteiten dan de reguliere reken-wiskundemethode biedt. Activiteiten die een meer open karakter hebben, complexer zijn en meer creativiteit vragen. Deze activiteiten vragen tevens om (wiskundige) samenhangen te doorzien, kennis te construeren en verschillende vaardigheden te combineren. *Rekentijger* biedt dit soort problemen. De kinderen moeten kritisch nadenken over wiskundige en meetkundige onderwerpen en over problemen die een beroep doen op (mathematisch-)logisch denken. Een kritische houding, redeneren en uitleggen zijn daarbij belangrijk. Deel 8A biedt zowel pittige puzzels als activiteiten met een meer open karakter waarbij kinderen aan de hand van een serie opeenvolgende activiteiten een nieuw wiskundig onderwerp verkennen.

### Inhoud van *Rekentijger* 8A

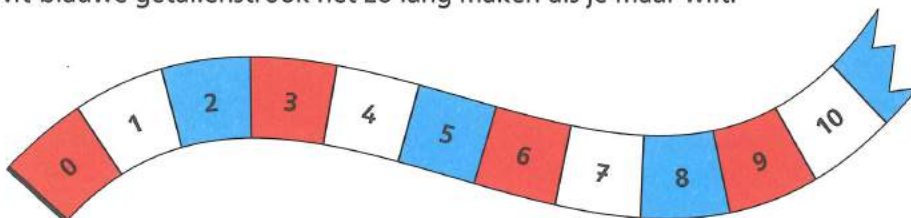
In deel 8A onderscheiden we vier verschillende domeinen waarbinnen de opdrachten zijn ingedeeld. Deze domeinen zijn te herkennen aan de achtergrondkleuren van de bladen.

#### Getalbegrip en bewerkingen (gele bladen)

Bij activiteiten uit dit domein gaat het om het doorzien van wiskundige structuren, relaties tussen getallen en bewerkingen, en eigenschappen van getallen en bewerkingen. In de rekenmethode maken de kinderen hiermee vooral kennis op het gebied van het 'leren rekenen'. In *Rekentijger* gaat het om de wiskundige verdieping van deze onderwerpen. Zo wordt bijvoorbeeld ingegaan op het rekenen met grote getallen en het gebruik van machten van 10. Ook wordt er op speelse manier 'modulo 3' gerekend (zie afb. 2).

Afbeelding 2

Je kunt de rood-wit-blauwe getallenstrook net zo lang maken als je maar wilt.



Welke kleur krijgt het vakje van 100? \_\_\_\_\_

Leg uit waarom. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Vul in.

| getal | kleur vakje | omdat ... |
|-------|-------------|-----------|
| 123   |             |           |
| 302   |             |           |
| 1000  |             |           |
| 2006  |             |           |

Wat is het grootste 'blauwe getal' dat je met drie cijfers kunt schrijven? \_\_\_\_\_

*Metten en meetkunde (roze bladen)*

Ook bij activiteiten rond meten en meetkunde ligt de nadruk op vergroten van het inzicht en op redeneren. Onderwerpen die in het basisschoolaanbod globaal verkend worden, worden in *Rekentijger* verder verdiept. Zo worden bijvoorbeeld de regelmatige veelhoeken verkend. Die spelen dan verder een rol bij ruimtelijke figuren, met name bij de vijf regelmatige veelvlakken (zie afb. 3).



Afbeelding 3

*Logisch denken en redeneren (groene bladen)*

Mathematisch-logisch denken en redeneren komt in de reguliere rekenmethodes niet veel voor. Voor de cognitieve ontwikkeling van de kinderen is het echter heel belangrijk. Bij dergelijke problemen wordt een constructieve, creatieve houding verwacht. Ook blijkt dat er meestal geen vaste oplossingen of strategieën voorhanden zijn. Kinderen worden gedwongen problemen vanuit een heel andere hoek te bekijken. Vaak beginnen ze met 'trial and error' – gewoon wat proberen – om daarna het probleem planmatig en al redenerend te benaderen.

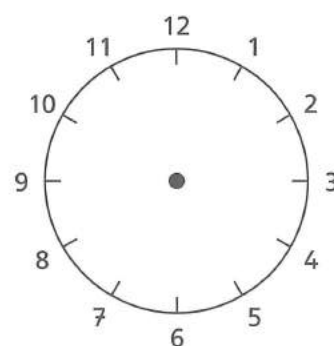
Voorbeelden van logische opdrachten zijn: Geheimschrift, Haren tellen (zie afb. 4) en Supertovervierkanten. Ook is er een spel (Mu Turere) opgenomen.

Teken op de klok zoveel mogelijk gelijkzijdige driehoeken.  
De hoekpunten moeten op de rand van de cirkel liggen bij de hele uren.

Hoeveel driehoeken heb je getekend? \_\_\_\_\_

Als je alle driehoeken hebt getekend, zie je in het midden van de klok een regelmatige veelhoek.

Hoeveel zijden heeft die veelhoek? \_\_\_\_\_



Afbeelding 4

Hobbits zijn kleine wezens met veel haar op hun voeten, maar niet zoveel haar op hun hoofd. Van de hobbits die in Hobbitstee wonen, wordt het volgende beweerd.

- 1 Er zijn geen twee hobbits die precies evenveel haren op hun hoofd hebben.
- 2 Er wonen meer hobbits in Hobbitstee dan het grootste aantal hoofdharen in die plaats.
- 3 Er is geen hobbit die precies 2006 haren heeft.

Hoeveel inwoners kan Hobbitstee hoogstens hebben? \_\_\_\_\_  
Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

**Tip:** Er moet zeker één hobbit zijn die helemaal kaal is.

### Combinaties (blauwe bladen)

Bij dit onderdeel is niet zozeer sprake van één domein, maar van combinaties van domeinen of onderwerpen die niet zo goed zijn in te delen. Het betreft dan onderwerpen als 'De rij van Fibonacci', of activiteiten waarin verschillende domeinen binnen en buiten het vakgebied van rekenen-wiskunde met elkaar worden gecombineerd.

De aantallen bladen per domein verschillen. Er is gekozen voor een evenwichtige balans. In deel 8A is de verdeling als volgt:

| Domeinen                    | Aantal bladen |
|-----------------------------|---------------|
| Getallen en bewerkingen     | 6             |
| Metten en meetkunde         | 7             |
| Logisch denken en redeneren | 7             |
| Combinaties                 | 11            |

Kinderen hoeven de bladen niet af te werken in de volgorde waarin ze in het boek zijn opgenomen. Als er meer bladen over hetzelfde onderwerp zijn, moeten ze wel met het eerste blad over dat onderwerp beginnen. Daarnaast worden enkele onderwerpen extra uitgediept op dubbele pagina's. Deze pagina's zitten dan altijd naast elkaar en hebben dezelfde kleur. Ook uit de titels is af te leiden dat ze één geheel vormen. Het is aan te bevelen kinderen deze activiteiten in hun geheel te laten maken.



### Wanneer en hoelang werken kinderen met *Rekentijger*?

Kinderen kunnen vanaf het begin van het schooljaar in *Rekentijger* 8A werken als ze hun reguliere rekenwerk af hebben of tijdens vrije blokken. Wanneer kinderen voor rekenen-wiskunde via een compact programma mogen werken en niet alles uit de rekenmethode hoeven te maken, kunnen ze in *Rekentijger* werken in de extra vrijgekomen tijd. De tijd die de kinderen nodig hebben om een blad uit *Rekentijger* te maken, zal sterk variëren. Kinderen verschillen van elkaar in werkt tempo en vaardigheid. Daarbij is het ene blad bewerkelijker dan het andere. Ook de nauwkeurigheid waarmee kinderen hun antwoorden geven (heel precies of wat oppervlakkiger), bepaalt mede hoelang ze met een blad bezig zijn. Slechts enkele bladen kunnen binnen twintig minuten gemaakt worden; de meeste vragen een half uur tot drie kwartier.

### Begeleiding en zelfstandig werken

De uitleg bij de bladen is zo geschreven, dat de kinderen er in principe zelfstandig mee aan de slag kunnen. Ook de tips die op internet staan, kunnen zij gebruiken om verder te komen als ze er niet zelf uitkomen. Het blijft echter wel belangrijk dat u regelmatig met de kinderen praat over het gemaakte werk en hun reken-wiskundige ontdekkingen. We raden u aan minimaal een keer per week met een groepje kinderen hun werk te bespreken. Vooraf bespreekt u wat u van hen verwacht en geven ze aan wat ze gaan maken. Achteraf vertellen ze wat ze ontdekt hebben, hoe ze gerekend hebben, wat ze daarbij geleerd hebben en of ze hierover tevreden zijn. U geeft ook aan of u tevreden bent met hun vorderingen. Met name de open vragen in *Rekentijger*, waarbij van kinderen uitleg gevraagd wordt, zijn geschikt voor nabespreking. U kunt samen met de kinderen nagaan of hun uitleg klopt en volledig is. U kunt als ondersteuning de uitleg gebruiken die in het antwoordenboekje staat.

## Is werken met *Rekentijger* vrijblijvend?

*Rekentijger* is niet bedoeld om kinderen bezig te houden. De bladen sluiten aan bij de leerbehoeften en mogelijkheden van begaafde en hoogbegaafde kinderen. U biedt hen hiermee stof waar ze echt iets van leren. Voor deze kinderen zijn de bladen uit *Rekentijger* in zekere zin basisstof, die aansluit bij hun vaardigheden. Wanneer de kinderen een opdracht niet begrijpen, kunnen ze hulp zoeken bij de tips, bij klasgenoten of bij u.

Het is belangrijk dat u ook van deze kinderen verwacht dat ze de opdrachten allemaal maken en ook voldoende maken. Juist voor hen is het belangrijk dat ze leren hun tanden ergens in te zetten en niet zomaar opgeven als iets niet lukt. Het is aan te bevelen op het rapport ook een evaluatie op te nemen van het werken aan verrijking uit *Rekentijger* (en eventueel andere materialen).

## Samenwerken, samen leren

Samen aan opdrachten uit *Rekentijger* werken, betekent samen leren. De verschillende verrijkingsopdrachten vragen van kinderen wiskundig redeneren en uitleggen. Binnen de samenwerking moeten de kinderen hun eigen werkwijze en argumentatie aan de ander kunnen uitleggen en ook kunnen verdedigen. Zo leren ze kritisch naar eigen oplossingen/uitleg en die van anderen te kijken. Bij moeilijke opdrachten zoeken ze samen, brengen elkaar op ideeën en vullen elkaar aan. Dat is bij uitstek wiskundig actief zijn. Kinderen leren dus méér als ze bij *Rekentijger* samenwerken.

Bovenaan elk blad geven we aan of kinderen kunnen dan wel moeten samenwerken.



Afbeelding 6



Dit pictogram geeft aan dat het goed is als kinderen bij dit blad samenwerken.

U (of de kinderen) bepaalt (bepalen) of dat past binnen de situatie van de klas.



Dit pictogram geeft aan dat kinderen bij dit blad moeten samenwerken. Dit betreft meestal een spel waarbij ze de ander echt nodig hebben, of een activiteit die vooral zinvol is als ze samen kunnen discussiëren en overleggen.

Afbeelding 5

## Tips op internet

*Rekentijger* bevat veel pittige opdrachten. Hoewel de kinderen de (reken)vaardigheid hebben om tot een oplossing te komen, kan het zijn dat ze ervoor terugdeinzen. Bij de reguliere lessen zijn ze niet gewend moeilijke opdrachten tegen te komen. Dat maakt soms dat ze niet geleerd hebben door te zetten als ze iets niet meteen weten. Toch is dat erg belangrijk voor deze kinderen. Om te voorkomen dat ze meteen in het antwoordenboekje kijken of opgeven, zijn bij elk blad tips ontwikkeld. U en de kinderen kunnen die tips downloaden van internet via [www.rekentijger.nl](http://www.rekentijger.nl). De tips geven geen antwoorden, maar bestaan uit ondersteunende vragen en suggesties die de kinderen op het spoor van een oplossing of uitleg zetten (zie afb. 6).

### Tip bij *Geheimschrift* (1) (werkblad 5)

Schuif steeds 1 stap terug (of vooruit), net zo lang tot je een Nederlandse zin krijgt. (Die krijg je na 7 stappen terug). Er staat dan: WEES NIET BANG VOOR DE REKENTIJGER.

Andere manier: kijk naar het woord met het minste aantal letters, in dit geval KL. Woorden met 2 letters zijn er niet zo veel in het Nederlands. Bovendien zijn het twee opvolgende letters en dan blijven er maar 2 mogelijkheden over: 'de' of 'op'. In dit geval blijkt het 'de' te zijn.

### Antwoorden

De antwoorden zijn te vinden in het antwoordenboekje. In de meeste gevallen kunnen kinderen hun eigen werk nakijken. Daar waar bij de opdrachten om een toelichting of uitleg gevraagd wordt, staat in het antwoordenboekje een zo helder mogelijke uitleg voor de kinderen. Het kan echter zijn dat zij niet goed kunnen beoordelen of hun eigen uitleg juist of voldoende volledig is. Sommige kinderen geven soms wat oppervlakkige antwoorden en zijn daar snel tevreden mee. In dat geval is het goed als u bij deze antwoorden regelmatig even meekijkt of de kinderen stimuleert samen hun antwoorden te bekijken en te bespreken aan de hand van het antwoordenboekje.

### Registreren en evalueren

Voorin het boekje staat een inhoudsopgave van alle bladen en opdrachten uit *Rekentijger* 8A. De kinderen hoeven de opdrachten niet in een voorgeschreven volgorde te maken. Zij kunnen aankruisen welke bladen zij (gaan) maken of gemaakt hebben. Nadat de bladen nagekeken zijn, kan hier ook worden aangegeven of ze voldoende zijn gemaakt. Voldoende betekent niet alleen dat de oplossingen goed zijn, maar vooral ook dat de uitleg bij de open vragen goed is. Zo kunt u zien of u tevreden bent met de resultaten. U kunt deze registratie ook gebruiken bij een evaluatie op het rapport.

De evaluatie bestaat verder uit gesprekken die u met de kinderen voert over het gemaakte werk. Daarnaast is het zinvol hen regelmatig wat van hun gemaakte werk en ontdekkingen in begrijpelijke uitleg aan de klas te laten vertellen. Daar leren zowel zichzelf als hun klasgenoten van.

Blad 31 (Waar of niet waar?) bevat stellingen, waarin de belangrijkste nieuwe onderwerpen die in dit deel aan de orde zijn gekomen, nog eens worden herhaald. U kunt deze pagina zien als een extra middel om na te gaan wat de kinderen geleerd hebben. Het is geen probleem als ze hierbij samen zoeken naar de antwoorden. En het is juist goed als ze bij het zoeken nog eens terugbladeren in het boekje om antwoorden te vinden. De laatste stelling is een paradox en kan aanleiding zijn tot een levendige discussie.

Het is de bedoeling dat ze dit blad als laatste maken. Indien mogelijk, bespreekt u deze bladzijde gezamenlijk na.

We wensen u en de *Rekentijgers* in uw groep veel plezier met *Rekentijger*!



