

Reken tijger

antwoorden-
boekje
groep 8

5

4

2

9

En dan nu: **de antwoorden!**

Reken tijger



Rekentijger

Ben **jij** er ook één?!

Met toelichting
voor de leerkracht



groep **8** antwoorden-
boekje **B**

Toelichting

Inleiding

Deze toelichting geeft informatie over wat *Rekentijger* is en op welke doelgroep *Rekentijger* zich richt.

Ook komen organisatorische punten aan bod, zoals 'Hoe gebruik ik *Rekentijger* in het rekenonderwijs?' en 'Hoe werken de kinderen ermee?'

Voor wie is *Rekentijger*?

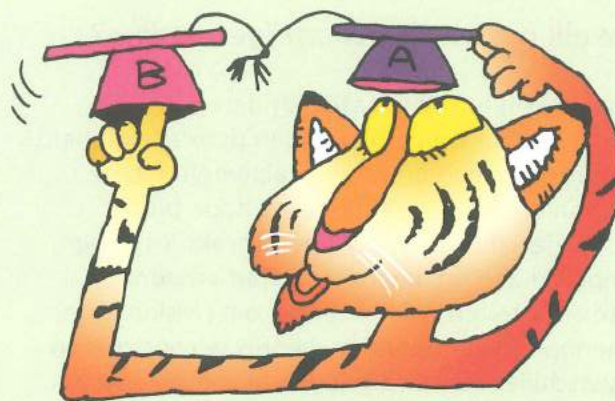
De serie boekjes van *Rekentijger* is bestemd voor begaafde en hoogbegaafde kinderen en heel goede rekenaars in het basisonderwijs. Dit zijn kinderen die op de toetsen van het Leerlingvolgsysteem van de Cito-groep een rekenvaardigheidsscore op A-niveau of een hoge B-score halen. Ze maken de toetsen van de reguliere rekenmethode meestal goed en de lessen in de methode bieden hen niet voldoende uitdaging.

Deze kinderen kunnen op het gebied van rekenen-wiskunde en logisch denken veel meer aan.

Dat biedt de stof in *Rekentijger*.

Deel 8B bevat pittige verrijkingsopdrachten voor kinderen die in groep 8 zitten. *Rekentijger* 8B volgt op 8A en is in principe bedoeld voor de tweede helft van het schooljaar. In 8B wordt ervan uitgegaan dat kinderen deel A doorgewerkt hebben.

De stof die in beide delen wordt aangeboden,



sluit aan bij de leerstof uit reguliere rekenwiskundemethoden van groep 8, en loopt er dus niet op vooruit. De opdrachten bieden verbreding en verdieping. Ook bevatten ze onderwerpen die niet uitgewerkt worden in het reken-wiskundeaanbod van de basisschool. Deze (meer wiskundige) onderwerpen zijn voor kinderen die meer aankunnen interessant.

Niet alleen de rekenvaardigheid bepaalt of kinderen de opdrachten kunnen maken. Van hen wordt ook een bepaalde houding ten opzichte van pittige problemen en rekenen-wiskunde gevraagd. Ook moeten ze beschikken over doorzettingsvermogen als ze niet meteen tot een oplossing komen. Voor de kinderen formuleren we op de achterkant van het boekje wanneer ze 'een echte *Rekentijger*' zijn:

Afbeelding 1

Ben jij een echte *Rekentijger*?

Dit boekje is bestemd voor *Rekentijgers*. Maar een *Rekentijger* ben je niet zomaar. Een echte *Rekentijger* ...

- zet zijn tanden in deze pittige *Rekentijger*opdrachten.
- gaat toch door als hij niet meteen het antwoord weet.
- vraagt een tip aan een andere *Rekentijger*/de leerkracht als het dan nog niet lukt.
- controleert zijn antwoorden voordat hij in het antwoordenboekje kijkt.
- mag natuurlijk fouten maken.
- denkt na over zijn foute oplossingen – als die er zijn – en wil daar wat van leren.
- werkt samen en overlegt regelmatig met andere *Rekentijgers*.
- wil leren over rekenen-wiskunde.

Dus ... ben jij een echte *Rekentijger*? We dagen je uit!



In welk opzicht is *Rekentijger* anders?

Begaafde en hoogbegaafde kinderen hebben, gezien hun rekenvaardigheid en denkvaardigheid, behoefte aan een ander type activiteiten dan de reguliere reken-wiskundemethode biedt. Activiteiten die een meer open karakter hebben, complexer zijn en meer creativiteit vragen. Deze activiteiten vragen tevens om (wiskundige) samenhangen te doorzien, kennis te construeren en verschillende vaardigheden te combineren. *Rekentijger* biedt dit soort problemen. De kinderen moeten kritisch nadenken over wiskundige en meetkundige onderwerpen en over problemen die een beroep doen op (mathematisch-)logisch denken. Een kritische houding, redeneren en uitleggen zijn daarbij belangrijk. Deel 8B biedt zowel pittige puzzels als activiteiten met een meer open karakter waarbij kinderen aan de hand van een serie opeenvolgende activiteiten een nieuw wiskundig onderwerp verkennen.



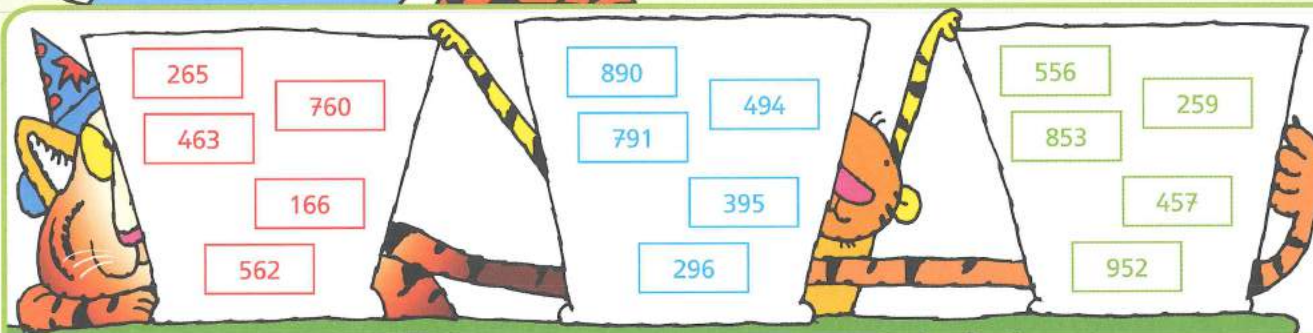
Inhoud van *Rekentijger* 8B

In deel 8B onderscheiden we vier verschillende domeinen waarbinnen de opdrachten zijn ingedeeld. Deze domeinen zijn te herkennen aan de achtergrondkleuren van de bladen.

Getalbegrip en bewerkingen (gele bladen)

Bij activiteiten uit dit domein gaat het om het doorzien van wiskundige structuren, relaties tussen getallen en bewerkingen, en eigenschappen van getallen en bewerkingen. In de rekenmethode maken de kinderen hiermee vooral kennis op het gebied van het 'leren rekenen'. In *Rekentijger* gaat het om de wiskundige verdieping van deze onderwerpen. In dit deel is er op een aantal plaatsen veel aandacht voor talstelsels. Zo zijn er twee bladen (100 en 10001) waarbij een goed inzicht in het decimale positiesysteem een vereiste is om tot een oplossing te komen. Wie denkt dat het hier om een gigantisch aantal bladen gaat vergist zich: omdat het tweetalig stelsel in dit boekje een paar keer aan bod komt zijn de bladzijden binair genummerd! Op een andere plaats wordt de klok zo'n 4000 jaar teruggezet en wordt het Babylonische zestigtalig stelsel opgevoerd (zie afb. 2).

Afbeelding 2

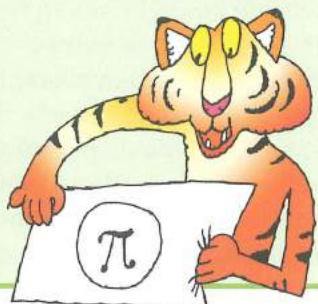


Recept voor een goocheltruc met getallen.

1. Neem drie bekers en stop in elke beker vijf briefjes met getallen, precies zoals in het plaatje.
2. Vraag iemand uit het publiek om uit elke beker één briefje te trekken, zonder dat jij het ziet.
3. Laat de drie getallen optellen, het antwoord - een getal van 4 cijfers - blijft geheim.
4. Vraag dan om de uitkomst te splitsen in twee getallen van twee cijfers - de voorste twee en de achterste twee - en die getallen op te tellen.
5. Jij weet dan ongezien het antwoord: dat is 28!

Meten en meetkunde (roze bladen)

Ook bij activiteiten rond meten en meetkunde ligt de nadruk op vergroten van het inzicht en op redeneren. Onderwerpen die in het basisschoolaanbod globaal verkend worden, worden in *Rekentijger* verder verdiept. Zo wordt het getal π nu ook in verband gebracht met de oppervlakte van de cirkel en wordt er bij veelvlakken naar een verband tussen aantallen zijvlakken, ribben en hoekpunten gezocht (zie afb. 3).



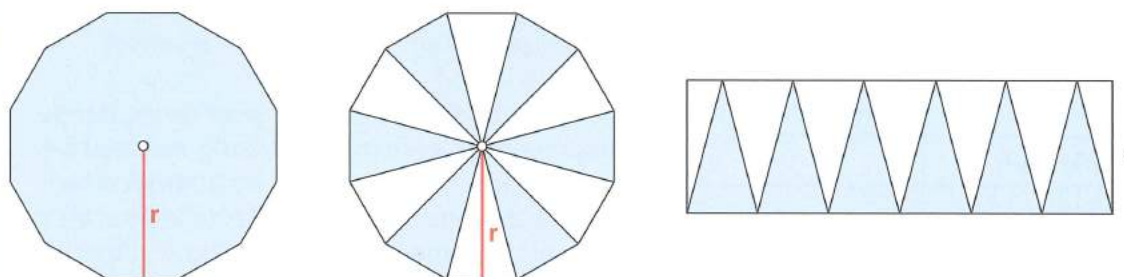
Logisch denken en redeneren (groene bladen)

Mathematisch-logisch denken en redeneren komt in de reguliere rekenmethodes niet veel voor. Voor de cognitieve ontwikkeling van de kinderen is het echter heel belangrijk. Bij dergelijke problemen wordt een constructieve, creatieve houding verwacht. Ook blijkt dat er meestal geen vaste oplossingen of strategieën voorhanden zijn. Kinderen worden gedwongen problemen vanuit een heel andere hoek te bekijken. Vaak beginnen ze met 'trial and error' – gewoon wat proberen – om daarna het probleem planmatig en al redenerend te benaderen.

Voorbeelden van logische opdrachten zijn: Het Sim-spel, Leugenachtige dagen en De houtworm en de kubus (zie afb. 4).

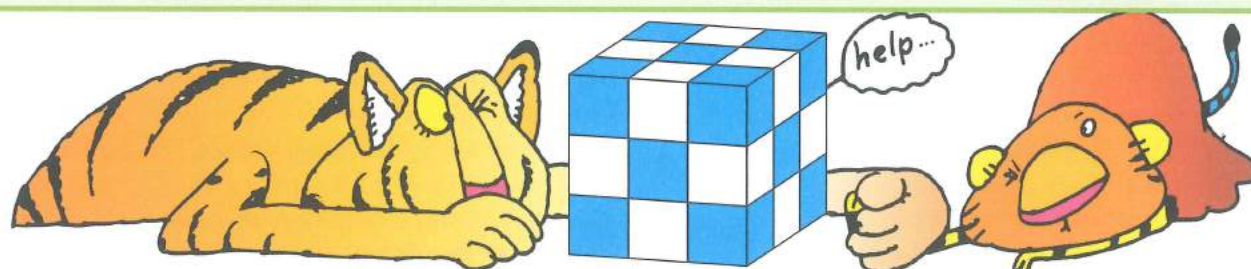
Afbeelding 3

Er bestaat ook een formule voor de oppervlakte van een cirkel. Om die te begrijpen kijk je eerst naar een figuur die veel op een cirkel lijkt.



In de figuur zie je twee keer een regelmatige twaalfhoek. De afstand van het middelpunt tot de rand van een veelhoek noemen we r . Er geldt:
 oppervlakte twaalfhoek = $\frac{1}{2} \times \text{omtrek} \times r$

Afbeelding 4



De kubus is gemaakt van blauwe en witte blokjes. Er liggen geen blokjes van dezelfde kleur tegen elkaar. Een houtworm zit binnenin de kubus, precies in het middelste blokje. Zij wil zich een weg naar buiten eten, maar daarbij elk blokje precies één keer passeren. Lukt haar dat? Beredeneer jouw antwoord.

Toelichting

Combinaties (blauwe bladen)

Bij dit onderdeel is niet zozeer sprake van één domein, maar van combinaties van onderwerpen uit verschillende domeinen. Bij dit laatste deel van *Rekentijger* neemt dit domein de grootste plaats in (11 van de 31 bladen). De helft daarvan betreffen combinatorische telproblemen zoals in Lampencodes en getallen (zie afb. 5) en Traplopen waarbij de rij van Fibonacci uit deel 8A terugkeert.

Afbeelding 5

Controleer eerst hoe het voorschrift werkt bij de getallen 18 en 25.

18: 
1 2 4 9 18

Zoek op deze manier nu de code bij de getallen 30, 15, 16 en 11.

30: 

De aantallen bladen per domein verschillen. Er is gekozen voor een evenwichtige balans. In deel 8B is de verdeling als volgt:

Domeinen	Aantal bladen
Getallen en bewerkingen	9
Metten en meetkunde	7
Logisch denken en redeneren	4
Combinaties	11

Kinderen hoeven de bladen niet af te werken in de volgorde waarin ze in het boek zijn opgenomen. Als er meer bladen over hetzelfde onderwerp zijn, moeten ze wel met het eerste blad over dat onderwerp beginnen. Daarnaast worden enkele onderwerpen extra uitgediept op dubbele pagina's. Deze pagina's zitten dan altijd naast elkaar en hebben dezelfde kleur. Ook uit de titels is af te leiden dat ze één geheel vormen. Het is aan te bevelen kinderen deze activiteiten in hun geheel te laten maken.

Wanneer en hoelang werken kinderen met *Rekentijger*?

Kinderen kunnen in de tweede helft van het schooljaar in *Rekentijger* 8B werken als ze hun reguliere rekenwerk af hebben of tijdens vrije blokken. Wanneer kinderen voor rekenen-wiskunde via een compact programma mogen werken en niet alles uit de rekenmethode hoeven te maken, kunnen ze in *Rekentijger* werken in de extra vrijgekomen tijd.

De tijd die de kinderen nodig hebben om een blad uit *Rekentijger* te maken, zal sterk variëren. Kinderen verschillen van elkaar in werkt tempo en vaardigheid. Daarbij is het ene blad bewerkelijker dan het andere. Ook de nauwkeurigheid waarmee kinderen hun antwoorden geven (heel precies of wat oppervlakkiger), bepaalt mede hoelang ze met een blad bezig zijn. Slechts enkele bladen kunnen binnen twintig minuten gemaakt worden; de meeste vragen een half uur tot drie kwartier.

Begeleiding en zelfstandig werken

De uitleg bij de bladen is zo geschreven, dat de kinderen er in principe zelfstandig mee aan de slag kunnen. Ook de tips die op internet staan, kunnen zij gebruiken om verder te komen als ze er niet zelf uitkomen. Het blijft echter wel belangrijk dat u regelmatig met de kinderen praat over het gemaakte werk en hun reken-wiskundige ontdekkingen. We raden u aan minimaal een keer per week met een groepje kinderen hun werk te bespreken. Vooraf bespreekt u wat u van hen verwacht en geven ze aan wat ze gaan maken. Achteraf vertellen ze wat ze ontdekt hebben, hoe ze gerekend hebben, wat ze daarbij geleerd hebben en of ze hierover tevreden zijn. U geeft ook aan of u tevreden bent met hun vorderingen. Met name de open vragen in *Rekentijger*, waarbij van kinderen uitleg gevraagd wordt, zijn geschikt voor nabespreking. U kunt samen met de kinderen nagaan of hun uitleg klopt en volledig is. U kunt als ondersteuning de uitleg gebruiken die in het antwoordenboekje staat.

Is werken met *Rekentijger* vrijblijvend?

Rekentijger is niet bedoeld om kinderen bezig te houden. De bladen sluiten aan bij de leerbehoeften en mogelijkheden van begaafde en hoogbegaafde kinderen. U biedt hen hiermee stof waar ze echt iets van leren. Voor deze kinderen zijn de bladen uit *Rekentijger* in zekere zin basisstof, die aansluit bij hun vaardigheden. Wanneer de kinderen een opdracht niet begrijpen, kunnen ze hulp zoeken bij de tips, bij klasgenoten of bij u.

Het is belangrijk dat u ook van deze kinderen verwacht dat ze de opdrachten allemaal maken en ook voldoende maken. Juist voor hen is het belangrijk dat ze leren hun tanden ergens in te zetten en niet zomaar opgeven als iets niet lukt.

Het is aan te bevelen op het rapport ook een evaluatie op te nemen van het werken aan verrijking uit *Rekentijger* (en eventueel andere materialen).

Samenwerken, samen leren

Samen aan opdrachten uit *Rekentijger* werken, betekent samen leren. De verschillende verrijkingsopdrachten vragen van kinderen wiskundig redeneren en uitleggen. Binnen de samenwerking moeten de kinderen hun eigen werkwijze en argumentatie aan de ander kunnen uitleggen en ook kunnen verdedigen. Zo leren ze kritisch naar eigen oplossingen/uitleg en die van anderen te kijken. Bij moeilijke opdrachten zoeken ze samen, brengen elkaar op ideeën en vullen elkaar aan. Dat is bij uitstek wiskundig actief zijn. Kinderen leren dus méér als ze bij *Rekentijger* samenwerken.