# Inhoud

| Blad | Naam                              | Gedaan en OK? |
|------|-----------------------------------|---------------|
| 1    | Rood-wit-blauw                    |               |
| 2    | Russisch vermenigvuldigen         |               |
| 3    | Een kubus verven                  |               |
| 4    | Regelmatige veelhoeken            |               |
| 5    | Geheimschrift (1)                 |               |
| 6    | Geheimschrift (2)                 |               |
| 7    | Getallen met drie cijfers         |               |
| 8    | Stersudoku                        |               |
|      | Optelsudoku                       |               |
| 9    | Grote getallen (1)                |               |
| 10   | Grote getallen (2)                |               |
| 11   | Gelijkzijdige driehoeken          |               |
| 12   | Haren tellen                      |               |
|      | Maak het waar                     |               |
| 13   | Optelsnoeren                      |               |
| 14   | Blokkenbouwsels                   |               |
| 15   | Al maar nieuwe priemgetallen? (1) |               |
| 16   | Al maar nieuwe priemgetallen? (2) |               |
| 17   | Breuken                           |               |
| 18   | Het eiland Kinkona                |               |
| 19   | Roosterveelhoeken (1)             |               |
| 20   | Roosterveelhoeken (2)             |               |
| 21   | Mu Turere                         |               |
| 22   | Groeiende vierkanten              |               |
| 23   | Mengbreuken                       |               |
| 24   | Regelmatige veelvlakken           |               |
| 25   | De rij van Fibonacci (1)          |               |
| 26   | De rij van Fibonacci (2)          |               |
| 27   | Supertovervierkanten              |               |
| 28   | Draaisymmetrie bij ruimtefiguren  |               |
| 29   | Som en product (1)                |               |
| 30   | Som en product (2)                |               |
| 31   | Waar of niet waar?                |               |



## Pictogrammen

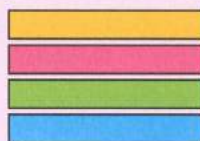


mag samen maar ook alleen  
(vraag je leerkracht)



moet samen

## Kleuren



getallen en bewerkingen  
meten en meetkunde  
logisch denken  
combinaties

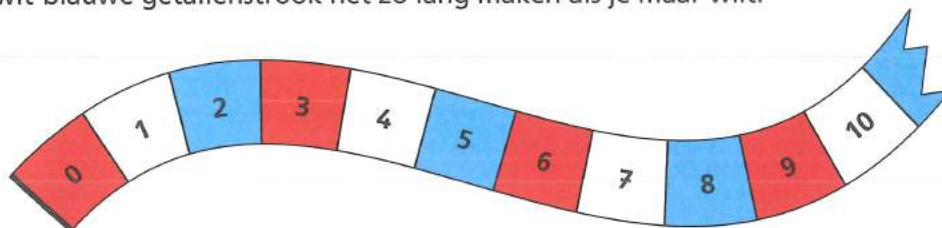
## Tip

Bij elk werkblad zijn tips te vinden  
op internet: [www.rekentijger.nl](http://www.rekentijger.nl)

# Rood-wit-blauw



Je kunt de rood-wit-blauwe getallenstrook net zo lang maken als je maar wilt.



Welke kleur krijgt het vakje van 100? wit.

Leg uit waarom. In de rode vakjes staan de getallen 3, 6, 9, 12 enzovoort. Getallen dus die je door 3 kunt delen. 99 kun je door 3 delen ( $99 : 3 = 33$ ), dat vak is dus ook rood. Na een rood vakje (99) komt een wit vakje (100).

Vul in.

| getal | kleur vakje | omdat ...                                                               |
|-------|-------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 123   | rood        | $123 : 3 = 41$                                                          |
| 302   | blauw       | 300 is deelbaar door 3; 302 ligt twee vakjes verder                     |
| 1000  | wit         | $999 (= 333 \times 3)$ zit in rood vakje, 1000 ligt een vakje verder    |
| 2006  | blauw       | $2004 (= 668 \times 3)$ zit in rood vakje, 2006 ligt twee vakjes verder |

Wat is het grootste 'blauwe getal' dat je met drie cijfers kunt schrijven? 998

Wat is het grootste 'witte getal' van vier cijfers? 9997

Als je twee 'rode getallen' bij elkaar optelt, is de uitkomst ook een rood getal.

Gaat dit altijd op? Beredeneer je antwoord.

Ja, want als je twee getallen die elk deelbaar zijn door 3 bij elkaar optelt, is de uitkomst ook deelbaar door 3.

Welke kleur heeft de uitkomst als je twee witte getallen bij elkaar optelt? Blauw.

Doet het er toe welke witte getallen je kiest? Leg uit hoe dat zit.

Nee, dat doet er niet toe. Elk wit getal kun je zien als een rood getal + 1. Als je twee witte getallen bij elkaar optelt, is dat dus hetzelfde als twee rode getallen bij elkaar optellen + 2. De som van twee rode getallen is altijd een rood getal. Dat rode getal + 2 is altijd blauw.

Vul de juiste kleuren in.

R = rood  
W = wit  
B = blauw

| + | R | W | B |
|---|---|---|---|
| R | R | W | B |
| W | W | B | R |
| B | B | R | W |



# Russisch vermenigvuldigen



Vul achter de rood gedrukte vermenigvuldigingen twee vermenigvuldigingen uit het rijtje eronder in. Die moeten dan wel hetzelfde antwoord geven.

Kijk goed, want je kunt dit doen zonder de antwoorden uit te rekenen!

$$8 \times 24 = 4 \times 48 = 2 \times 96$$

Kies uit:  $4 \times 12$

$$4 \times 48$$

$$2 \times 96$$

$$10 \times 19$$

$$14 \times 32 = 7 \times 64 = 28 \times 16$$

Kies uit:  $7 \times 64$

$$12 \times 34$$

$$16 \times 30$$

$$28 \times 16$$

Welke regel hoort hierbij?

Als je bij een vermenigvuldiging van het ene getal de helft neemt, moet je het andere verdubbelen om dezelfde uitkomst te krijgen.

Op het Russische platteland vermenigvuldigden de mensen vroeger op een bijzondere manier. Dat ging zo:

$$36 \times 123$$

$$18 \times 246$$

$$9 \times 492$$

$$4 \times 984$$

$$2 \times 1968$$

$$1 \times 3936$$

Nu de onderstreepte getallen optellen:

$$492 + 3936 = 4428$$

Dat is de uitkomst van  $36 \times 123$

$$73 \times 82$$

$$36 \times 164$$

$$18 \times 328$$

$$9 \times 656$$

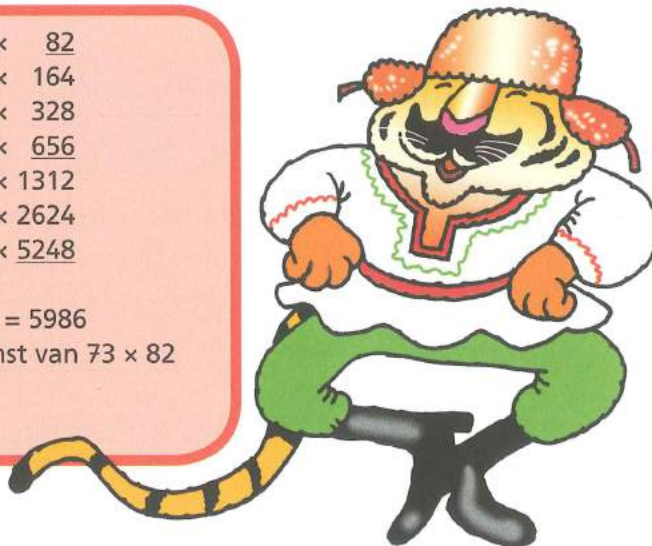
$$4 \times 1312$$

$$2 \times 2624$$

$$1 \times 5248$$

$$82 + 656 + 5248 = 5986$$

Dat is de uitkomst van  $73 \times 82$



Controleer of de twee uitkomsten kloppen.  
Leg uit waarom dit zo werkt.

Bij halveren en verdubbelen verandert de uitkomst niet. Maar als het kleinste getal oneven is, neem je het getal dat net onder de helft ligt. Het getal dat je dan gaat verdubbelen, onderstreep je. Want als je dit getal verdubbelt, kom je lager uit en het verschil is juist het onderstreepte getal.

Daarom moet je aan het eind de onderstreepte getallen optellen

Bereken nu zelf op zijn Russisch de volgende vermenigvuldigingen.

$$24 \times 93$$

$$12 \times 186$$

$$6 \times 372$$

$$3 \times 744$$

$$1 \times 1488$$

$$24 \times 93 = 744 + 1488 = 2232$$

$$33 \times 71$$

$$16 \times 142$$

$$8 \times 284$$

$$4 \times 568$$

$$2 \times 1136$$

$$1 \times 2272$$

$$33 \times 71 = 71 + 2272 = 2343$$

$$51 \times 66$$

$$25 \times 132$$

$$12 \times 264$$

$$6 \times 528$$

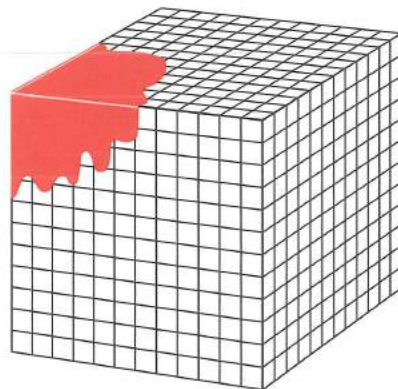
$$3 \times 1056$$

$$1 \times 2112$$

$$51 \times 66 = 66 + 132 + 1056 + 2112 = 3366$$



# Een kubus verven



Uit kleine kubusblokjes van  $1 \times 1 \times 1$  cm is een grote kubus van  $12 \times 12 \times 12$  cm gelijmd.

Je gaat de grote kubus rood schilderen. Sommige kleine blokjes krijgen dan 3 rode zijvlakken, andere krijgen 2, 1 of 0 rode zijvlakjes. Vul de tabel in.

| aantal rode zijvlakjes | 3 | 2   | 1   | 0    |
|------------------------|---|-----|-----|------|
| aantal blokjes         | 8 | 120 | 600 | 1000 |

Hoe heb je het aantal blokjes met 0 rode zijvlakjes uitgerekend?

Dat kan op twee manieren:

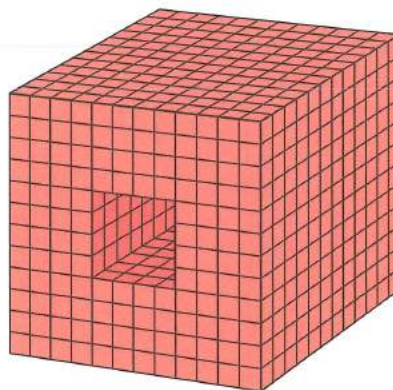
$$10 \times 10 \times 10 = 1000, \text{ of}$$

$$1728 \text{ (totaal aantal blokjes)} - 8 - 120 - 600 = 1000$$

Nu een kubus met een tunnel.

Uit hoeveel blokjes bestaat dit bouwsel?

$$1728 - 4 \times 4 \times 12 = 1536 \text{ blokjes}$$



De kubus en de tunnel zijn rood geverfd.

Vul in.

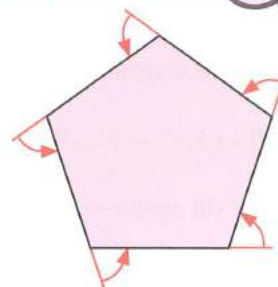
| aantal rode zijvlakjes | 3 | 2   | 1   | 0   |
|------------------------|---|-----|-----|-----|
| aantal blokjes         | 8 | 152 | 696 | 680 |



# Regelmatige veelhoeken



Het Amerikaanse ministerie van defensie heet het Pentagon. Het staat in de omgeving van Washington. De omtrek van dat gebouw is een regelmatige vijfhoek.



Een regelmatige vijfhoek heeft 5 gelijke zijden en 5 gelijke hoeken. Stel je voor dat jij een rondje om het Pentagon loopt. Bij elk hoekpunt moet je van looprichting veranderen.

Hoeveel graden verander je elke keer van richting?  $360^\circ : 5 = 72^\circ$

Hoeveel graden is iedere binnenhoek van de vijfhoek dus?  $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

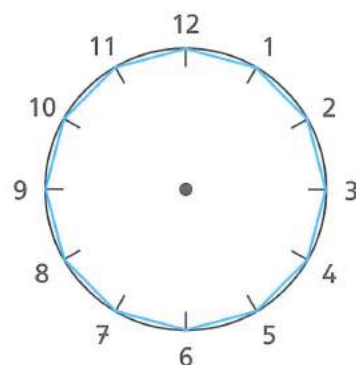
Een regelmatige veelhoek is een veelhoek waarvan alle zijden en ook alle hoeken gelijk zijn. Teken een regelmatige 12-hoek op de klok.

Reken uit hoe groot de binnenhoeken van een regelmatige twaalfhoek zijn. Meet met een gradenboog na of je antwoord klopt.

De buitenhoeken van een regelmatige twaalfhoek zijn  $360^\circ : 12 = 30^\circ$

De binnenhoeken zijn dus  $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

Zijn de binnenhoeken van een regelmatige 24-hoek groter of kleiner dan die van een regelmatige twaalfhoek? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.



Groter. De buitenhoeken van een 24-hoek zijn kleiner ( $360^\circ : 24 = 15^\circ$ ), dus worden de binnenhoeken groter, want binnenhoek =  $180^\circ - \text{buitenhoek}$  ( $180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$ ).

Van een regelmatige veelhoek zijn alle binnenhoeken  $179^\circ$ . Hoeveel zijden heeft die veelhoek? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

360 zijden. Als de binnenhoeken  $179^\circ$  zijn, zijn de buitenhoeken  $1^\circ$ . Alle buitenhoeken samen zijn  $360^\circ$ . Er zijn dus 360 hoeken en 360 zijden.

Je kunt 22 verschillende regelmatige veelhoeken maken met binnenhoeken van een geheel aantal graden. Hoeveel zijden hebben die regelmatige veelhoeken? Noem ze alle 22!

Als de binnenhoeken een geheel aantal graden hebben, hebben de buitenhoeken dat ook. De buitenhoeken zijn samen altijd  $360^\circ$ . De uitkomst van  $360^\circ$  gedeeld door het aantal buitenhoeken (en dus het aantal zijden) moet een geheel getal zijn (en er moeten meer dan 2 buitenhoeken zijn).

Het aantal zijden kan zijn: 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 en 360.



# Geheimschrift (1)



De Romeinse heerser Julius Caesar gebruikte rond het jaar 50 voor Christus het volgende systeem om geheime boodschappen te coderen

A → D, B → E, C → F ... W → Z, X → A, Y → B, Z → C

Hoe werkt dit systeem?

Schrijf het alfabet in een kring en laat elke letter 3 plaatsen opschuiven.

Schrijf JULIUS CAESAR in dit geheimschrift.

MXOLXV FDHVDU

Op de tekening staat een geheime boodschap aan Julius Caesar.

Hoe luidt die boodschap (echt Latijn!)? NOTA BENE

Weet je ook wat het in het Nederlands betekent? LET WEL (of MERK OP)

Je begrijpt dat er op deze manier ook andere geheimschriften te maken zijn. Zo'n geheimschrift noem je een Caesarcode. Hoeveel verschillende Caesarcode's bestaan er? 25

Als je weet welke Caesarcode gebruikt is, kun je een boodschap gemakkelijk ontcijferen. Maar het wordt een stuk lastiger als je niet weet welke Caesarcode is gebruikt. Probeer de volgende zin (in Caesarcode) maar eens te ontcijferen.

DLLZ UPLZ IHUN CVVY KL YLRUAPQNLY

WEES NIET BANG VOOR DE REKENTIJGER

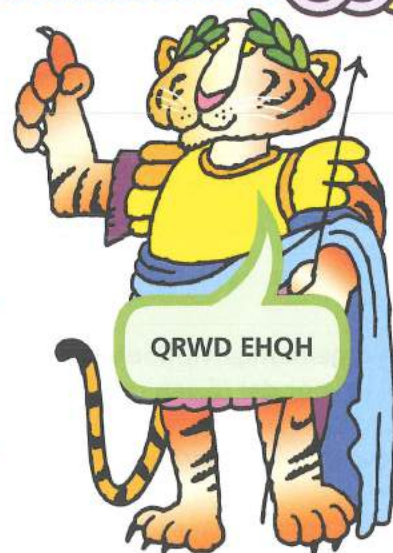


Soms laat men in een Caesarcode de witruimtes tussen de woorden weg. Dat maakt het ontcijferen weer een beetje moeilijker. Welke vraag wordt hier gesteld? Ontcijfer de code en beantwoord de vraag.

AEEVSQMWHEXDS?

Als je 5 stappen teruggaat, staat er: WAAROM IS DAT ZO?

Het antwoord is: omdat je niet naar woorden met weinig letters kunt zoeken en zinnen zonder spaties zijn minder gemakkelijk te herkennen.



## Geheimschrift (2)



Bij een spiegelcode gebruik je het alfabet in omgekeerde volgorde.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| Z | Y | X | W | V | U | T | S | R | Q | P | O | N | M | L | K | J | I | H | G | F | E | D | C | B | A |

Wat betekent deze boodschap?

WRG RH TVVM XZVHZIXLWV

DIT IS GEEN CAESARCODE

Je kunt een Caesarcode combineren met een spiegelcode. Bijvoorbeeld:

A → D → W, B → E → V, ..., Z → C → X

Schrijf het woord 'meetsysteem' in deze code.

KSSDEYEDSSK

Als je dit goed gedaan hebt, zie je dat een letter hetzelfde is gebleven. Welke letter is dat? De letter Y

Er is nog een letter die bij deze code niet verandert. Welke letter is dat? De letter L, want L → O → L

Bij een bepaalde Caesar-spiegelcode blijft de letter H zichzelf.  
Hoeveel plaatsen zijn de letters (voor het spiegelen) opgeschoven?

11 plaatsen, want bij de spiegeling verandert de S in een H, dus moet de H eerst naar de S verschoven zijn en dat is 11 plaatsen.

En welke andere letter blijft ook zichzelf bij deze code?

De letter U, want als je de U 11 plaatsen opschuift, krijg je de F en de spiegelletter van F is weer U.

Deze boodschap is versleuteld met een Caesar-spiegelcode. Probeer hem te ontcijferen.

GL ILOW MHW AYBOELLD JBLM BAJLEBXW

JE HEBT DIT PROBLEEM GOED OPGELOST

Bedenk zelf een boodschap, versleutel die met een Caesar-spiegelcode en laat die door een klasgenoot ontcijferen. Gebruik wel spaties tussen de woorden.



# Getallen met drie cijfers



Er zijn getallen tussen 100 en 999 waarvan de cijfers van groot naar klein gaan. Zulke getallen zijn bijvoorbeeld 321 en 954. Je noemt ze aflopende getallen. 322 en 945 bijvoorbeeld zijn geen aflopende getallen.

Hoeveel aflopende getallen zijn er tussen 100 en 999? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

**Tip:** Schrijf op een kladblaadje een aantal aflopende getallen op in volgorde van grootte, te beginnen met het kleinste aflopende getal.

Met een 2 vooraan is er 1 aflopend getal, dat is 210.  
Met een 3 vooraan zijn er 3 aflopende getallen: 310, 320, 321.  
Met een 4 vooraan zijn het er 6: 410, 420, 421, 430, 431, 432.  
Met een 5 vooraan krijg je  $6 + 4 = 10$  aflopende getallen.  
Met een 6 als eerste cijfer, komen er weer 5 mogelijkheden bij:  $10 + 5 = 15$  aflopende getallen.  
In totaal vind je zo:  $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 = 120$  aflopende getallen.

Hoeveel verschillende getallen kun je maken met drie cijfers:

- als je alleen de cijfers 1, 2 en 3 mag gebruiken, en
- als je elk cijfer maar één keer mag gebruiken?

Je kunt dan 6 getallen maken: 321, 312, 231, 213, 132, 123

Tel de getallen die je hebt gevonden, bij elkaar op. Wat is de uitkomst? Hoe kun je die optelling handig doen?

**Tip:** Kijk naar de plaatswaarden.

De uitkomst is 1332.  
De cijfers 1, 2 en 3 komen ieder 2 keer voor als eerste cijfer van het getal. Er zijn dus in totaal 12 honderdtallen. Net zo zijn er 12 tientallen (de tweede cijfers van de getallen) en 12 eenheden. De som van de getallen is dus:  $1200 + 120 + 12 = 1332$ . Kortweg:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   | 1 | 2 |
|   |   | 1 | 2 |   |
| + | 1 | 2 | 3 | 2 |
|   | 1 | 3 | 3 | 2 |

Hoeveel verschillende getallen kun je maken met de cijfers 1, 2 en 3:

- als die getallen tussen 100 en 1000 moeten liggen, en
- als je hetzelfde cijfer meer keren mag gebruiken?

Er zijn 3 getallen met gelijke cijfers: 111, 222 en 333.  
Er zijn 18 getallen met twee verschillende cijfers: 6 met alleen 1 en 2 (112, 121, 211, 221, 212, 122), 6 met alleen 1 en 3 en 6 met alleen 2 en 3.  
Er zijn 6 getallen met 3 verschillende cijfers.  
In totaal kun je dus  $3 + 18 + 6 = 27$  getallen maken.  
Een snellere manier: voor elk plaatscijfer heb je de keus uit drie (1, 2 of 3). Er zijn drie plaatscijfers te kiezen. Je hebt dus  $3 \times 3 \times 3 = 27$  mogelijkheden.

Tel de getallen die je hebt gevonden, bij elkaar op. Wat is de uitkomst? Reken op een handige manier!

De uitkomst is 5994.  
De cijfers 1, 2 en 3 komen 9 keer voor op plaats van de eenheden. Bij elkaar opgeteld is dat  $9 \times (1 + 2 + 3) = 54$ . Evenzo zijn er 54 tientallen en 54 honderdtallen. Bij elkaar opgeteld:

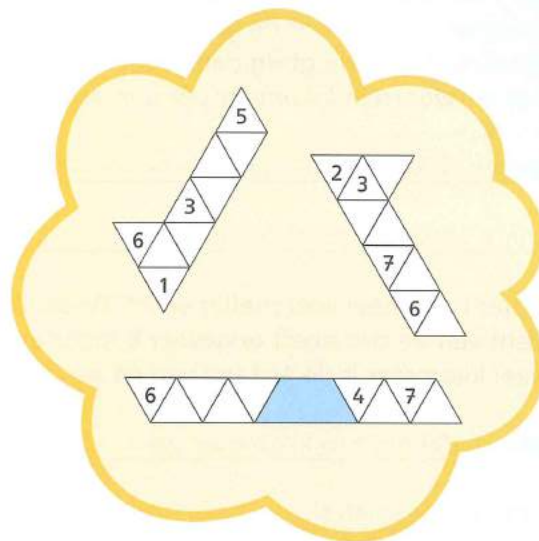
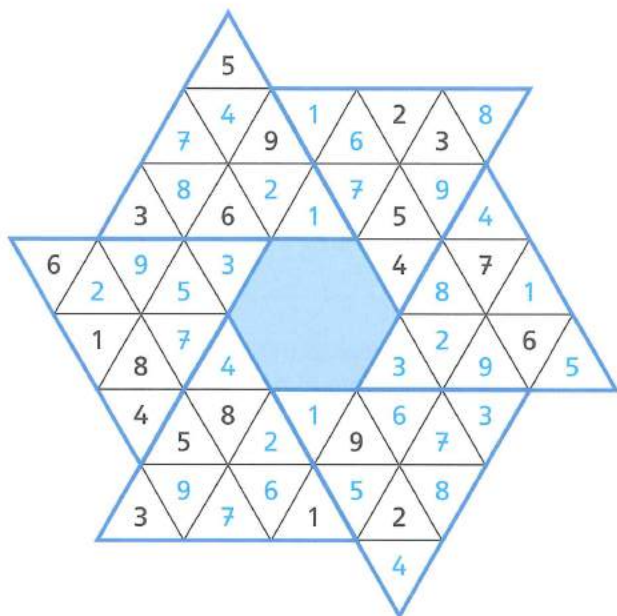
|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   | 5 | 4 |
|   |   | 5 | 4 |   |
| + | 5 | 4 | 9 | 4 |
|   | 5 | 9 | 9 | 4 |



# Stersudoku



Elke blauwe driehoek bestaat uit 9 driehoekige vakjes. Vul de lege vakjes zo in, dat in elke blauwe driehoek de cijfers 1 tot en met 9 precies één keer voorkomen. Ook op elke horizontale en op elke schuine rij mogen de cijfers 1 tot en met 9 maar één keer voorkomen. Bij een rij aan de buitenkant hoort ook het puntje van de ster (anders heb je maar 8 vakjes). In het wolkje zie je 3 voorbeelden van rijen met 9 vakjes.



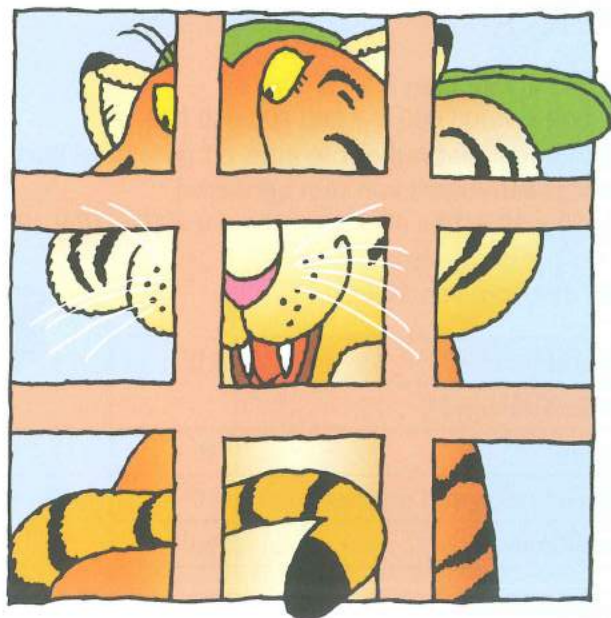
# Optelsudoku



Vul de lege vakjes zo in dat in elke rij en elke kolom en in elk van de negen grote vierkanten de cijfers 1, 2, ..., 9 precies één keer voorkomen.

In elk van de vijf rijen die onderbroken zijn met + en = moet de som kloppen!

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 8 | + | 2 | 3 | 9 | = | 6 | 5 | 7 |
| 6 | 9 | 5 |   | 7 | 8 | 1 |   | 3 | 4 | 2 |
| 2 | 7 | 3 | + | 5 | 4 | 6 | = | 8 | 1 | 9 |
| 9 | 6 | 1 |   | 8 | 5 | 3 |   | 2 | 7 | 4 |
| 3 | 5 | 4 | + | 6 | 2 | 7 | = | 9 | 8 | 1 |
| 7 | 8 | 2 |   | 9 | 1 | 4 |   | 5 | 6 | 3 |
| 5 | 4 | 6 | + | 1 | 9 | 2 | = | 7 | 3 | 8 |
| 8 | 3 | 9 |   | 4 | 7 | 5 |   | 1 | 2 | 6 |
| 1 | 2 | 7 | + | 3 | 6 | 8 | = | 4 | 9 | 5 |



# Grote getallen (1)



Bij onweer zie je eerst een bliksemschicht en hoor je wat later pas de knal.  
Hoe komt dat?

Het licht plant zich sneller voort dan het geluid.

Geluid plant zich in de lucht voort met een snelheid van ongeveer 345 meter per seconde.  
Een vliegtuig vliegt door de geluidsbarrière als de snelheid van dat vliegtuig hoger is dan die van het geluid.  
Hoe snel moet dat vliegtuig dan vliegen?  
Geef je antwoord in kilometer per uur, afgerond op een tiental.

Ongeveer 1250 kilometer per uur, want  $345 \text{ meter per seconde} = 3600 \times 345 \text{ meter per uur} = 1\,242\,000 \text{ meter per uur} = 1242 \text{ kilometer per uur}$ .

Licht plant zich heel veel sneller voort. De snelheid van het licht is ongeveer 300 000 kilometer per seconde.  
Het licht van de zon heeft ongeveer 8 minuten en 20 seconden nodig om de aarde te bereiken.  
Hoeveel kilometer is de afstand van de zon tot de aarde ongeveer?

Ongeveer 150 miljoen kilometer, want  $8 \text{ minuten en } 20 \text{ seconden} = 500 \text{ seconden}$  en  $500 \times 300\,000 \text{ kilometer} = 150\,000\,000 \text{ kilometer}$ .

Grote afstanden in het heelal worden uitgedrukt in lichtjaren.  
Een lichtjaar is de afstand die het licht aflegt in één jaar. Dat is ongeveer 9,46 biljoen kilometer (1 biljoen = 1 miljoen  $\times$  1 miljoen).  
Reken zelf eens na hoeveel kilometer een lichtjaar is.

Een jaar heeft  $365 \times 24 \text{ uur} = 8760 \text{ uur}$  en dat is  $8760 \times 3600 = 31\,536\,000 \text{ seconden}$ .

$31\,536\,000 \text{ seconden} \times 300\,000 \text{ km} = 9\,460\,800\,000\,000 \text{ km}$ .

Afgerond is dit  $9,46 \times 1\,000\,000\,000\,000 \text{ km}$ .

$1 \text{ miljoen} \times 1 \text{ miljoen} = 1 \text{ biljoen}$ , of  
 $1\,000\,000 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000\,000$ .  
Dat zijn nogal wat nullen! Je kunt dit getal veel korter schrijven, namelijk als  $10^{12}$ .  
Dit wordt een *macht van tien* genoemd.  
 $10^{12} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ .

Vul de machten van 10 in.

|                             |           |
|-----------------------------|-----------|
| duizend                     | $10^3$    |
| honderdduizend              | $10^5$    |
| miljoen                     | $10^6$    |
| miljard (= duizend miljoen) | $10^9$    |
| tien biljoen                | $10^{13}$ |
| triljoen                    | $10^{18}$ |



## Grote getallen (2)



Bij heel grote getallen is het handig om met machten van 10 te werken.

Voorbeeld: De diameter van de zon is bij ongeveer 1 392 000 km.  
Je kunt dit getal schrijven als  $1392 \times 10^3$ , maar bijvoorbeeld ook als  $13,92 \times 10^5$ .  
Leg uit dat dit allebei goed is.

$$1\,392\,000 = 1392 \times 1000 = 13,92 \times 100\,000.$$

Bij de zogenaamde *wetenschappelijke notatie* schrijf je een getal als vermenigvuldiging van een *getal tussen 1 en 10* en een macht van 10.  
Voorbeeld: 1 lichtjaar =  $9,46 \times 10^{12}$  km.

Vul getallen in de wetenschappelijke notatie in.