Bovenaan elk blad geven we aan of kinderen kunnen dan wel moeten samenwerken.



Dit pictogram geeft aan dat het goed is als kinderen bij dit blad samenwerken.

U (of de kinderen) bepaalt (bepalen) of dat past binnen de situatie van de klas.



Dit pictogram geeft aan dat kinderen bij dit blad moeten samenwerken. Dit betreft meestal een spel waarbij ze de ander echt nodig hebben, of een activiteit die vooral zinvol is als ze samen kunnen discussiëren en overleggen.

Afbeelding 6

Tips op internet

Rekentijger bevat veel pittige opdrachten. Hoewel de kinderen de (reken)vaardigheid hebben om tot een oplossing te komen, kan het zijn dat ze ervoor terugdeinzen. Bij de reguliere lessen zijn ze niet gewend moeilijke opdrachten tegen te komen. Dat maakt soms dat ze niet geleerd hebben door te zetten als ze iets niet meteen weten. Toch is dat erg belangrijk voor deze leerlingen. Om te voorkomen dat ze meteen in het antwoordenboekje kijken of opgeven, zijn bij elk blad tips ontwikkeld. U en de kinderen kunnen die tips downloaden van internet via www.rekentijger.nl. De tips geven geen antwoorden, maar bestaan uit ondersteunende vragen en suggesties die de kinderen op het spoor van een oplossing of uitleg zetten (zie afb. 7).

Afbeelding 7

Tip bij *Het Sim-spel* (werkblad 1010)

Kies één van de zes punten en trek daaruit drie rode lijnen. Let nu op de driehoek gevormd door de eindpunten van die lijnen en ga de verschillende kleurmogelijkheden na.

Antwoorden

De antwoorden zijn te vinden in het antwoordenboekje. In de meeste gevallen kunnen kinderen hun eigen werk nakijken. Daar waar bij de opdrachten om een toelichting of uitleg gevraagd wordt, staat in het antwoordenboekje een zo helder mogelijke uitleg voor de kinderen. Het kan echter zijn dat zij niet goed kunnen beoordelen of hun eigen uitleg juist of voldoende volledig is. Sommige kinderen geven soms wat oppervlakkige antwoorden en zijn daar snel tevreden mee. In dat geval is het goed als u bij deze antwoorden regelmatig even meekijkt of de kinderen stimuleert samen hun antwoorden te bekijken en te bespreken aan de hand van het antwoordenboekje.



Registreren en evalueren

Voorin het boekje staat een inhoudsopgave van alle bladen en opdrachten uit *Rekentijger* 8B.

De kinderen hoeven de opdrachten niet in een voorgeschreven volgorde te maken. Zij kunnen aankruisen welke bladen zij (gaan) maken of gemaakt hebben. Nadat de bladen nagekeken zijn, kan hier ook worden aangegeven of ze voldoende zijn gemaakt. Voldoende betekent niet alleen dat de oplossingen goed zijn, maar vooral ook dat de uitleg bij de open vragen goed is. Zo kunt u zien of u tevreden bent met de resultaten. U kunt deze registratie ook gebruiken bij een evaluatie op het rapport.

De evaluatie bestaat verder uit gesprekken die u met de kinderen voert over het gemaakte werk. Daarnaast is het zinvol hen regelmatig wat van hun gemaakte werk en ontdekkingen in begrijpelijke uitleg aan de klas te laten vertellen. Daar leren zowel zichzelf als hun klasgenoten van.

Blad 31 (Waar of niet waar?) bevat stellingen, waarin de belangrijkste nieuwe onderwerpen die in dit deel aan de orde zijn gekomen, nog eens worden herhaald. U kunt deze pagina zien als een extra middel om na te gaan wat de kinderen geleerd hebben. Het is geen probleem als ze hierbij samen zoeken naar de antwoorden. En het is juist goed als ze bij het zoeken nog eens terugbladeren in het boekje om antwoorden te vinden. De laatste stelling is een paradox, en kan aanleiding zijn tot een levendige discussie.

Het is de bedoeling dat ze dit blad als laatste maken. Indien mogelijk, bespreekt u deze bladzijde gezamenlijk na.

We wensen u en de *Rekentijgers* in uw groep veel plezier met *Rekentijger*!

Inhoud

Blad	Naam	Gedaan en OK?
1	Lampencodes en getallen (1)	
10	Lampencodes en getallen (2)	
11	In evenwicht	
100	Een goocheltruc met getallen	
101	Stambreuken	
110	Magische cirkel	
111	De oppervlakte van de cirkel (1)	
1000	De oppervlakte van de cirkel (2)	
1001	Schaalvergroting	
1010	Het Sim-spel	
1011	Routes in Square City (1)	
1100	Routes in Square City (2)	
1101	Sommen van oneven en van even getallen	
1110	Getallenspiraal	
1111	Caïro puzzels	
10000	H, Z en R	
10001	Altijd hetzelfde?	
10010	De houtworm en de kubus	
	Lopen op een ruitjesbord	
10011	Hoe telt een computer op?	
10100	Leugenachtige dagen	
10101	Driehoeken van lucifers	
10110	Op de kop	
10111	Babylonisch rekenen (1)	
11000	Babylonisch rekenen (2)	
11001	Kubus en twaalfvlak	
11010	Traplopen	
11011	Rondjes plaatsen	
11100	Rekenen met pi	
11101	Knippen en plakken	
11110	Een nog onopgelost probleem	
11111	Waar of niet waar?	

Pictogrammen



mag samen maar ook alleen
(vraag je leerkracht)



moet samen

Kleuren



getallen en bewerkingen
meten en meetkunde
logisch denken
combinaties



Tip

Bij elk werkblad zijn tips te vinden
op internet: www.rekentijger.nl

Lampencodes en getallen (1)



In de figuur zie je drie lampen naast elkaar. Elke lamp geeft óf wit óf groen licht. Zo kun je wel acht combinaties maken. Elke combinatie geeft een bepaald signaal.

Twee van die signalen zijn:



Teken hieronder alle acht signalen. Probeer het systematisch te doen.



Met vier lampen, die óf wit óf groen licht geven, kun je natuurlijk veel meer verschillende signalen geven. Zonder al die combinaties te tekenen kun je weten hoeveel dat er zijn.

Hoeveel verschillende signalen kun je met vier lampen geven? 16

Leg uit waarom je dat denkt.

Voor elk van de 8 signalen met 3 lampen kan óf een witte óf een groene lamp worden geplaatst;

dat betekent dat het totaal aantal signalen gelijk is aan $8 \times 2 = 16$.

Vul nu onderstaande tabel in (de lampen geven weer óf wit óf groen licht):

aantal lampen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
aantal signalen	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

De lampensignalen gaan we gebruiken om getallen te coderen.

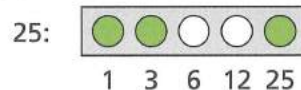
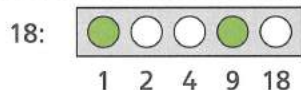
Kijk naar series met vijf lampen. Daarmee gaan we de getallen van 0 tot en met 31 coderen.

Om te beginnen: 'alle lampen wit' is de code voor 0.

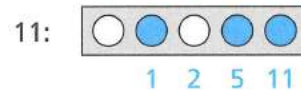
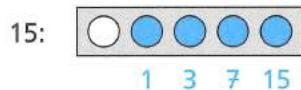
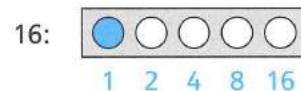
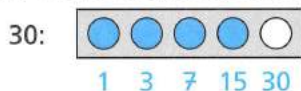
In het volgende voorschrift staat hoe het zit met de andere getallen.

1. De lampen worden van rechts naar links aangedaan.
2. Bij een even getal wordt de eerste lamp (dus rechts) wit, bij een oneven getal wordt hij groen.
3. Als het getal even is, neem dan de helft. Als het getal oneven is, trek er dan 1 af en neem daarna de helft.
4. Is de uitkomst van stap 3 even, dan wordt de volgende lamp wit, anders wordt hij groen.
5. Doe met de uitkomst nu weer hetzelfde als bij stap 3.
6. Stop als de uitkomst 1 is; als er nog lampen over zijn, laat die dan wit.

Controleer eerst hoe het voorschrift werkt bij de getallen 18 en 25.



Zoek op deze manier nu de code bij de getallen 30, 15, 16 en 11.



Lampencodes en getallen (2)



Nu andersom, vind de getallen bij deze codes:

 : 27
 1 3 6 13 27

 : 4
 1 2 4

 : 3
 1 3

 : 21
 1 2 5 10 21

Tip

Begin vanaf links. Onder de eerste groene lamp die je tegenkomt schrijf je 1.

Welk getal wordt voorgesteld door 5 groene lampen? 31

Om getallen groter dan 31 te coderen heb je meer dan vijf lampen nodig.

In principe kan ieder getal, hoe groot ook, worden gecodeerd.

Omdat elke lamp twee kleuren kan hebben, noemt men zo'n code binair (bi betekent 'twee').