- De diameter van de zon =  $1,392 \times 10^6$  km.
- De afstand van de maan tot de aarde =  $384\,000$  km =  $3,84 \times 10^5$  km.
- De snelheid van het licht =  $3 \times 10^5$  km per uur.

Gebruik bij je antwoorden op de volgende vragen steeds de wetenschappelijke notatie.

Rond het getal tussen 1 en 10 af op één cijfer achter de komma.

- Bij de evenaar heeft de planeet Jupiter een diameter van 143 000 km. Hoe groot is de omtrek van de evenaar van Jupiter?

$$3,14 \times 1,43 \times 10^5 = 4,4902 \times 10^5 \text{ afgerond } 4,5 \times 10^5 \text{ km.}$$

- De ster die het dichtst bij de aarde staat, is Proxima Centauri. De afstand tussen deze ster en de aarde is 4,3 lichtjaren. Hoeveel kilometer is dat?

$$4,3 \times 9,46 \times 10^{12} = 40,678 \times 10^{12} = 4,0678 \times 10 \times 10^{12}, \text{ afgerond } 4,1 \times 10^{13} \text{ km.}$$

- Een ster uit de Grote Beer staat 19 lichtjaren van de aarde. Hoeveel kilometer is dat?

$$19 \times 9,46 \times 10^{12} = 179,74 \times 10^{12} = 1,7974 \times 10^2 \times 10^{12}, \text{ afgerond } 1,8 \times 10^{14} \text{ km.}$$

- De ster VV Cephei staat op 10 500 lichtjaren van de aarde. Hoeveel kilometer is dat?

$$10\,500 \times 9,46 \times 10^{12} = 99\,330 \times 10^{12} = 9,9330 \times 10^4 \times 10^{12}, \text{ afgerond } 9,9 \times 10^{16} \text{ km.}$$

- De gemiddelde afstand tussen twee sterrenbeelden is 3 miljoen lichtjaren. Hoeveel is dat in kilometers?

$$3 \times 10^6 \times 9,46 \times 10^{12} = 28,38 \times 10^{18} = 2,838 \times 10 \times 10^{18}, \text{ afgerond } 2,8 \times 10^{19} \text{ km.}$$



**Tip:** De formule om dit te berekenen, kun je vinden in Rekentijger 7A blad 20.



# Gelijkzijdige driehoeken



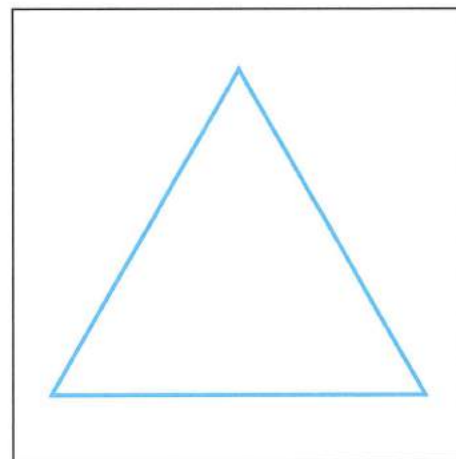
Een bekend verkeersbord heeft de vorm van een gelijkzijdige driehoek. Een gelijkzijdige (of regelmatige) driehoek is een driehoek met drie even lange zijden.



Je hebt uit een plank een perfecte gelijkzijdige driehoek gezaagd. Je kunt nu die uitgezaagde driehoek weer terugleggen in de opening die is ontstaan.

Dat kan op meer dan één manier.

Op hoeveel manieren past de driehoek in de opening? Op 6 manieren.



Teken zo precies als je kunt een gelijkzijdige driehoek met zijden van 5 cm.

Hoe groot zijn de hoeken van die driehoek?

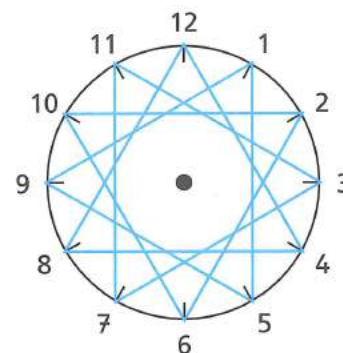
De drie hoeken zijn aan elkaar gelijk en samen 180°.

Elke hoek is dus 60°.

Teken op de klok zoveel mogelijk gelijkzijdige driehoeken.

De hoekpunten moeten op de rand van de cirkel liggen bij de hele uren.

Hoeveel driehoeken heb je getekend? 4



Als je alle driehoeken hebt getekend, zie je in het midden van de klok een regelmatige veelhoek.

Hoeveel zijden heeft die veelhoek? 12

Met 5 even lange lucifers kun je twee gelijkzijdige driehoeken maken. Teken die driehoeken.



Teken nu hoe je met 12 even lange lucifers 6 gelijkzijdige driehoeken kunt leggen.



Een beetje een gemene vraag: hoe kun je met 6 lucifers (zonder ze te breken) 4 gelijkzijdige driehoeken maken?

Maak met drie lucifers een driehoek; laat de andere drie lucifers vanuit de hoekpunten schuin naar boven

gaan tot ze bij elkaar komen. Je hebt dan een piramide die uit vier gelijkzijdige driehoeken bestaat.



# Haren tellen



Iemand met een volle haardos heeft ongeveer 100 000 haren op z'n hoofd.

Wonen er in Nederland twee mensen met precies evenveel haren op hun hoofd? Waarom denk je dat?

Ja, in Nederland wonen ruim 16 miljoen mensen, van wie er hooguit 100 000 een verschillend aantal hoofdharen hebben.

Hobbits zijn kleine wezens met veel haar op hun voeten, maar niet zoveel haar op hun hoofd. Van de hobbits die in Hobbitstee wonen, wordt het volgende beweerde.

- 1 Er zijn geen twee hobbits die precies evenveel haren op hun hoofd hebben.
- 2 Er wonen meer hobbits in Hobbitstee dan het grootste aantal hoofdharen in die plaats.
- 3 Er is geen hobbit die precies 2006 haren heeft.

Hoeveel inwoners kan Hobbitstee hoogstens hebben? 2006

Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

**Tip:** Er moet zeker één hobbit zijn die helemaal kaal is.

Stel dat er meer dan 2006 hobbits in Hobbitstee wonen, bijvoorbeeld 2010.

Er zijn 2010 getallen onder de 2010, namelijk 0, 1, 2, ..., 2009. Van die 2010 getallen zijn er 2009 ongelijk aan 2006 (bewering 3). Er kunnen dus maar 2009 hobbits zijn met een ongelijk aantal hoofdharen. Bij 2010 hobbits moeten er 2 hobbits zijn met precies evenveel hoofdharen. Dat is in strijd met bewering 1.

Deze redenering geldt voor elk getal groter dan 2006.

Als er 2006 hobbits in Hobbitstee wonen, kloppen alle drie de beweringen:

- Alle 2006 hobbits hebben een verschillend aantal hoofdharen (0, 1, 2, 3..., 2005, bewering 1).
- Er wonen 2006 hobbits en het grootste aantal haren is 2005 (bewering 2).
- Er is geen hobbit met precies 2006 haren (bewering 3).

# Maak het waar



Nadat je de juiste getallen hebt ingevuld, staat in dit blok:

1 keer het getal 0

7 keer het getal 1

3 keer het getal 2

2 keer het getal 3

1 keer het getal 4

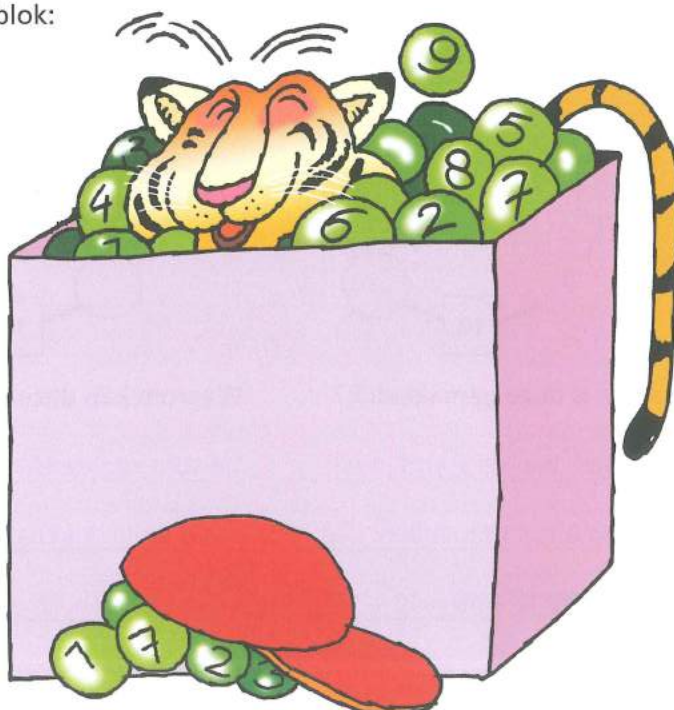
1 keer het getal 5

1 keer het getal 6

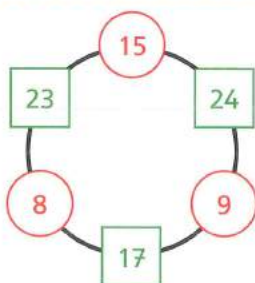
2 keer het getal 7

1 keer het getal 8

1 keer het getal 9

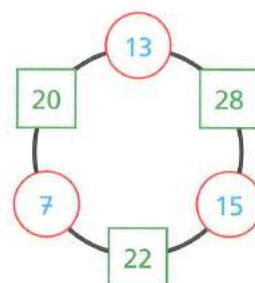
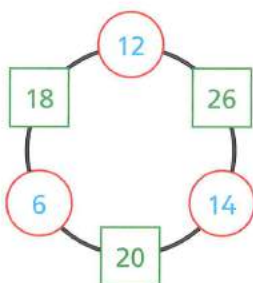
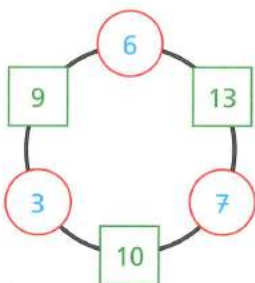
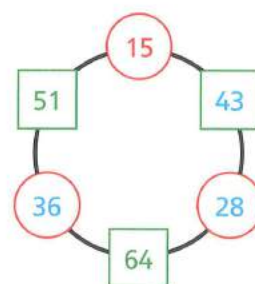
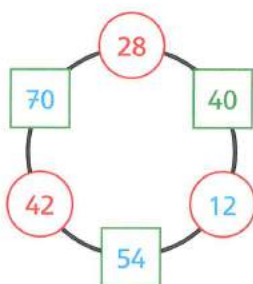
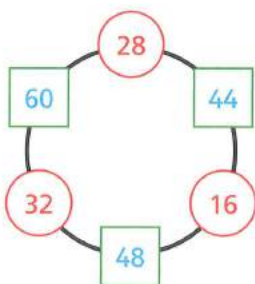


# Optelsnoeren

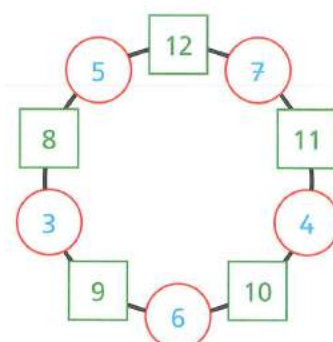
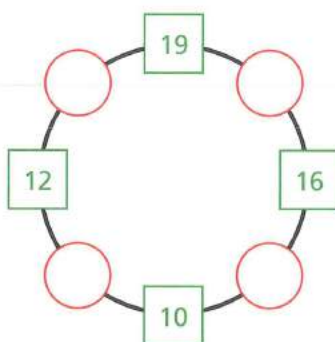
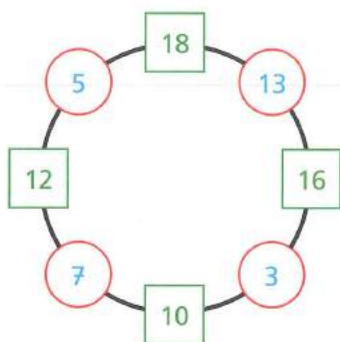


Elke vierkante kraal zit tussen twee ronde kralen.  
Het getal in de vierkante kraal krijg je door optellen van de getallen in de naastliggende ronde kralen. Kijk maar naar het voorbeeld.

Vul in elk optelsnoer de ontbrekende getallen in.



Nu met meer kralen:



Waarom is deze gemakkelijk?

Op de plek van de 7 kun je elk  
getal van 0 tot 10 invullen. Dat  
komt omdat  $12 + 16 = 10 + 18$ .

Waarom kan deze niet lukken?

De som van de vier rode getallen  
moet gelijk zijn aan  $10 + 19 = 29$ ,  
maar ook aan  $12 + 16 = 28$  en dat  
kan natuurlijk niet.

Deze heeft precies één oplossing!



# Blokkenbouwsels



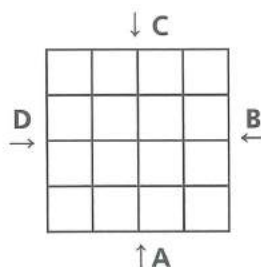
In Rekentijger 6B heb je gezien hoe je zijaanzichten en plattegronden bij blokkenbouwsels kunt maken. Hieronder zie je twee zijaanzichten van een groen blokkenbouwsel.



vanaf: A



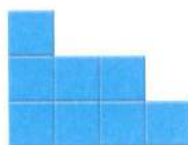
vanaf: B



Teken nu zelf de zijaanzichten vanaf C en vanaf D.



vanaf: C

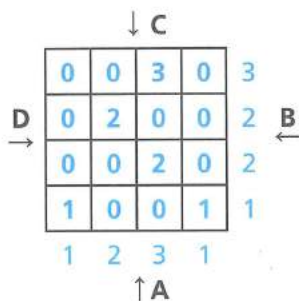
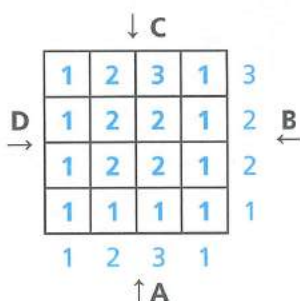


vanaf: D

Kun je nu weten hoe het bouwsel er precies uit ziet? Nee.

Zoek uit hoeveel blokjes er *hoogstens* gebruikt zijn? Gebruik hierbij een plattegrond.

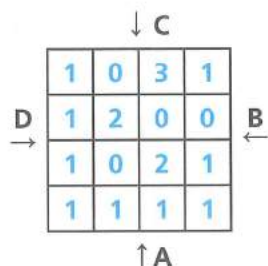
Er zijn hoogstens 23 blokjes gebruikt (zie plattegrond links).



Hoeveel blokjes zijn er *minstens* gebruikt?

Er zijn minstens 9 blokjes gebruikt (zie plattegrond rechts)

Ontwerp een blokkenbouwsel met dezelfde zijaanzichten als hierboven waarbij 16 blokjes gebruikt zijn. Het is voldoende om dit aan te geven met een plattegrond.



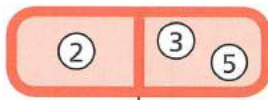
Dit is slechts een voorbeeld, er zijn veel mogelijkheden.