In plaats van plaatjes met lampen kun je de binaire code van een getal opschrijven met de cijfers 0 (= wit) en 1 (= groen).

Bijvoorbeeld: 18 = 10010 en 25 = 11001.

Als de code begint met witte lampen, dan worden die in de binaire code vaak weggelaten.

Voorbeeld: in plaats van 4 = 00100, schrijven we kort 100.

Geef de kortste binaire schrijfwijze van de getallen van 1 tot en met 9.

getal	binaire code
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001



Misschien is je het al opgevallen dat de bladzijden van dit boek vreemd genummerd zijn. Binair dus! Controleer een paar van die bladzijdenummers.

De binaire code voor getallen wordt toegepast bij rekenmachines en computers.

Een geheugencel in zo'n apparaat kent twee toestanden: 'aan' (= 1) en 'uit' (= 0).

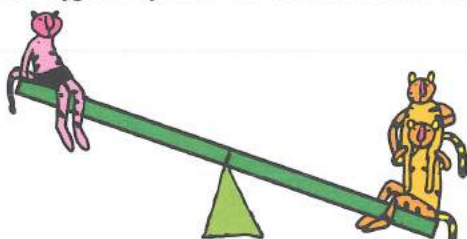
Als jij nu een getal intikt op je rekenmachine, wordt dat eerst vertaald in een binaire code.

De rekenmachine of computer is zo geprogrammeerd, dat hij kan rekenen met reeksen van nullen en enen. Hoe dat gaat, vind je op werkblad 10011.

In evenwicht



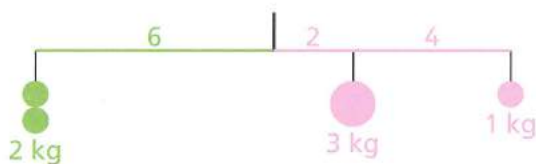
De twee tijgers zijn samen veel te zwaar om terug te wippen, tenzij...



Als twee ongelijke gewichten aan de twee armen van een balans (wip) worden opgehangen, slaat de balans door naar de kant van het zwaarste gewicht. Toch kan er dan ook evenwicht zijn, namelijk als het zware gewicht dicht bij het midden (het draaipunt) ligt!



Het rode (rechts) gewicht is drie keer zo zwaar als het groene (links). Maar omdat de groene arm links drie keer zo lang is als de rode arm rechts, is er toch evenwicht.



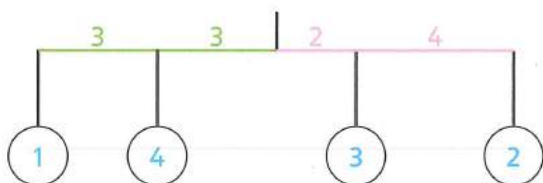
Nu is er ook evenwicht. Leg uit.

Als je helemaal links en rechts 1 kilo weghaalt, krijg je dezelfde situatie als bij de balans die erboven staat.

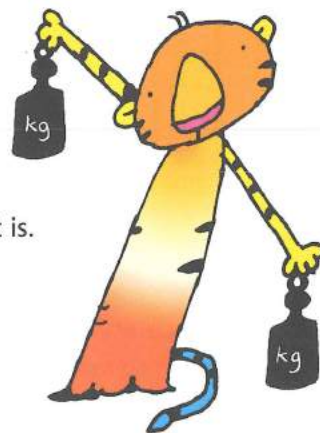
Afspraak: gewicht $\times$ armlengte = moment van het gewicht.

Regel: Er is evenwicht als de som van de momenten links en rechts hetzelfde is.

Bijvoorbeeld bij de tweede balans: 2×6 (links) = $3 \times 2 + 1 \times 6$ (rechts).



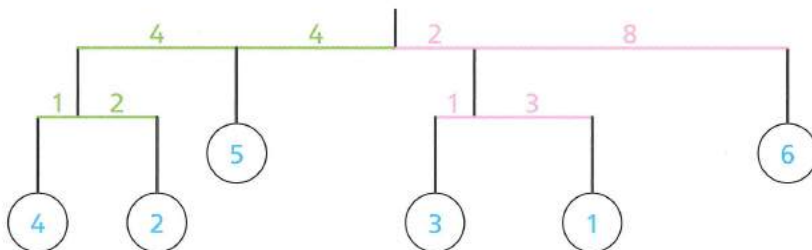
Vier gewichten:



Je kunt de gewichten van 1, 2, 3 en 4 kilo zo verdelen dat de balans in evenwicht is. Hoe doe je dat?

Moment links: $1 \times 6 + 4 \times 3 = 18$.

Moment rechts: $2 \times 6 + 3 \times 2 = 18$.



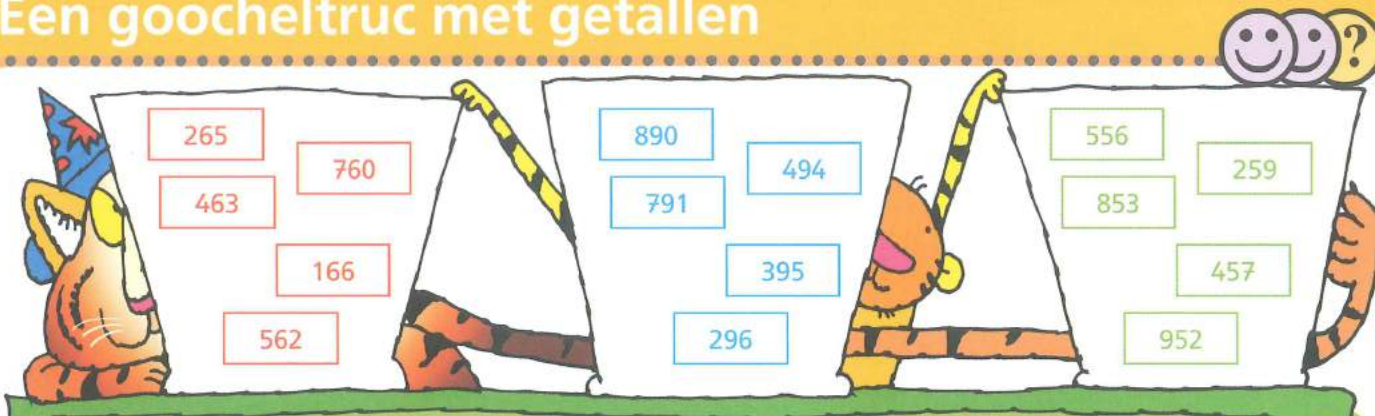
Nu heb je zes gewichten: 1, 2, 3, 4, 5 en 6 kilo.

Hoe kun je die verdelen om overall evenwicht te krijgen?

Moment links: $6 \times 8 + 5 \times 4 = 68$.

Moment rechts: $6 \times 10 + 4 \times 2 = 68$.

Een goocheltruc met getallen



Recept voor een goocheltruc met getallen.

1. Neem drie bekers en stop in elke beker vijf briefjes met getallen, precies zoals in het plaatje.
2. Vraag iemand uit het publiek om uit elke beker één briefje te trekken, zonder dat jij het ziet.
3. Laat de drie getallen optellen, het antwoord - een getal van 4 cijfers - blijft geheim.
4. Vraag dan om de uitkomst te splitsen in twee getallen van twee cijfers - de voorste twee en de achterste twee - en die getallen op te tellen.
5. Jij weet dan ongezien het antwoord: dat is 28!

Hier is één voorbeeld: $463 + 791 + 457 = 1711$.
1711 wordt gesplitst in 17 en 11. Bij elkaar opgeteld is dat 28.
Doe dit een paar keer na, met andere getallen.
Als je geen fout maakt, komt er steeds 28 uit.

$265 + 890 + 853 = 2008$, $20 + 8 = 28$.
 $562 + 296 + 556 = 1414$, $14 + 14 = 28$.
Enzovoort.

Hoe verklaar je dat het resultaat steeds 28 is?

Tip
Kijk naar de getallen
per beker...

In elke beker zijn de getallen van dezelfde 'soort'.

Soort in beker 1: het middelste cijfer is 6 en de buitenste cijfers zijn samen 7.

Soort in beker 2: het middelste cijfer is 9 en de buitenste cijfers zijn samen 8.

Soort in beker 3: het middelste cijfer is 5 en de buitenste cijfers zijn samen 11.

Als je uit elke beker één getal kiest en je telt de drie op, is de som van de middelste cijfers $6 + 9 + 5 = 20$: dat staat voor 20 tientallen, dus 2 honderdtallen.

Ook is de som van de aantallen eenheden en honderdtallen gelijk aan $7 + 8 + 11 = 26$.

Tel daar de 2 honderdtallen bij op van de middelste cijfers. Dan krijg je 28.

Dus: bij het getal van 4 cijfers dat je krijgt door uit iedere beker één getal te kiezen en die bij elkaar op te tellen, is het totaal aantal eenheden en honderdtallen 28.

Als je het getal van 4 cijfers nu opsplijst in twee getallen van 2 cijfers, krijg je het aantal honderdtallen en het aantal eenheden. Bijvoorbeeld: $1711 = 17$ honderdtallen en 11 eenheden. Als je de 17 en de 11 weer bij elkaar optelt krijg je..... 28!