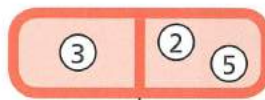
# Al maar nieuwe priemgetallen? (1)



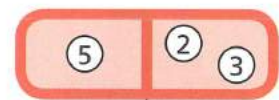
Een priemgetal is een getal dat alleen maar deelbaar is door 1 en door zichzelf. De kleinste drie priemgetallen zijn 2, 3 en 5. Je kunt dit drietal op drie manieren in twee groepjes verdelen. Bij elk van die verdelingen past een som. Vul de uitkomsten in.



$$2 + 3 \times 5 = \underline{17}$$



$$3 + 2 \times 5 = \underline{13}$$



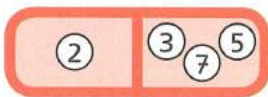
$$5 + 2 \times 3 = \underline{11}$$

De uitkomst van zo'n som noemen we het *kengetal* bij die verdeling.

Wat voor bijzonders hebben die drie kengetallen? Het zijn alle drie priemgetallen.

We doen hetzelfde met de kleinste vier priemgetallen, dus 2, 3, 5 en 7.

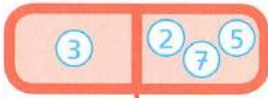
Je kunt ze nu verdelen in twee groepjes van twee, of in een groepje van drie en een groepje van één. Maak alle mogelijke verdelingen.



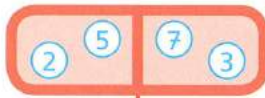
$$2 + 3 \times 5 \times 7 = \underline{107}$$



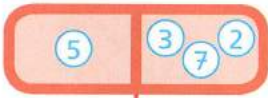
$$2 \times 3 + 5 \times 7 = \underline{41}$$



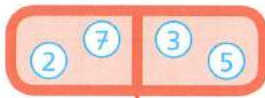
$$3 + 2 \times 5 \times 7 = \underline{73}$$



$$2 \times 5 + 3 \times 7 = \underline{31}$$



$$5 + 2 \times 3 \times 7 = \underline{47}$$



$$2 \times 7 + 3 \times 5 = \underline{29}$$



$$7 + 2 \times 3 \times 5 = \underline{37}$$



Reken bij elke verdeling het kengetal uit. Zijn dat nu ook weer priemgetallen?

Ja: 29, 31, 37, 41, 47, 73, 107 zijn alleen deelbaar door 1 en zichzelf.

Leg uit dat je met de kleinste vijf priemgetallen (dus met 11 erbij), 15 verschillende verdelingen in twee groepjes kunt maken.

Ga uit van de verdelingen bij de vier priemgetallen. Je kunt bij elke verdeling het getal 11 in een van de twee vakjes stoppen, dat geeft dan al twee keer zoveel, dus 14 verdelingen. Daarnaast is er nog de verdeling waarbij 11 alleen een groepje vormt. In totaal dus  $14 + 1 = 15$  verdelingen.



# Al maar nieuwe priemgetallen? (2)



Schrijf de 15 verdelingen van de vijf kleinste priemgetallen systematisch op en bereken de bijbehorende kengetallen.

| verdeling van 2, 3, 5, 7, 11 | tussenberekening |                    |   |                                        | kengetal |
|------------------------------|------------------|--------------------|---|----------------------------------------|----------|
| 2                            | 3, 5, 7, 11      | 2                  | + | $3 \times 5 \times 7 \times 11 = 1155$ | 1157     |
| 3                            | 2, 5, 7, 11      | 3                  | + | $2 \times 5 \times 7 \times 11 = 770$  | 773      |
| 5                            | 2, 3, 7, 11      | 5                  | + | $2 \times 3 \times 7 \times 11 = 462$  | 467      |
| 7                            | 2, 3, 5, 11      | 7                  | + | $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$  | 337      |
| 11                           | 2, 3, 5, 7       | 11                 | + | $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$   | 221      |
| 2, 3                         | 5, 7, 11         | $2 \times 3 = 6$   | + | $5 \times 7 \times 11 = 385$           | 391      |
| 2, 5                         | 3, 7, 11         | $2 \times 5 = 10$  | + | $3 \times 7 \times 11 = 231$           | 241      |
| 2, 7                         | 3, 5, 11         | $2 \times 7 = 14$  | + | $3 \times 5 \times 11 = 165$           | 179      |
| 2, 11                        | 3, 5, 7          | $2 \times 11 = 22$ | + | $3 \times 5 \times 7 = 105$            | 127      |
| 3, 5                         | 2, 7, 11         | $3 \times 5 = 15$  | + | $2 \times 7 \times 11 = 154$           | 169      |
| 3, 7                         | 2, 5, 11         | $3 \times 7 = 21$  | + | $2 \times 5 \times 11 = 110$           | 131      |
| 3, 11                        | 2, 5, 7          | $3 \times 11 = 33$ | + | $2 \times 5 \times 7 = 70$             | 103      |
| 5, 7                         | 2, 3, 11         | $5 \times 7 = 35$  | + | $2 \times 3 \times 11 = 66$            | 101      |
| 5, 11                        | 2, 3, 7          | $5 \times 11 = 55$ | + | $2 \times 3 \times 7 = 42$             | 97       |
| 7, 11                        | 2, 3, 5          | $7 \times 11 = 77$ | + | $2 \times 3 \times 5 = 30$             | 107      |

Zonder rekenwerk kun je zeker weten dat geen van die kengetallen deelbaar zal zijn door 7. Waarom kun je dat zeker weten?

Van de twee uitkomsten van elke tussenberekening is er steeds één deelbaar door 7 en de ander niet. Als je twee getallen bij elkaar optelt waarvan er een wél en de andere niet deelbaar is door 7, is de uitkomst zeker niet deelbaar door 7.

Zijn er ook kengetallen deelbaar door 2, 3, 5 of 11?

Nee; dezelfde reden waarom geen van de kengetallen deelbaar is door 7.

Welke van de vijftien kengetallen zijn deelbaar door 13?

1157 (=  $13 \times 89$ ), 221 (=  $13 \times 17$ ) en 169 (=  $13 \times 13$ ).

En welke zijn deelbaar door 17?

391 (=  $17 \times 23$ ) en 221 (=  $17 \times 13$ )

Alle andere kengetallen zijn priemgetallen. (Kijk maar op de lijst van alle priemgetallen onder de 2000, die staat op [www.rekentijger.nl](http://www.rekentijger.nl)).

Wat denk je, bestaat er een allergrootst priemgetal of zijn er oneindig veel priemgetallen?

Er zijn oneindig veel priemgetallen. Hoe lang je lijst priemgetallen ook is, je kunt altijd weer nieuwe maken door de lijst in twee groepen te verdelen en het kengetal bij die verdeling uit te rekenen. Dat kengetal is dan zeker niet deelbaar door een van de priemgetallen uit de lijst en is dus zeker deelbaar door een nieuw priemgetal.

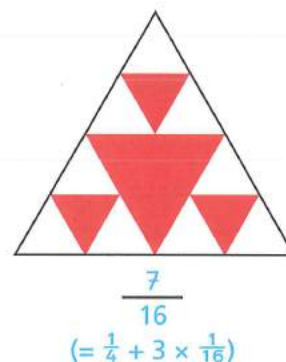
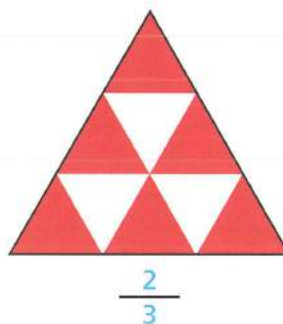
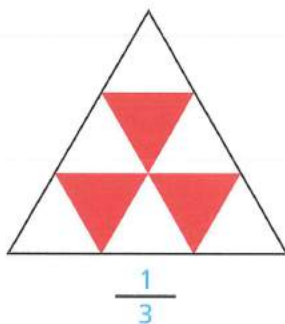
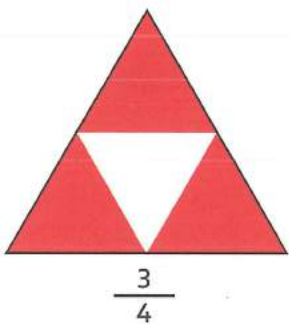
**Tip:** Kijk op elke regel naar de twee vermenigvuldigingen in de kolommen van de tussenberekening.



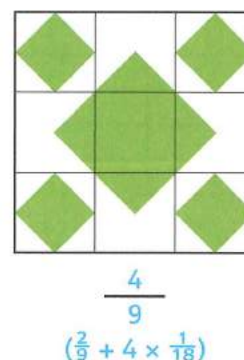
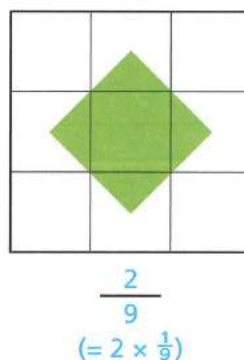
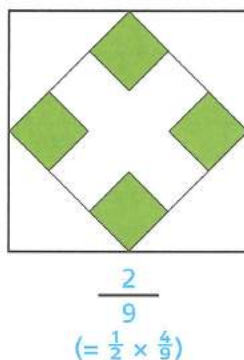
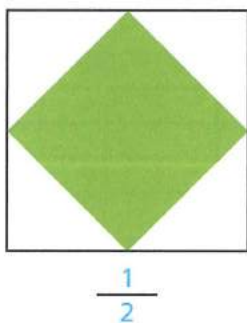
# Breuken



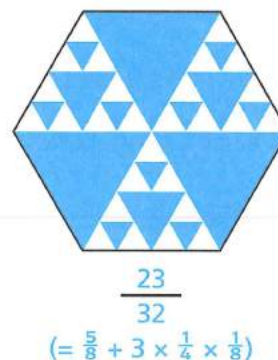
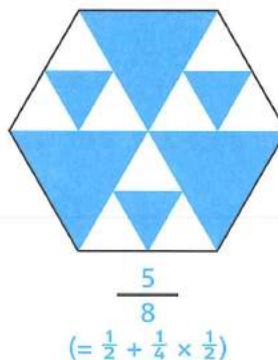
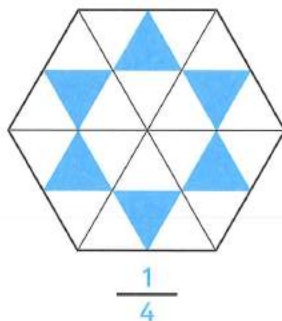
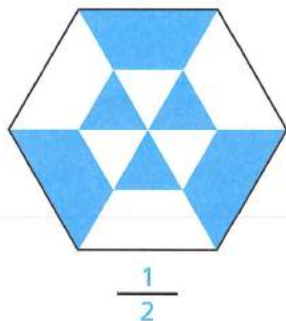
Geef met een breuk aan welk deel van de driehoek rood gekleurd is.



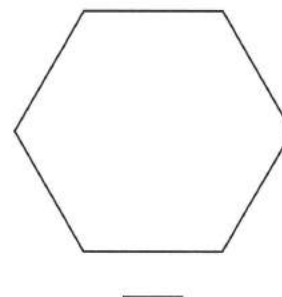
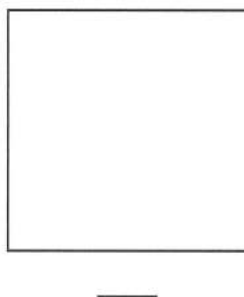
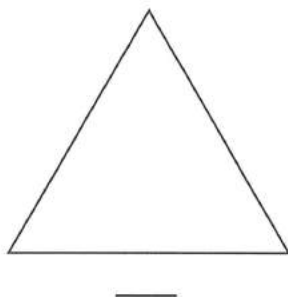
Geef met een breuk aan welk deel van het vierkant groen gekleurd is.



Geef met een breuk aan welk deel van de zeshoek blauw gekleurd is.



Kleur nu zelf een deel van de figuur en geef de bijpassende breuk:



# Het eiland Kinkona



Door een merkwaardige omzwerving ben jij op Kinkona beland. Je weet dat er op dat eiland twee soorten mensen wonen: *kinkels* en *konkels*. Kinkels spreken *altijd* de waarheid, konkels liegen *altijd*. Net aangekomen ontmoet je drie mannen. Je gaat een gesprek met ze aan.



Wat is Y, een kinkel of een konkel? Beredeneer je antwoord.

Y moet een konkel zijn. Als Y een kinkel was, zou X werkelijk gezegd hebben: 'ik ben een konkel'. Maar dat is onmogelijk. Want als X een konkel is, heeft hij gezegd: 'ik ben een kinkel' en als X een kinkel is heeft hij dat ook gezegd!

En Z, is hij een kinkel of een konkel? Hoe beredeneer je dat?

Z is een kinkel, want hij spreekt de waarheid, namelijk dat Y liegt.

Kun je ook weten wat X is? Waarom?

Nee, X heeft gezegd dat hij een kinkel is, maar daaruit kun je niet afleiden wat hij werkelijk is.



In dit huis wonen 2 broers, een kinkel en een konkel. Je wilt weten welke weg je moet nemen naar het dorp. Welke slimme (!) vraag kun je stellen om te weten te komen welke kant je op moet?

Welke weg zou je broer aanwijzen als ik hem de weg naar het dorp zou vragen?

Als de man die open doet de kinkel is, zou hij je de verkeerde kant op sturen, want hij zegt naar waarheid wat zijn broer gezegd zou hebben.

Als de broer die de deur heeft opgedaan de konkel is, zou hij weten dat zijn broer de kinkel de goede weg zou aanwijzen. Maar omdat de konkel altijd liegt, zal hij je de verkeerde weg wijzen.

In beide gevallen moet je dus de weg nemen die *niet* aangewezen wordt.

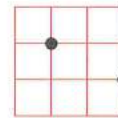
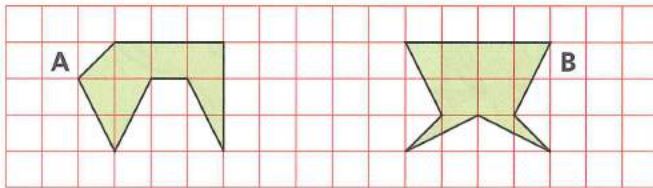


# Roosterveelhoeken (1)

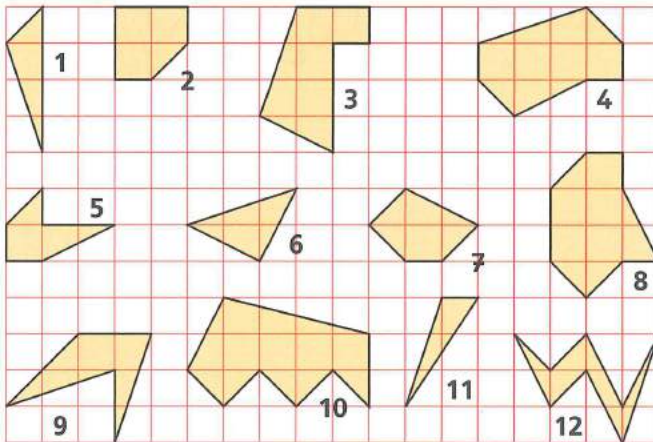


Hieronder zie je twee figuren (A en B) in een rooster van vierkante hokjes. Welke van die twee figuren heeft de grootste oppervlakte?

Oppervlakte van B is groter ( $A = 6\frac{1}{2}$  hokje,  $B = 7$  hokjes).



Figuren als A en B noemen we roosterveelhoeken omdat de hoekpunten roosterpunten zijn. Bereken hoeveel hokjes de oppervlakte van de roosterveelhoeken 1 tot en met 12 is.



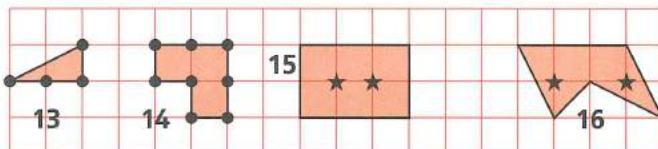
| fig. | opp.           | fig. | opp.           |
|------|----------------|------|----------------|
| 1    | 2              | 7    | $3\frac{1}{2}$ |
| 2    | $3\frac{1}{2}$ | 8    | $7\frac{1}{2}$ |
| 3    | $6\frac{1}{2}$ | 9    | 4              |
| 4    | $7\frac{1}{2}$ | 10   | $9\frac{1}{2}$ |
| 5    | $2\frac{1}{2}$ | 11   | $1\frac{1}{2}$ |
| 6    | $2\frac{1}{2}$ | 12   | 3              |

Veelhoeken zoals deze maak je door lijntjes te trekken van een roosterpunt naar een volgend roosterpunt. Je kunt dan tellen hoeveel roosterpunten op de rand van de figuur liggen.

Roosterpunten die op de rand van de figuur liggen, noem je randpunten.

Figuur 13 heeft 4 randpunten (•). Figuur 14 heeft 8 randpunten.

In figuur 15 en 16 zie je dat er 2 roosterpunten binnen de figuur liggen. Dit noem je binnenpunten (★).



• randpunt

★ binnenpunt

Hoeveel randpunten hebben de figuren 15 en 16? 10 (figuur 15) en 7 (figuur 16).

Een rechthoekige roosterveelhoek is 12 hokjes breed en 20 hokjes lang. De hoekpunten zijn roosterpunten. Hoeveel roosterpunten liggen er op de rand van de rechthoek?

64 (=  $12 + 20 + 12 + 20$ ) randpunten

En hoeveel roosterpunten liggen er binnen de rechthoek?

209 (=  $11 \times 19$ ) binnenpunten



# Roosterveelhoeken (2)



Ga voor de figuren 1 tot en met 16 van blad 19 na hoeveel randpunten en hoeveel binnenpunten ze hebben. Zoek die beide getallen op in de tabel hieronder. Schrijf in het vakje waar je dan uitkomt, de oppervlakte van dat figuur. Die oppervlakte van de figuren 1 tot en met 12 heb je op blad 19 al berekend. Bereken nu ook de oppervlakte van de figuren 13 tot en met 16.

Voorbeeld: figuur 2 heeft een oppervlakte van  $3\frac{1}{2}$  hokje. De figuur heeft 7 randpunten en 1 binnenpunt. In dat vak noteer je dus  $3\frac{1}{2}$ .

|                     |   | aantal randpunten |   |                |   |                |   |                |    |
|---------------------|---|-------------------|---|----------------|---|----------------|---|----------------|----|
|                     |   | 3                 | 4 | 5              | 6 | 7              | 8 | 9              | 10 |
| aantal binnenpunten | 0 |                   | 1 |                | 2 | $2\frac{1}{2}$ | 3 |                |    |
|                     | 1 | $1\frac{1}{2}$    |   |                |   | $3\frac{1}{2}$ | 4 |                |    |
|                     | 2 | $2\frac{1}{2}$    |   | $3\frac{1}{2}$ |   | $4\frac{1}{2}$ |   |                | 6  |
|                     | 3 |                   |   |                |   |                |   | $6\frac{1}{2}$ |    |
|                     | 4 |                   |   |                |   |                |   | $7\frac{1}{2}$ |    |
|                     | 5 |                   |   |                |   | $7\frac{1}{2}$ |   |                |    |
|                     | 6 |                   |   |                |   |                |   | $9\frac{1}{2}$ |    |
|                     | 7 |                   |   |                |   |                |   |                |    |
|                     | 8 |                   |   |                |   |                |   |                |    |

Het aantal binnenpunten begint met 0, het aantal randpunten met 3. Waarom is dat?

Iedere roosterveelhoek heeft minstens 3 randpunten; het aantal binnenpunten kan best 0 zijn.

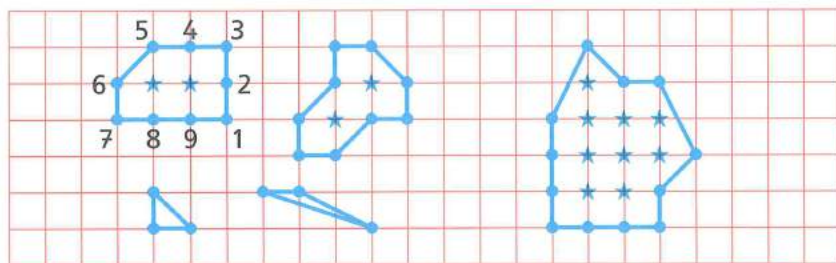
Zie je regelmaat in de getallen in de tabel? Wat zal de oppervlakte zijn van een figuur met 9 randpunten en 2 binnenpunten?  $5\frac{1}{2}$

Teken zo'n figuur in het rooster hieronder en kijk of je antwoord klopt.

Wat zal de oppervlakte zijn van een figuur met 3 randpunten en 0 binnenpunten?  $\frac{1}{2}$

En wat van een figuur met 12 randpunten en 9 binnenpunten? 14

Teken ook twee van zulke figuren in het rooster. Kijk weer of je antwoord klopt.



In de tabel zie je dat de oppervlakte altijd groter is dan het aantal binnenpunten. Hoeveel groter hangt af van het aantal randpunten. Hoe zit dat precies?

Bij 3 randpunten is de oppervlakte  $\frac{1}{2}$  groter dan het aantal binnenpunten, bij 4 randpunten 1 groter, bij 5 randpunten  $1\frac{1}{2}$  groter enzovoort. Voor elk randpunt dat er bij komt neemt het verschil met  $\frac{1}{2}$  toe.

Bedenk een regel waarmee je de oppervlakte van een roosterveelhoek kunt uitrekenen als je het aantal binnenpunten en het aantal randpunten weet.

Neem het aantal binnenpunten en trek daar 1 vanaf; neem het aantal randpunten en deel dat door 2; tel de twee uitkomsten bij elkaar op.

Of: oppervlakte = (aantal binnenpunten - 1) + (aantal randpunten : 2)

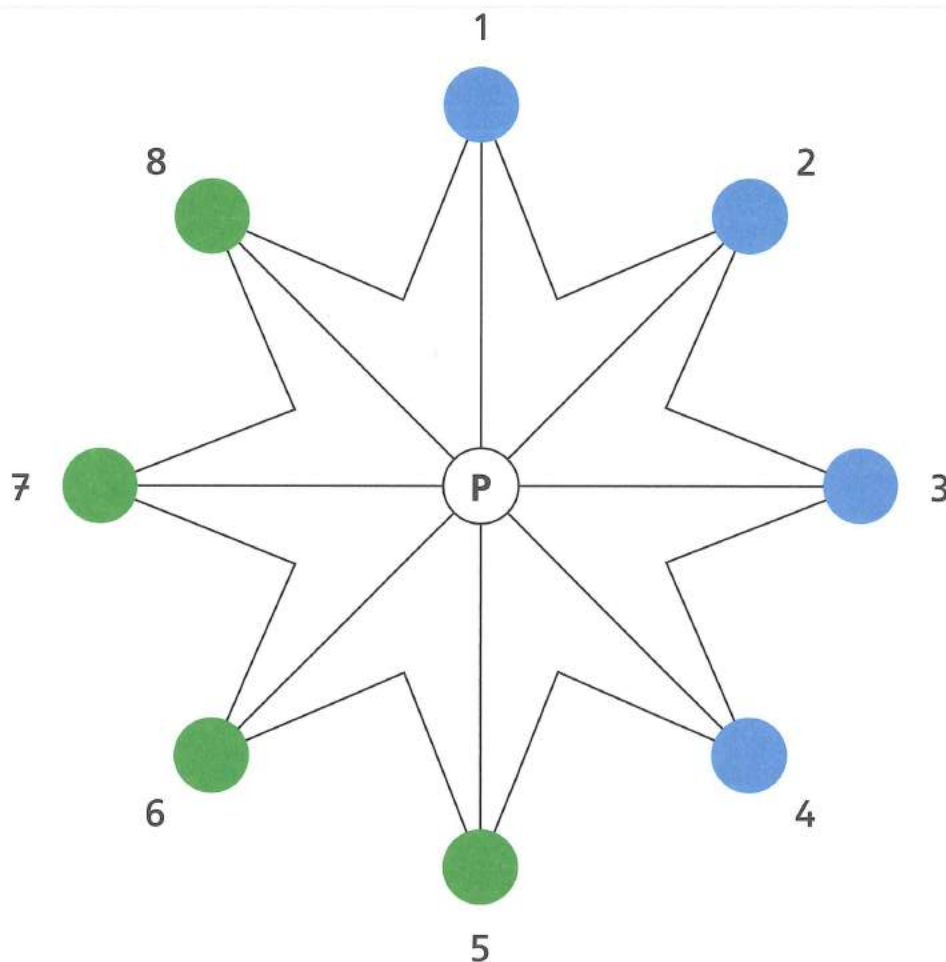


# Mu Turere



Dit is de naam van een spel afkomstig uit Nieuw-Zeeland.

Het speelbord is een achtpuntige ster met een cirkel in het midden: de Putahi (P).



De 2 spelers hebben elk vier gekleurde fiches (hier blauw en groen) die ze op de 8 sterpunten zetten, zoals in de figuur. De spelers verzetten om beurten een van hun fiches.

Er zijn drie soorten zetten:

- 1 Verplaats een fiche van een sterpunt naar een aangrenzend punt, maar alleen als dat punt niet bezet is.
- 2 Verplaats een fiche van de Putahi naar een onbezet punt.
- 3 Verplaats een fiche van een sterpunt naar de Putahi; dit mag alleen als de tegenspeler een of twee van de aangrenzende sterpunten bezet heeft en als de Putahi niet bezet wordt door de tegenspeler (op de Putahi kunnen wel meer fiches van dezelfde speler worden geplaatst).

De bedoeling van het spel is om de tegenstander klem te zetten, zodat hij geen enkele zet meer kan doen.

Speel dit spel een paar keer met een medeleerling.

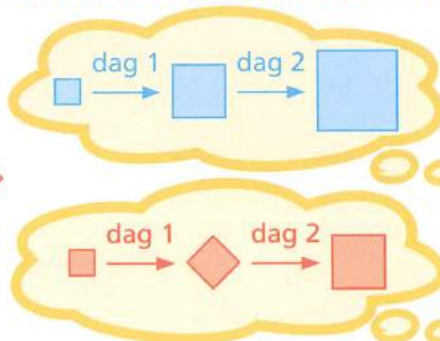
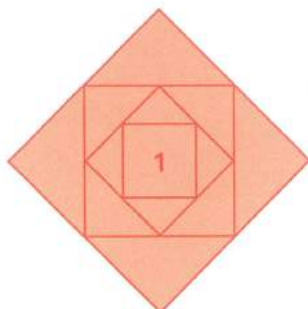
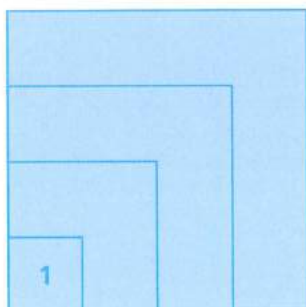
Arjen dacht dat spelregel 3 moest zijn: Je mag alleen een fiche van een sterpunt naar de Putahi verplaatsen als de Putahi niet door de tegenspeler is bezet.

Waarom kan Arjen geen gelijk hebben?

Je zou als beginnend speler met één zet een eind aan het spel kunnen maken.



# Groeiende vierkanten



Je ziet hier twee manieren om een vierkant te laten groeien. In beide gevallen is er begonnen met een vierkant van  $1 \text{ cm}^2$ . Het blauwe vierkant wordt elke dag 1 cm langer en breder. Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte na 9 dagen?

Na 9 dagen zijn de zijden 10 cm, de oppervlakte is dan  $100 \text{ cm}^2$ .

Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van het rode vierkant na 9 dagen?

Na elke dag is de oppervlakte verdubbeld; na 9 dagen is de oppervlakte dan  $512 \text{ cm}^2$ .

In het begin groeien de blauwe vierkanten harder dan de rode, later is het juist andersom.

Na hoeveel dagen hebben de rode vierkanten de blauwe 'ingehaald'? Na 6 dagen.

Vul de tabel in.

|       | begin | dag 1 | dag 2 | dag 3 | dag 4 | dag 5 | dag 6 | dag 7 | dag 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| blauw | 1     | 4     | 9     | 16    | 25    | 36    | 49    | 64    | 81    |
| rood  | 1     | 2     | 4     | 8     | 16    | 32    | 64    | 128   | 256   |

Stel dat de groei van de rode vierkanten nooit stopt. Na hoeveel dagen is de oppervlakte groter dan de oppervlakte van Nederland (dat is  $35\,054 \text{ km}^2$ )?

**Tip:** Zoek eerst uit na hoeveel dagen de oppervlakte iets meer dan 1000 keer zo groot is geworden.

Na 49 dagen.

Na 10 dagen is het rode vierkant iets meer dan 1000 keer zo groot geworden (precies  $1024 \text{ cm}^2$ ).

Na nog eens 10 dagen (dus na 20 dagen) is het meer dan  $1000 \times 1000$  keer zo groot geworden, enzovoort.

De oppervlakte van Nederland is ruim  $3,5 \times 10^4 \text{ km}^2$ , dat is  $3,5 \times 10^{14} \text{ cm}^2$  ( $1 \text{ km} = 10^5 \text{ cm}$ , dus  $1 \text{ km}^2 = 10^{10} \text{ cm}^2$ ).

Na 40 dagen is de oppervlakte van het rode vierkant ruim  $1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 = 10^{12} \text{ cm}^2$ .

Na 49 dagen is de oppervlakte van het rode vierkant ruim  $512 \times 10^{12} \text{ cm}^2 = 5,12 \times 10^{14} \text{ cm}^2$  en dat is groter

dan de oppervlakte van Nederland. Een dag eerder (na 48 dagen) is de oppervlakte nog een half keer zo groot

en dat is kleiner dan  $3,5 \times 10^{14} \text{ cm}^2$ .



# Mengbreuken



Eerst gelijke  
noemers maken,  
eh ... , 56, ...

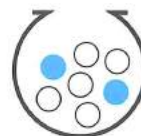
$$\frac{2}{7} + \frac{3}{8} = ?$$



Gewoon  $2 + 3 = 5$   
en  $7 + 8 = 15$ , dus  
 $\frac{5}{15}$  dat is  $\frac{1}{3}$

Welke breuk is gelijk aan  $\frac{2}{7} + \frac{3}{8}$ ?  $\frac{37}{56}$

In een kom zitten 5 witte en 2 blauwe ballen.  
Achmed trekt blindelings een bal uit de kom.  
De kans dat hij een blauwe bal trekt, is 2 op 7.  
Leg uit waarom je dit zo kunt zeggen.



Van de 7 ballen in totaal zijn er 2 blauw.

In plaats van: *de kans is 2 op 7*, wordt ook wel gezegd: *de kans is  $\frac{2}{7}$* .