Je kunt in elke beker nog andere briefjes met getallen van drie cijfers toevoegen.
Maar wel zo dat de truc blijft werken. Welke getallen zijn dat?

In de rode beker: 661, 364

In de blauwe beker: 197, 692, 593

In de groene beker: 358, 754, 655

Stambreuken



Een Egyptisch vraagstuk van zo'n 4000 jaar geleden luidt: Hoe moeten 3 broden eerlijk worden verdeeld onder 5 arbeiders? De oplossing was als volgt:

Breek alle broden in tweeën.

Geef ieder een half brood en verdeel het halve brood dat overblijft in vijven.

Deze oplossing komt overeen met: $\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$

De Egyptenaren gebruikten alleen breuken met teller 1, dus bijvoorbeeld: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{12}$, enzovoort. Zulke breuken noemen we stambreuken.

Los op met de Egyptische methode: hoe verdeel je 5 broden onder 8 arbeiders?

Breek vier broden in tweeën en geef ieder een half brood.

Breek het overblijvende brood in achten en geef ieder nog $\frac{1}{8}$ brood.

Vul nu twee stambreuken in: $\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

Alle niet-stambreuken werden door de Egyptenaren gesplitst in twee of meer stambreuken. Er was één uitzondering: de breuk $\frac{2}{3}$ lieten ze zo staan. Waarom dat zo is, weten we niet.

Een splitsing in stambreuken moest wel altijd verschillende noemers hebben.

Bijvoorbeeld niet: $\frac{2}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$

Maar wel: $\frac{2}{9} = \frac{4}{18} = \frac{3}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$

Splits in twee verschillende stambreuken:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{5}{24} = \frac{1}{6} + \frac{1}{24}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{21} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$$

$$\frac{7}{30} = \frac{1}{6} + \frac{1}{15}$$

De laatste twee breuken kun je op twee manieren in twee stambreuken splitsen. Welke andere manier is er ook?

$$\frac{5}{24} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} \text{ en } \frac{7}{30} = \frac{1}{5} + \frac{1}{30}$$

Bedenk zelf nog een andere breuk die je op twee manieren zo kunt splitsen.

$$\text{Bijvoorbeeld: } \frac{7}{24} = \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$$

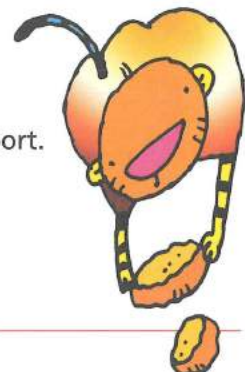
Vaak zijn er voor een splitsing meer dan twee stambreuken nodig. Vul passende stambreuken (met ongelijke noemers!) in:

$$\frac{8}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{99}{100} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{25}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{999}{1000} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{1000}$$



Magische cirkel



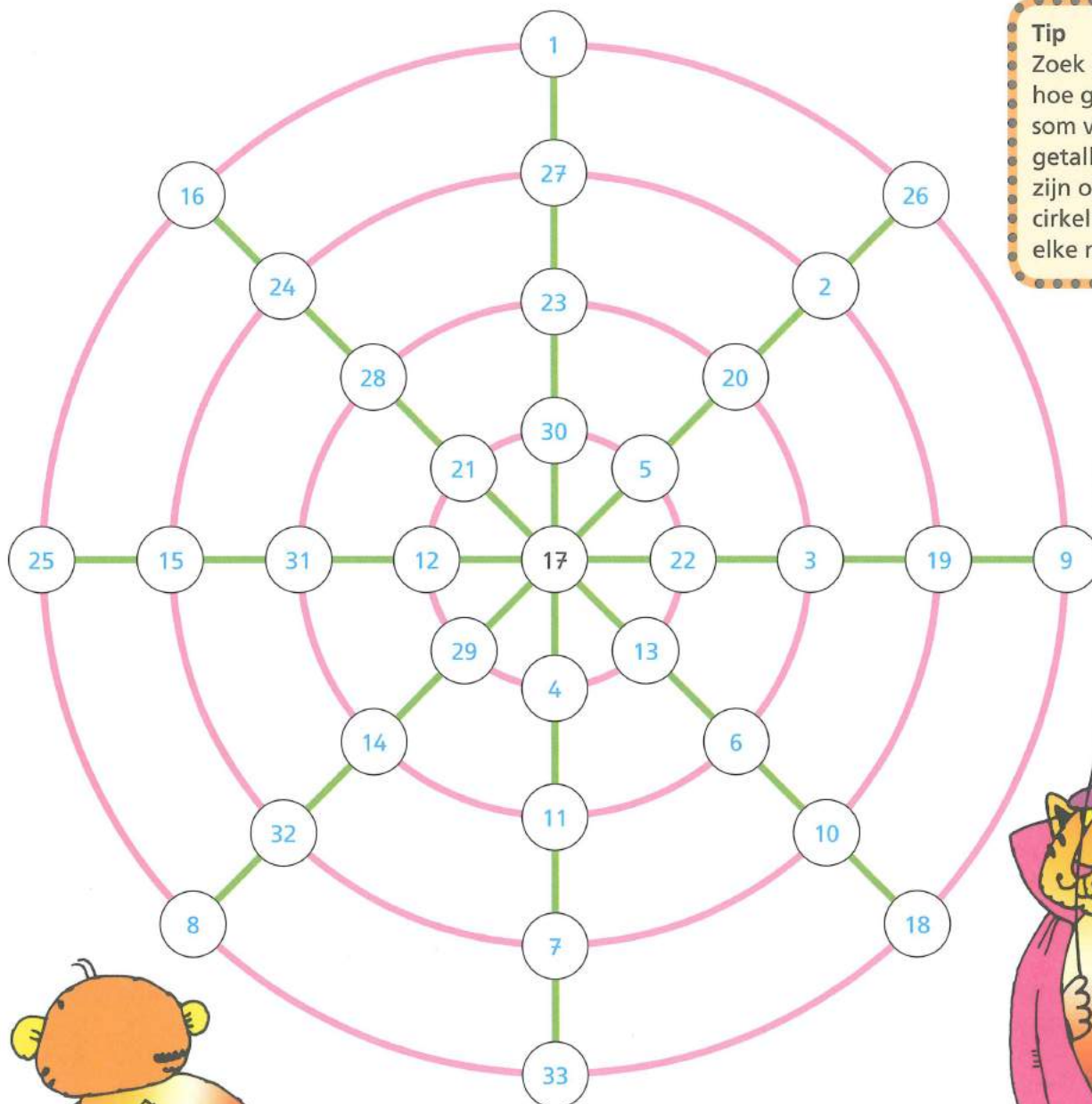
In het middelpunt van de figuur is het getal 17 geplaatst.

Plaats de overige getallen van 1 tot en met 33 in de rondjes op zo'n manier dat:

- als je de getallen op een roze cirkel optelt of
- als je de getallen op een groene lijn (het middelpunt niet meegerekend) optelt er steeds hetzelfde uitkomt.

Tip

Zoek eerst uit hoe groot de som van de acht getallen moet zijn op elke cirkel en op elke middellijn.



Het 33^e driehoeksgetal $1 + 2 + 3 + \dots + 32 + 33$ is gelijk aan $33 \times 34 : 2 = 33 \times 17 = 561$.

Het getal 17 is in het midden geplaatst; de som van de overige getallen is $561 - 17 = 544$.

Omdat de sommen op de vier cirkels gelijk moeten zijn, weten we dat die som op elke cirkel (en op elke middellijn) gelijk moet zijn aan $544 : 4 = 136$.

In de oplossing is 136 steeds verdeeld over vier paren getallen die samen $136 : 4 = 34$ zijn. Daarbij is elk paar zo gekozen dat ze zowel op dezelfde cirkel als op dezelfde middellijn liggen.

De oppervlakte van de cirkel (1)

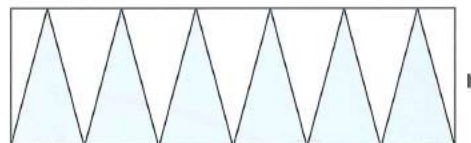
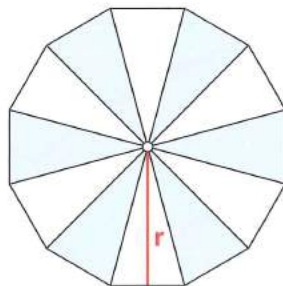
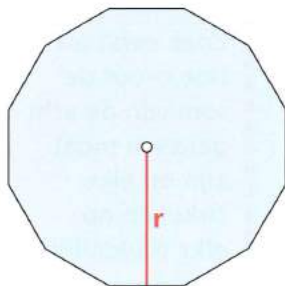


In boekje 7A heb je geleerd: omtrek cirkel = $\pi \times d$ (d = diameter van de cirkel)

Een even goede formule is: omtrek cirkel = $2\pi \times r$ (r = straal van de cirkel)

Er bestaat ook een formule voor de oppervlakte van een cirkel.