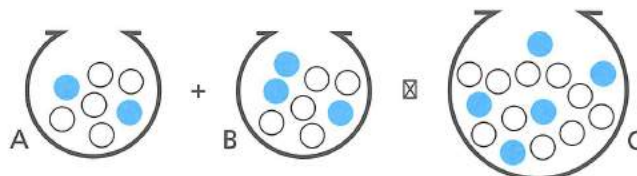
Hoe groot wordt de kans om een blauwe bal te trekken als je een extra  
blauwe bal in de kom doet? Geef een breuk als antwoord.  $\frac{3}{9}$



Welke breuk is groter  $\frac{2}{7}$  of  $\frac{3}{8}$ ?

$\frac{3}{8}$  is groter, want de kans op blauw is groter geworden.

De ballen uit kom A en B worden bij elkaar gedaan in kom C:



Hoe groot is de kans om blindelings een blauwe bal uit kom C te trekken?  $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ .

Hoe zit het met de kans op een blauwe bal bij C als je die vergelijkt met de kansen bij A en B?

Die kans is bij C groter dan bij A, maar kleiner dan bij B.

Als je van twee breuken de tellers en de noemers optelt, krijg je een nieuwe breuk. Die nieuwe breuk noem je de *mengbreuk* van die twee breuken.

$$\frac{5}{8} \text{ en } \frac{7}{10} \xrightarrow{\text{mengbreuk}} \frac{12}{18}$$

Wat weet je van de waarde van  $\frac{12}{18}$  als je die vergelijkt met de waarden van  $\frac{5}{8}$  en  $\frac{7}{10}$ ?

Die zit er ergens tussen in.

Maak  $\frac{5}{8}$  en  $\frac{7}{10}$  eerst gelijknamig en maak daarna de mengbreuk.  
Je zult zien dat de mengbreuk precies midden tussen de twee breuken in ligt.

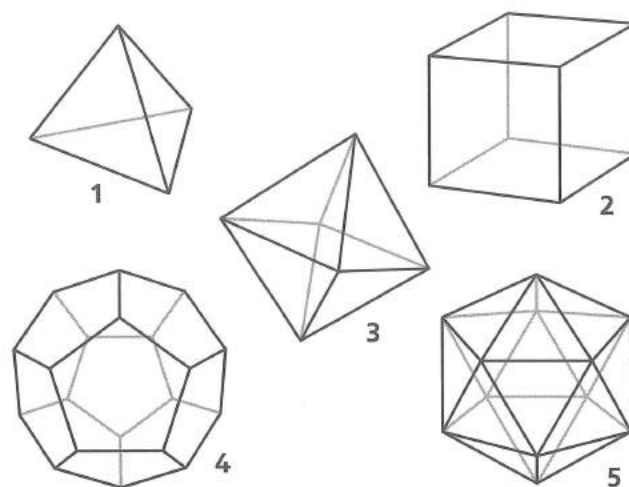
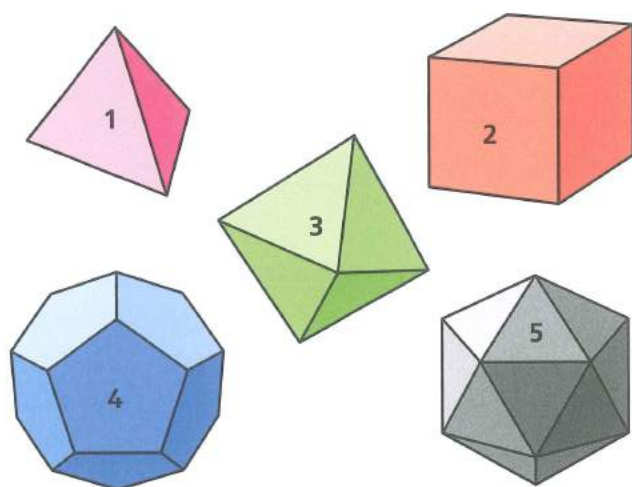
$\frac{5}{8} = \frac{50}{80}$  en  $\frac{7}{10} = \frac{56}{80}$ . De mengbreuk is dan  $\frac{106}{160}$ , of  $\frac{53}{80}$ .



# Regelmatige veelvlakken



Hieronder zie je twee keer vijf ruimtefiguren.



De zijvlakken van die figuren zijn regelmatige veelhoeken.  
Welke figuren worden begrensd door regelmatige driehoeken?

De figuren 1, 3 en 5.

Welke vorm hebben de zijvlakken bij de andere figuren?

Figuur 2: vierkant, figuur 4: regelmatige vijfhoek.

Hoeveel zijvlakken heeft elk van de vijf figuren?

| figuur            | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  |
|-------------------|---|---|---|----|----|
| aantal zijvlakken | 4 | 6 | 8 | 12 | 20 |

De vijf figuren worden *regelmatige veelvlakken* genoemd.  
Op [www.rekentijger.nl](http://www.rekentijger.nl) vind je bouwplaten van regelmatige veelvlakken.  
Voor je verder gaat met de vragen op dit blad, kun je daarmee die veelvlakken maken!

Een veelvlak heeft behalve zijvlakken ook *hoekpunten* en *ribben*.

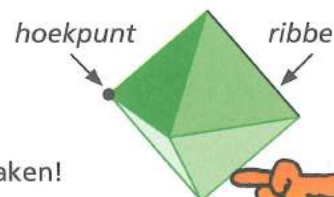
Hoeveel hoekpunten en hoeveel ribben heeft elk van de regelmatige veelvlakken?

| figuur            | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-------------------|---|----|----|----|----|
| aantal hoekpunten | 4 | 8  | 6  | 20 | 12 |
| aantal ribben     | 6 | 12 | 12 | 30 | 30 |

Marwan probeert van gelijkzijdige driehoeken een veelvlak te maken waarbij steeds 6 ribben in een hoekpunt samen komen. Denk je dat dit kan lukken? Leg je antwoord uit.

Nee, want als ze zes driehoeken laat samenkomen in een punt, zijn de hoeken van die driehoeken samen  $360^\circ$

en dat betekent dat die 6 driehoeken in één vlak liggen.



# De rij van Fibonacci (1)



Hier staat het begin van een rij getallen.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

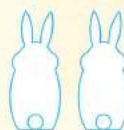
Wat is het volgende getal en waarom denk je dat?

Dat getal is 34 (= 13 + 21). Elk getal krijg je door optelling van de twee voorafgaande getallen.

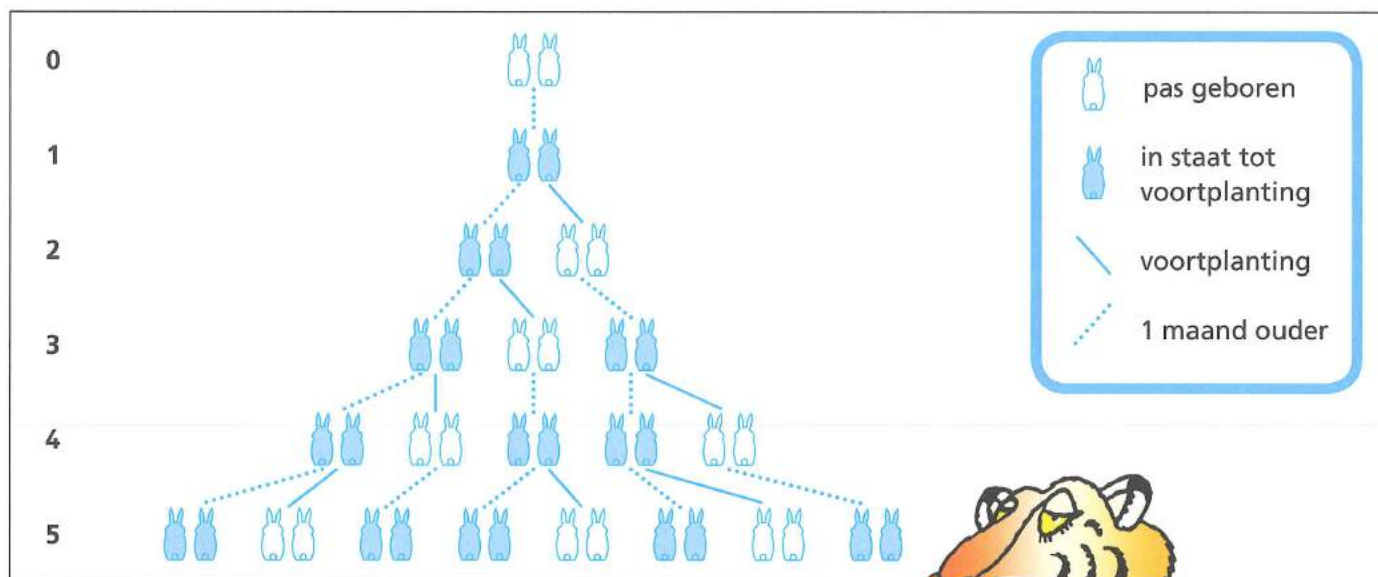
Deze beroemde getallenrij is bekend onder de naam *rij van Fibonacci*.

Fibonacci zou zijn rij hebben gemaakt naar aanleiding van de volgende vraag over de voortplanting van konijnen.

Elk paar konijnen brengt vanaf twee maanden na de geboorte elke maand 1 nieuw paartje voort.  
Hoeveel nieuwe paartjes heeft een pasgeboren paar na 12 maanden voortgebracht?



Je ziet hier in een schema de groei van het aantal konijnen. De getallen geven het aantal maanden aan na de geboorte van het eerste paartje.



Maak het schema af:

- Zet de juiste lijnen van rij 3 naar rij 4.
- Kleur in rij 4 de paartjes die zich kunnen voortplanten.
- Teken rij 5.
- Zet de lijnen van rij 4 naar rij 5.
- Kleur in rij 5 de paartjes die zich kunnen voortplanten.



Reken uit hoeveel paren er na 12 maanden zijn. (Er gaat in die 12 maanden geen enkel konijntje dood.)

Na 6 maanden zijn er 13 (= 8 + 5) paren, na 7 maanden 21 (= 13 + 8) paren, na 8 maanden 34, na 9 maanden

55, na 10 maanden 89, na 11 maanden 144, na 12 maanden 233 konijnenparen.



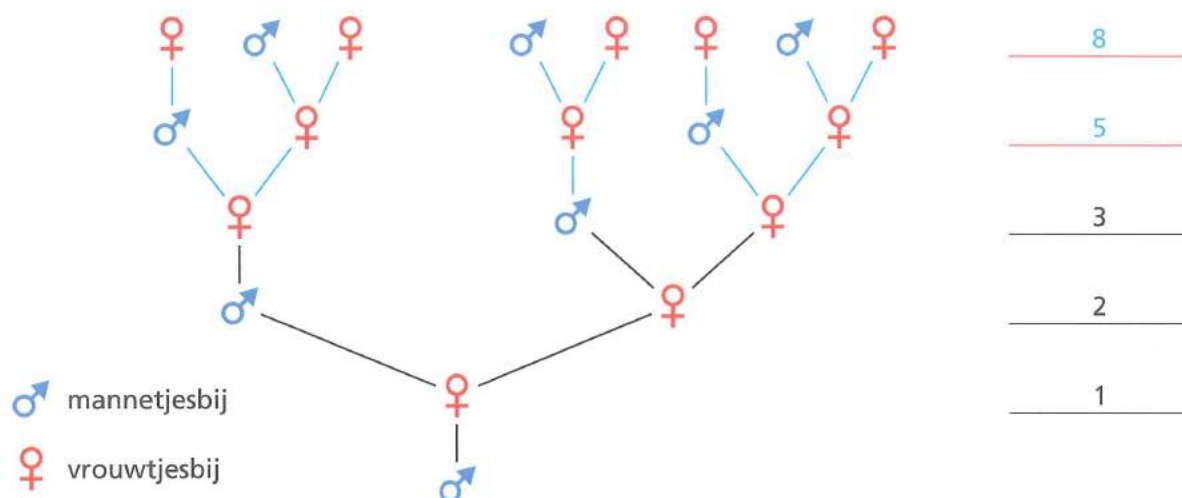
# De rij van Fibonacci (2)



Fibonacci-getallen komen op veel plaatsen in de natuur voor. In de plantenwereld bijvoorbeeld als aantallen vertakkingen en aantal bloemblaadjes. Het volgende voorbeeld komt uit de insectenwereld.

Een vrouwtjesbij is het product van een mannetje en een vrouwtje. Een mannetjesbij heeft alleen een moeder. Hieronder staat het begin van de stamboom van een mannetjesbij. Je ziet dat een mannetjesbij 1 ouder, 2 grootouders en 3 overgrootouders heeft.

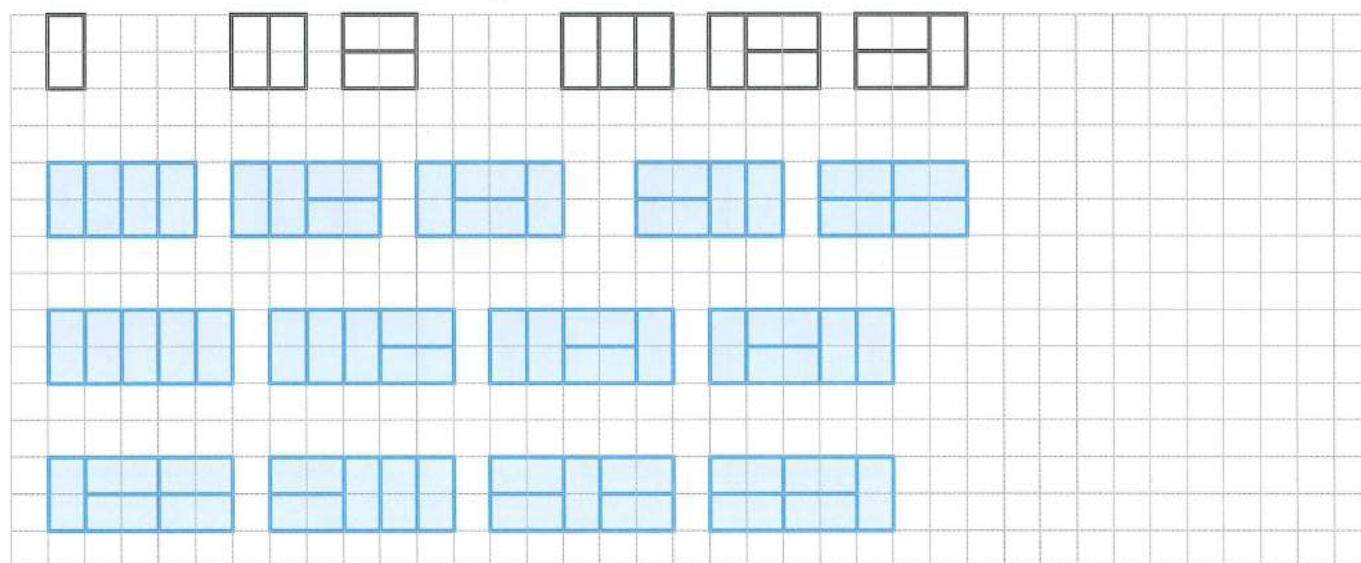
Teken boven de overgrootouders nog twee generaties en tel het aantal voorouders per generatie.



Nog een voorbeeld van Fibonacci-getallen.

Met tegels van 1 bij 2 dm kun je allerlei rechthoeken leggen met een breedte van 2 dm. In de figuur zie je één rechthoek met een lengte van 1 dm, twee rechthoeken die 2 dm lang zijn en drie van 3 dm lengte.