Om die te begrijpen kijk je eerst naar een figuur die veel op een cirkel lijkt.



In de figuur zie je twee keer een regelmatige twaalfhoek.

De afstand van het middelpunt tot de rand van een veelhoek noemen we r . Er geldt:

$$\text{oppervlakte twaalfhoek} = \frac{1}{2} \times \text{omtrek} \times r$$

Verklaar deze formule met behulp van de figuren hierboven.

6 blauwe en 6 witte driehoeken vullen de twaalfhoek. En ze vullen ook de rechthoek met hoogte r en met een breedte gelijk aan de halve omtrek van de twaalfhoek.

De oppervlakte van de twaalfhoek is dus gelijk aan de oppervlakte van die rechthoek en dat is hoogte maal breedte.

Voor een regelmatige 100-hoek kun je natuurlijk net zo'n formule opschrijven.

Je verdeelt de 100-hoek in honderd 'punten' en daar kun je dan een rechthoek van maken.

Zo'n 100-hoek lijkt nog veel meer op een cirkel dan een 12-hoek.

We kunnen in gedachten nog verder gaan: 1000-hoek, 10.000-hoek, enzovoort.

Zo is men op het idee gekomen dat de oppervlakte van de cirkel gelijk is aan:

$$\frac{1}{2} \times \underbrace{2\pi \times r}_{\text{omtrek}} \times \underbrace{r}_{\text{afstand tot rand}}$$

Korter: oppervlakte cirkel = $\pi \times r^2$.

Met r^2 wordt bedoeld $r \times r$; spreek uit: r -kwadraat.

Neem in de volgende berekeningen steeds $\pi = 3,14$.

Hoeveel m^2 is de oppervlakte van een cirkelvormig plein met een straal van 10 m?

$$3,14 \times 10 \times 10 = 314 \text{ m}^2.$$

Van een wat groter cirkelvormig plein meet men de omtrek: die is 250 m.

Bereken de oppervlakte van dat plein. Rond de uitkomst af op een geheel aantal m^2 .

$$250 = 3,14 \times \text{diameter, dus de diameter} = 250 : 3,14 \text{ m} = 79,62 \text{ m.}$$

De straal r is hiervan de helft, dus 39,81 m.

$$\text{De oppervlakte van het plein is dan } 3,14 \times 39,81 \times 39,81 \text{ m}^2 = 4976,39 \text{ m}^2. \text{ Afgerond is dat } 4976 \text{ m}^2.$$



De oppervlakte van de cirkel (2)



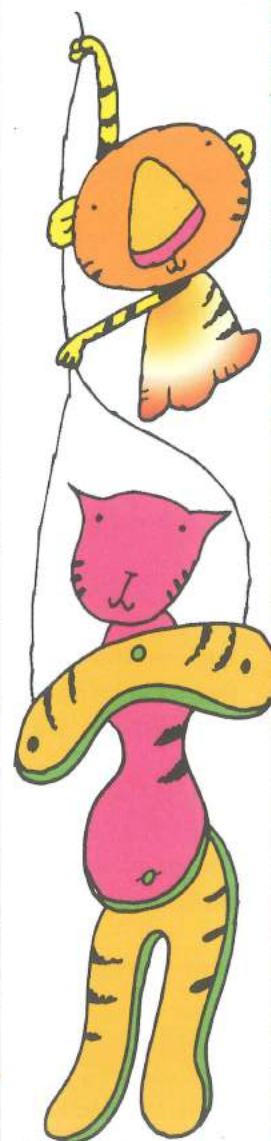
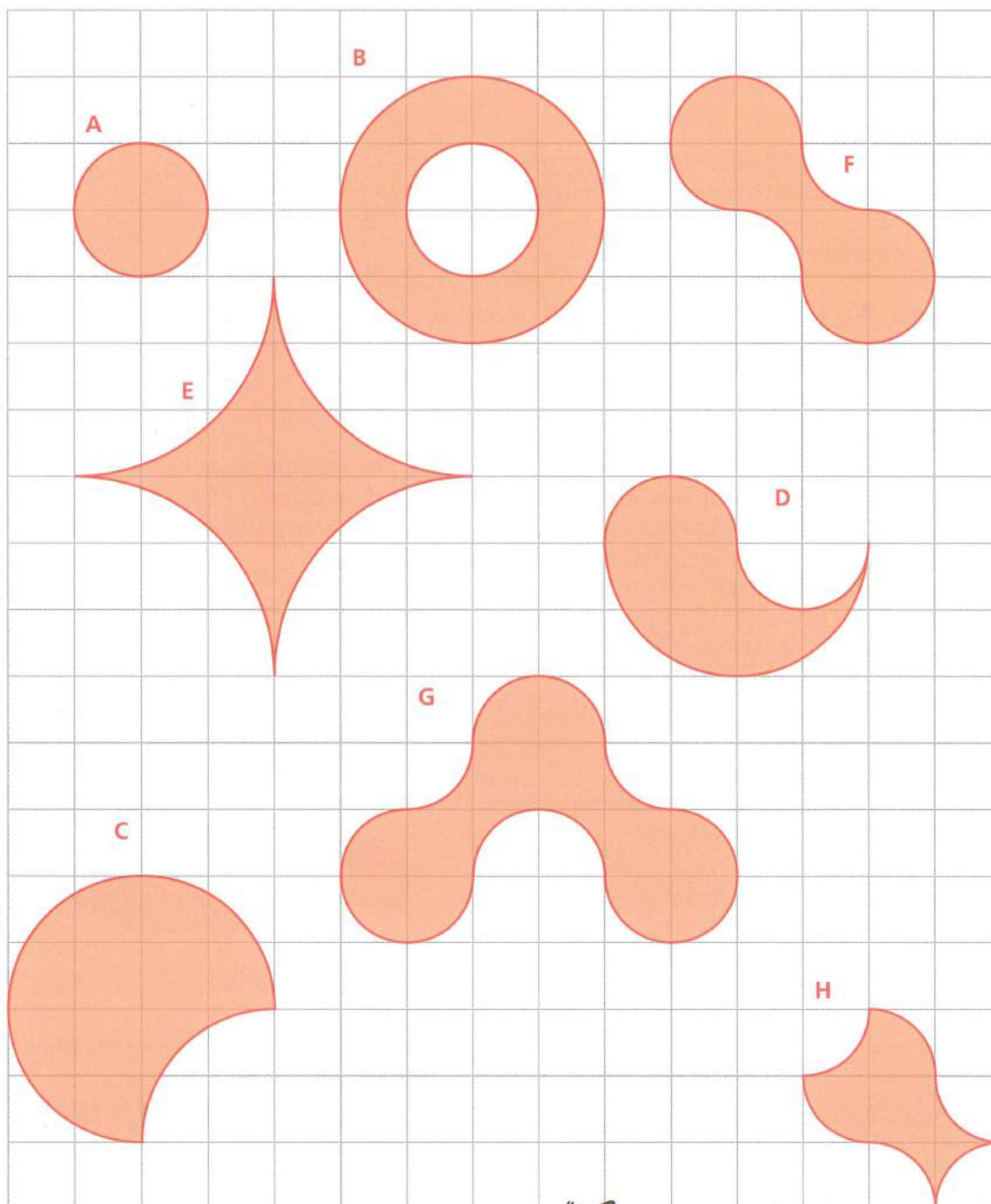
In een rooster met hokjes van 1 cm^2 zijn de figuren A tot en met H te zien.

De randen van die figuren zijn cirkels of stukjes van cirkels.

In de tabel staat de oppervlakte (in cm^2) van elke figuur al ingevuld als een rekenvorm met π erin.

Schrijf boven elk van die rekenvormen bij welke figuur hij hoort.

F	D	G	A	C	H	B	E
$4 + \pi$	$2 \times \pi$	$8 + \pi$	π	$4 + 2 \times \pi$	$5 - \frac{1}{2} \times \pi$	$3 \times \pi$	$36 - 9 \times \pi$

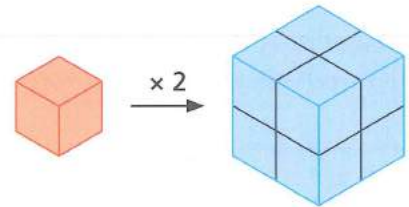


Schaalvergroting



Bij het vergroten van een kubus worden de ribben twee keer zo lang.
We zeggen nu dat de kubus met factor 2 is vergroot.

Hessel wil beide kubussen verven: de kleine kubus rood,
de grote kubus blauw.
Hij zegt: 'ik heb dus twee keer zoveel blauwe als rode verf nodig.'
Ben jij het daarmee eens? Waarom?



Dit klopt niet. Bij een vergroting met factor 2 wordt de oppervlakte van elk vlak van de kubus vier keer zo groot (zie tekening). Hessel heeft dus vier keer zoveel verf nodig.

Stel je voor dat beide kubussen van hetzelfde materiaal zijn gemaakt.
Hoeveel keer zwaarder is de grote kubus dan in vergelijking met de kleine?

Acht keer zo zwaar. De grote kubus bevat $2 \times 2 \times 2 = 8$ kleine kubussen.

Een literpak melk is ongeveer 20 cm hoog en de bodem is 7 bij 7 cm.
Hoeveel liter gaat er in een reuzenpak waarvan alle afmetingen drie keer zo groot zijn?

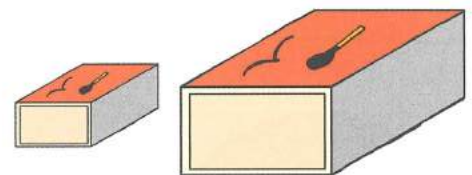
$3 \times 3 \times 3 = 27$ pakken melk = 27 liter.

Van een kasteel wordt een maquette gebouwd. De maquette is 20 keer zo klein als het echte kasteel, ofwel de verkleiningsfactor is 20. We zeggen dan ook wel: de maquette is gebouwd op schaal 1 : 20.
De maquette is net zo ingericht als het echte kasteel. In een badkamer van het kasteel staat een bad met een inhoud van 800 liter. In de maquette kun je een schaalmodel van het bad vinden.
Hoeveel liter water gaat er in dat schaalmodel van het bad?

De inhoud van het bad wordt verkleind met factor $20 \times 20 \times 20 = 8000$.

Er gaat dus $800 : 8000 = 0,1$ liter water in het bad in de maquette.

Van een merk lucifers zijn er twee formaten te koop.
Het kleine doosje en een doos waarvan alle afmetingen twee keer zo groot zijn. De lucifers in beide dozen zijn hetzelfde.



Aan de beide lange kanten van de dozen zit het vlak waar de lucifers worden aangestreken. Als de kleine doos bijna leeg is, kun je de lucifers nog goed aanstrijken, maar bij de grote doos is dat een stuk lastiger.
Welke verklaring kun je daarvoor bedenken?

In de grote doos zitten acht keer zoveel lucifers als in de kleine doos. De strijkvlakken bij de grote doos zouden dus eigenlijk ook acht keer zo groot moeten zijn, maar ze zijn slechts vier keer zo groot. Daarom is er bij de grote doos veel minder (twee keer zo weinig) strijkruimte per lucifer.

Want de strijkruimte slijt af.

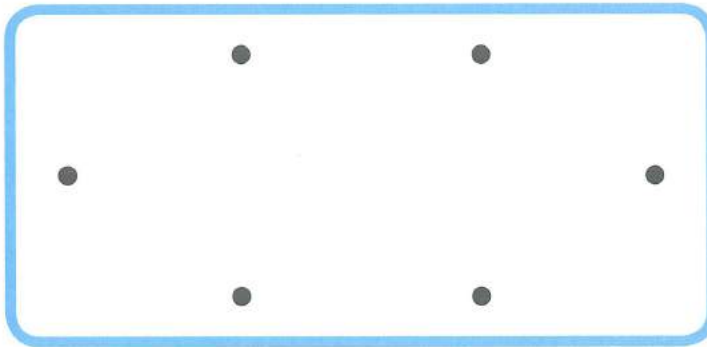


Het Sim-spel



Dit spel wordt gespeeld met twee spelers.

Je hebt ieder een eigen kleur pen of potlood nodig en een vel papier met daarop zes stippen gerangschikt zoals in de figuur hieronder.



De spelers verbinden om beurten twee stippen door een rechte lijn. Daarbij gebruiken ze ieder hun eigen kleur pen of potlood. De speler die als eerste gedwongen is een driehoek in zijn eigen kleur te maken, heeft verloren.

Met een driehoek wordt hier een driehoek bedoeld met als hoekpunten drie van de zes gegeven stippen. Speel dit spel een aantal keren met een medeleerling.

Denk je dat het spel kan eindigen zonder dat er een winnaar is? Waarom?

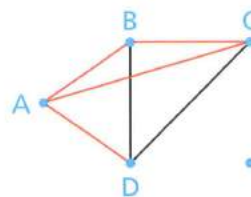
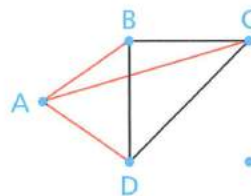
Het is onmogelijk dat er geen winnaar is! Als alle vijf verbindingslijnen getrokken zijn, hebben drie lijnen (of meer) in één punt (A) zeker dezelfde kleur.

Als er minder dan drie rode zijn, moeten er drie of meer zwart zijn (of omgekeerd).

Stel: er zijn drie rode lijnen die uit A vertrekken. De eindpunten van die lijnen vormen een driehoek BCD.

Nu zijn er twee mogelijkheden: of driehoek BCD heeft geen rode zijde, of hij heeft minstens één rode zijde (zeg BC).

In het eerste geval is er dus een zwarte driehoek BCD en in het tweede geval is er zeker een rode driehoek (ABC).

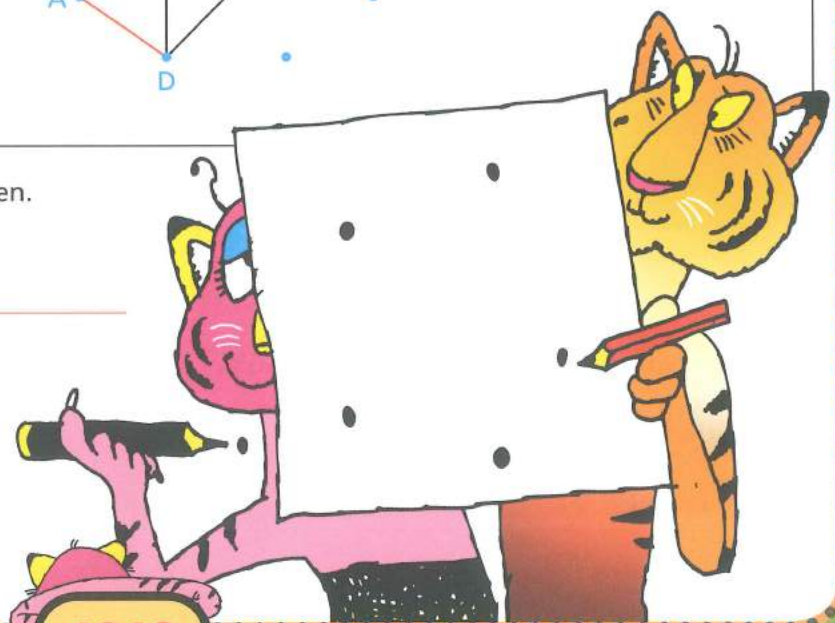
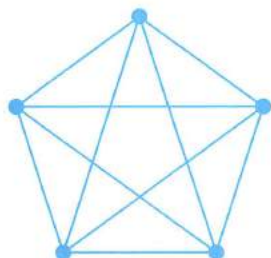


Tip

Stel je voor dat alle verbindingslijnen zijn getrokken. Denk nu aan de vijf lijnen die samen komen in één punt: waarom zijn er daarbij zeker drie die dezelfde kleur hebben?

Je kunt het Sim-spel ook met vijf punten spelen. Kan het spel nu eindigen zonder winnaar?

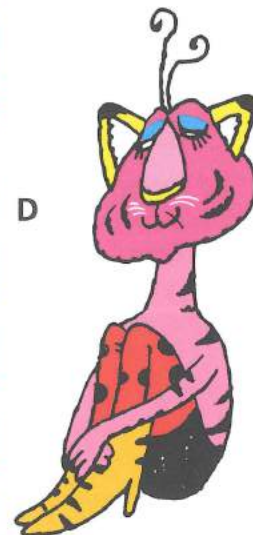
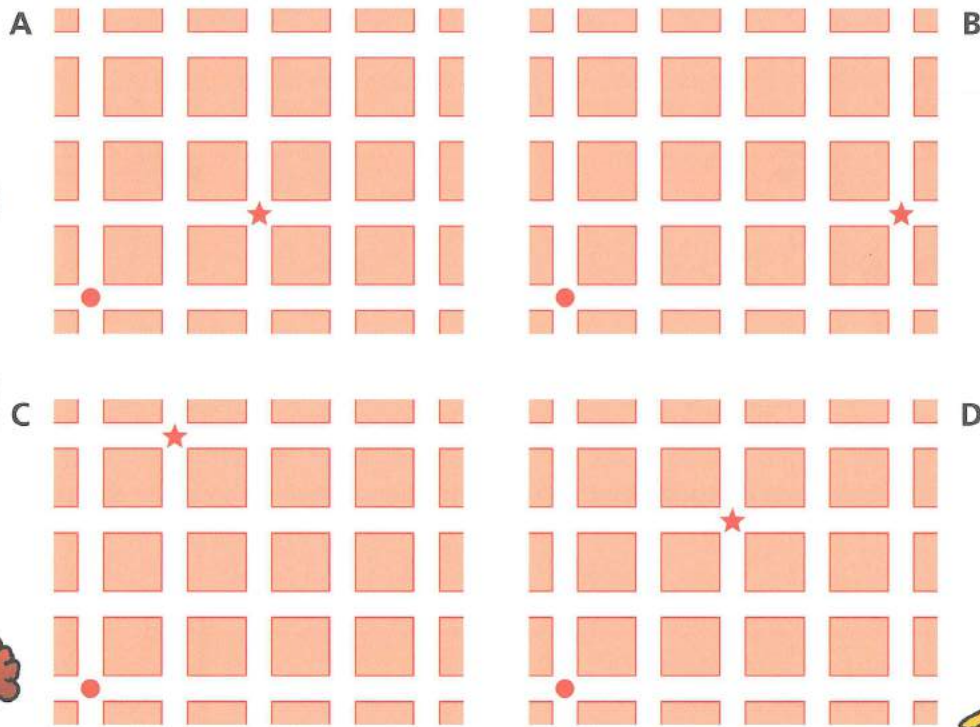
Ja, kijk maar op de tekening.