- Teken in het rooster alle mogelijke rechthoeken die 4 dm lang zijn (en 2 dm breed).
- Teken ook alle rechthoeken van 5 bij 2 dm.



Hoe gaat het verder met de aantallen rechthoeken van 2 dm breed die je met de tegels kunt leggen?

Er zijn 13 rechthoeken van 6 bij 2 dm, 21 van 7 bij 2 dm, 34 van 8 bij 2 dm enzovoort.



# Supertovervierkanten



In een vierkant van 3 bij 3 kun je de getallen 1 tot en met 9 zo schrijven, dat de som van de getallen op elke rij, op elke kolom én op de twee diagonalen gelijk is aan 15. Dat heet dan een *tovervierkant*.

Maak zo'n tovervierkant. De 5 is al voor je ingevuld.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

Nu een vierkant van 4 bij 4. Daarin passen de getallen 1 tot en met 16. Als de sommen van de vier rijen, de vier kolommen en de twee diagonalen aan elkaar gelijk zijn, is het een tovervierkant.

Als die sommen ook nog gelijk zijn aan de som van de getallen in de vakjes met dezelfde vorm, dan heb je een *supertovervierkant*!

Maak zo'n supertovervierkant.

De middelste vier vakjes zijn al ingevuld.

**Tip:** Zoek eerst uit hoe groot de som van een rij, kolom of diagonaal moet zijn.

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1  | 12 | 7  | 14 |
| 8  | 13 | 2  | 11 |
| 10 | 3  | 16 | 5  |
| 15 | 6  | 9  | 4  |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1  | 12 | 7  | 14 |
| 8  | 13 | 2  | 11 |
| 10 | 3  | 16 | 5  |
| 15 | 6  | 9  | 4  |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1  | 12 | 7  | 14 |
| 8  | 13 | 2  | 11 |
| 10 | 3  | 16 | 5  |
| 15 | 6  | 9  | 4  |

Maak nu ook een supertovervierkant van 5 bij 5.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 13 | 17 | 21 | 5  | 9  |
| 25 | 4  | 8  | 12 | 16 |
| 7  | 11 | 20 | 24 | 3  |
| 19 | 23 | 2  | 6  | 15 |
| 1  | 10 | 14 | 18 | 22 |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 13 | 17 | 21 | 5  | 9  |
| 25 | 4  | 8  | 12 | 16 |
| 7  | 11 | 20 | 24 | 3  |
| 19 | 23 | 2  | 6  | 15 |
| 1  | 10 | 14 | 18 | 22 |

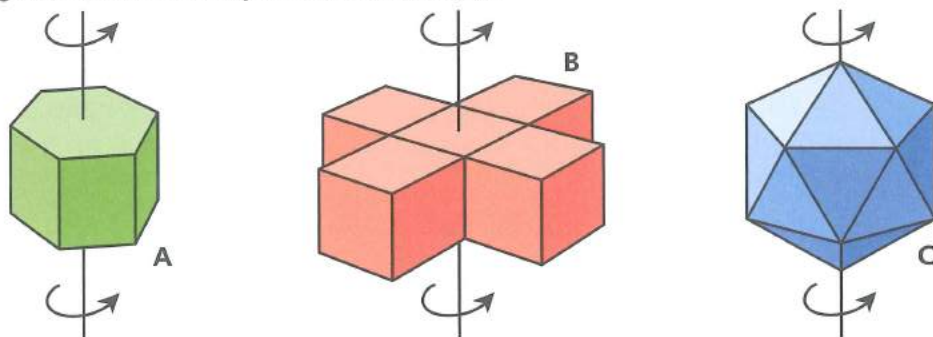
|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 13 | 17 | 21 | 5  | 9  |
| 25 | 4  | 8  | 12 | 16 |
| 7  | 11 | 20 | 24 | 3  |
| 19 | 23 | 2  | 6  | 15 |
| 1  | 10 | 14 | 18 | 22 |



# Draaisymmetrie bij ruimtefiguren



In Rekentijger 6A heb je kennis gemaakt met draaisymmetrie en assen van symmetrie bij vlakke figuren. Maar ook ruimtefiguren kunnen een symmetrie-as hebben.



Figuur A heeft als grond- en bovenvlak een regelmatige zeshoek. Figuur B bestaat uit vijf kubussen. Figuur C is een regelmatig twintigvlak.

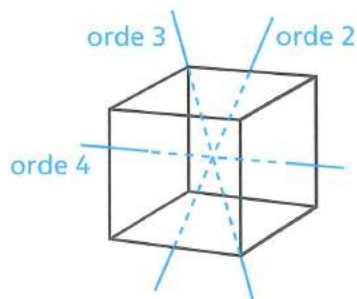
Je kunt al deze figuren zo om de symmetrie-as draaien, dat ze na een stukje draaien weer precies op dezelfde plaats staan. Het aantal keren dat je dit kunt doen om  $360^\circ$  rond te komen, wordt de *orde van de symmetrie-as* genoemd. Vul in.

| figuur                   | A | B | C |
|--------------------------|---|---|---|
| orde van de symmetrie-as | 6 | 4 | 5 |

Figuur B heeft nog twee symmetrie-assen. Van welke orde zijn die? 2

Een kubus heeft symmetrie-assen van de orde 4, 3 en 2.

Teken van elke orde één as in de figuur hieronder en vul de tabel in.

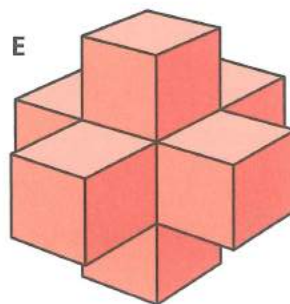
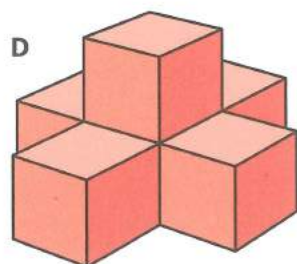


**Tip:** neem een kubusvormig blokje en kijk hoe je dit op allerlei manieren kunt draaien totdat het precies dezelfde plaats inneemt.

| kubus                  | orde 4 | orde 3 | orde 2 |
|------------------------|--------|--------|--------|
| aantal symmetrie-assen | 3      | 4      | 6      |

Je ziet hier nog twee bouwsels van kubussen (D en E). Hoeveel symmetrie-assen heeft elk?

D heeft 1 symmetrie-as (orde 4) en E heeft 13 symmetrie-assen (net als de kubus in het hart)



# Som en product (1)



$$6 + 14 = 20$$

de **som**  
van 6 en 14

$$6 \times 14 = 84$$

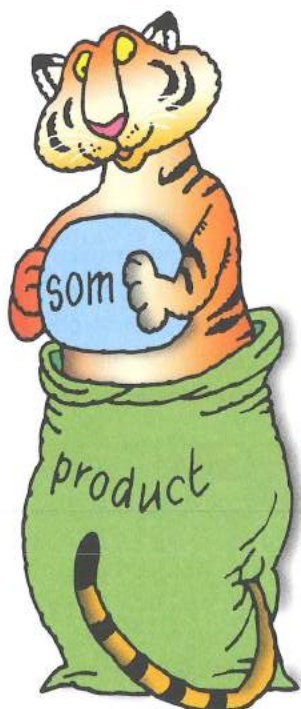
het **product**  
van 6 en 14

Van twee *hele* getallen is alleen bekend dat hun **som** gelijk is aan 20.

Die getallen zouden bijvoorbeeld 6 en 14 kunnen zijn; in dat geval is hun **product** 84.

Maar je kunt ook twee andere getallen kiezen met een som die gelijk is aan 20. Daarbij hoort dan een ander product.

Kleur in het honderdveld de vakjes met de mogelijke uitkomsten van het product.



|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Schrijf de uitkomsten van klein naar groot.

19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 96, 99, 100

Welk patroon kun je ontdekken in deze rij getallen?

De sprongen naar het volgende getal worden steeds 2 kleiner: 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1

Van twee hele getallen is de som gelijk aan 24.

Hoe groot kan hun product hoogstens zijn?  $12 \times 12 = 144$



## Som en product (2)



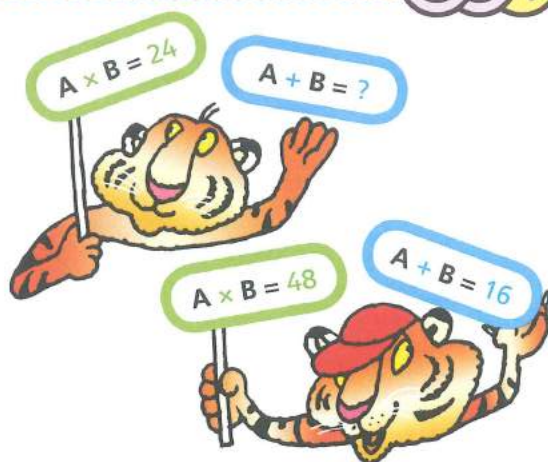
Van twee hele getallen is nu alleen het product bekend, dat is 24.  
Hoe groot kan hun som zijn?  
Schrijf alle mogelijkheden op.

$$24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6.$$

De som kan dus zijn 25, 14, 11 of 10.

Van twee hele getallen zijn de som en product bekend.  
Welke getallen zijn dat?

4 en 12



Weet jij het ook? Beredeneer hoe je erachter kunt komen hoe oud de kinderen zijn.

De 3 hele getallen met 36 als product kunnen zijn:

$$1 \times 1 \times 36, \text{ som} = 38$$

$$1 \times 4 \times 9, \text{ som} = 14$$

$$2 \times 3 \times 6, \text{ som} = 11$$

$$1 \times 2 \times 18, \text{ som} = 21$$

$$1 \times 6 \times 6, \text{ som} = 13$$

$$3 \times 3 \times 4, \text{ som} = 10$$

$$1 \times 3 \times 12, \text{ som} = 16$$

$$2 \times 2 \times 9, \text{ som} = 13$$

Als de man op huisnummer 38, 21, 16, 14, 11 of 10 had gewoond, zou hij nu al hebben geweten hoe oud de kinderen zijn. Maar hij weet het nog niet, dus moet hij wel op nummer 13 wonen. Dan blijven er 2 mogelijkheden over: 1, 6 en 6 of 2, 2 en 9. In het eerste geval is er geen oudste kind, dus moeten de kinderen wel 2, 2 en 9 jaar oud zijn.



# Waar of niet waar?



Deze stellingen horen bij Rekentijger 8A. Je kunt alles terugvinden in de werkbladen. Je mag terugbladeren om iets op te zoeken. Veel puzzelplezier!

|    |                                                                                                                          | waar                      | niet waar |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------|
| 1  | Er zijn vijf regelmatige veelvlakken.                                                                                    | x                         |           |
| 2  | Een gelijkzijdige driehoek heeft hoeken van $45^\circ$ .                                                                 |                           | x         |
| 3  | Er zijn oneindig veel priemgetallen.                                                                                     | x                         |           |
| 4  | Als je twee getallen optelt die allebei deelbaar zijn door 7, dan is de uitkomst ook deelbaar door 7.                    | x                         |           |
| 5  | Een kubus heeft 13 symmetrie-assen.                                                                                      | x                         |           |
| 6  | De som van twee getallen is altijd kleiner dan het product van die getallen.                                             |                           | x         |
| 7  | In de rij van Fibonacci komt een kwadraat voor dat groter is dan 1.                                                      | x                         |           |
| 8  | Je kunt twee breuken optellen door de tellers en de noemers op te tellen.                                                |                           | x         |
| 9  | Een regelmatige negenhoek heeft binnenhoeken van $140^\circ$ .                                                           | x                         |           |
| 10 | Op een school met 400 leerlingen zijn op zekere dag twee of meer leerlingen jarig.                                       | x                         |           |
| 11 | Als een roosterveelhoek vierkant is met zijden van 50 hokjes lang, dan liggen er 2401 roosterpunten binnen het vierkant. | x                         |           |
| 12 | In de rij van Fibonacci is elk getal het product van de twee voorgaande getallen.                                        |                           | x         |
| 13 | Een regelmatig twaalfvlak heeft $12 \times 5 = 60$ hoekpunten.                                                           |                           | x         |
| 14 | Een regelmatig achthoek heeft evenveel ribben als een kubus.                                                             | x                         |           |
| 15 | De uitkomst van $2 \times 5 \times 13 + 3 \times 7 \times 11$ is een priemgetal.                                         |                           | x         |
| 16 | De oppervlakte van een roosterdriehoek is op zijn minst gelijk aan de helft van één roosterhokje.                        | x                         |           |
| 17 | De uitspraak 'ik lieg altijd', is een leugen.                                                                            | x                         |           |
| 18 | Van de stellingen op deze bladzijde zijn er elf waar.                                                                    | niet waar en niet onwaar! |           |







Ben **jij** een echte

# Rekentijger?



**Rekentijger**

**Dit boekje is bestemd voor Rekeningtigers.  
Maar een Rekeningtiger ben je niet zomaar.  
Een echte Rekeningtiger ...**

- zet zijn tanden in deze pittige Rekeningtigeropdrachten.
- gaat toch door, als hij niet meteen het antwoord weet.
- vraagt een tip aan een andere Rekeningtiger/de leerkracht, als het dan nog niet lukt.
- controleert zijn antwoorden, voordat hij in het antwoordenboekje kijkt.
- mag natuurlijk fouten maken.
- denkt na over zijn foute oplossingen – als die er zijn – en wil daar wat van leren.
- werkt samen en overlegt regelmatig met andere Rekeningtigers.
- wil leren over rekenen-wiskunde.

ISBN 978-90-276-5668-1



**Dus ... ben jij een echte Rekeningtiger? We dagen je uit!**

Kijk ook eens op onze website: [www.rekeningtiger.nl](http://www.rekeningtiger.nl)

*Hoofdauteur*  
Martin Kindt

*Auteur*  
Miranda Heeck-den Boer, Eunice Triemstra,  
Patricia Vandenbroucke

*Uitgever*  
Jan van Wonderen

*Projectleiding*  
Marika Verschoor

De sudoku's op werkblad 8 zijn overgenomen uit Scientific American, met vriendelijke toestemming van Olga Leonitjeva (NONZERO) en Ed Pegg.

*Bureau redactie*  
Piet Hugen

*Vormgeving*  
Studio Zwijssen, Nicolette Obers

*Productie begeleiding*  
Tessa Sponselee

*Lay-out en technische tekeningen*  
Woudesign, 's-Hertogenbosch

*Illustraties*  
Anjo Mutsaers, Sylvia Weve (logo)

*Fotografie*  
Martin Swinkels  
Met dank aan: Beekse Bergen Hilvarenbeek

7<sup>e</sup> druk  
© Uitgeverij Zwijssen B.V., Tilburg  
Voor België: Uitgeverij Zwijssen.be, Antwerpen  
ISBN 978.90.276.5668.1  
D/2005/1919/220

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden vervoelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische vervoelvoudingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.reprorecht.nl](http://www.reprorecht.nl)). Voor het overnemen van gedeeltes uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatieverken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot de Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.cedar.nl/pro](http://www.cedar.nl/pro)).

Aan het verspreiden, waar nodig, van toestemming tot overname is door de uitgever de uiterste zorg besteed. Zou desondanks blijken dat een rechthebbende over het hoofd is gezien, dan verzoeken wij deze contact op te nemen met Uitgeverij Zwijssen.



**Zwijssen Fundamenteen Reeks**

groep **8**  
boekje **A**