Routes in Square City (1)



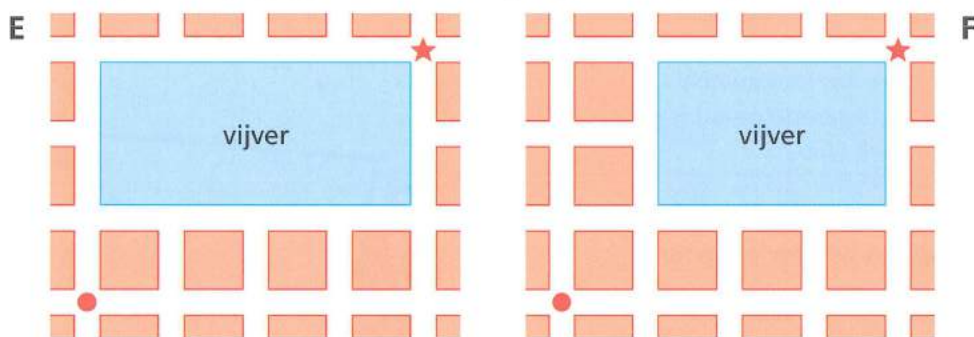
In het centrum van Square City zijn de huizenblokken precies vierkant en ze zijn allemaal even groot. De plattegrond is dan ook zeer regelmatig. Hieronder zie je vier keer een stukje van de plattegrond. In elke figuur zijn twee kruispunten aangegeven (rondje en sterretje).



Jeffrey wandelt van het ene kruispunt (rondje) naar het andere (sterretje) zonder een omweg te maken. Uit hoeveel routes kan hij kiezen? Vul de tabel in:

figuur	A	B	C	D
aantal routes	3	5	4	6

In sommige wijken van Square City zijn grote rechthoekige vijvers aangelegd.



Hoeveel routes zonder omweg zijn er nu van het ene kruispunt naar het andere?

In situatie E? 6 (= 1 + 5)

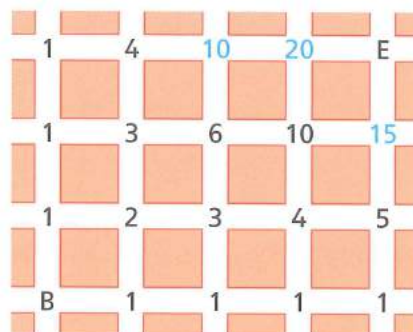
En in situatie F? 9 (= 4 + 5)



Routes in Square City (2)



Jeffrey heeft een slimme manier ontdekt om uit te zoeken uit hoeveel routes hij kan kiezen. Hij wil vertrekken vanaf kruispunt B en gaat op weg naar E. Op de plattegrond schrijft hij getallen bij de kruispunten die hij kan tegenkomen.



Wat stellen die getallen voor? En hoe kun je die snel uitrekenen?

De getallen zijn het aantal routes vanuit B naar het kruispunt waar dat getal staat. Bij elk kruispunt zijn er twee naburige kruispunten waar je vandaan kunt komen (links en onder). Als je de getallen van die buurkruispunten optelt, krijg je het aantal routes naar het kruispunt!

Jeffrey is er nog niet helemaal klaar mee. Probeer zijn werk af te maken.

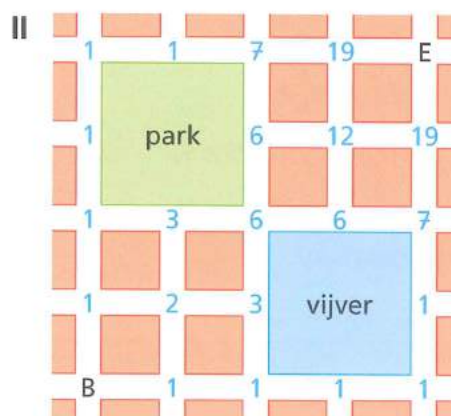
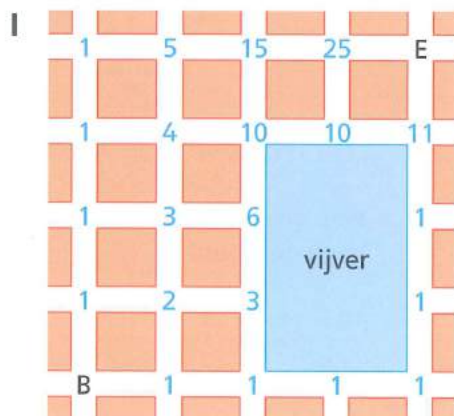
Zie de tekening hierboven.

Hoeveel verschillende routes zijn er van B naar E?

$20 + 15 = 35$ routes.

Pas bij de volgende plattegronden de methode van Jeffrey toe om het aantal routes (zonder omweg) van B naar E te bepalen.

In situatie II is het niet toegestaan om door het park te lopen.



Het aantal routes van B naar E in situatie I is $25 + 11 = 36$.

Het aantal routes van B naar E in situatie II is $19 + 19 = 38$.

Sommen van oneven en van even getallen



$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

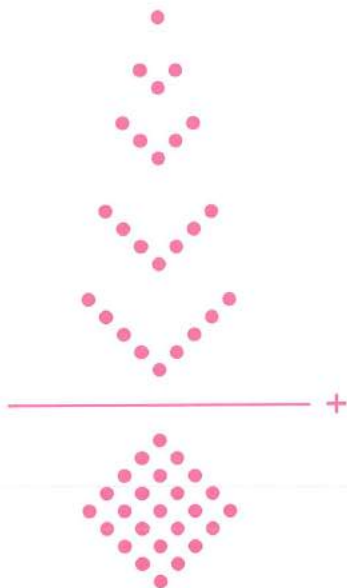
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

Wat voor bijzonders hebben de uitkomsten?

Het zijn kwadraten.



vierkantsgetal (5×5)

Hoe groot is de som van de eerste tien oneven getallen?

$$10 \times 10 = 100$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 97 + 99 = 2500$$

De som van de eerste 50 oneven getallen

is gelijk aan het kwadraat van 50.

$$2 + 4 = 6$$

$$2 + 4 + 6 = 12$$

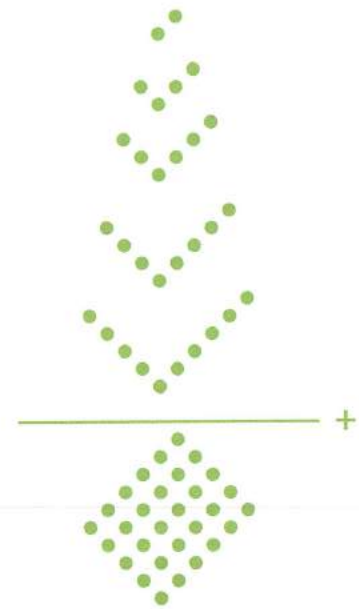
$$2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 42$$

Deze uitkomsten hebben ook iets bijzonders. Weet jij wat dat is?

$6 = 2 \times 3$, $12 = 3 \times 4$, $20 = 4 \times 5$, enzovoort.
Het zijn producten van 2 opeenvolgende
getallen.



rechthoeksgetal (5×6)

Hoe groot is de som van de eerste tien even getallen?

$$10 \times 11 = 110$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 98 + 100 = 2550$$

De som van de eerste 50 even getallen is

50×1 meer dan de som van de eerste 50

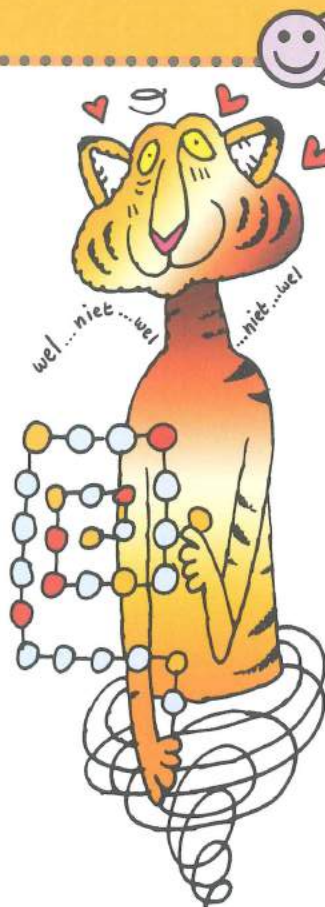
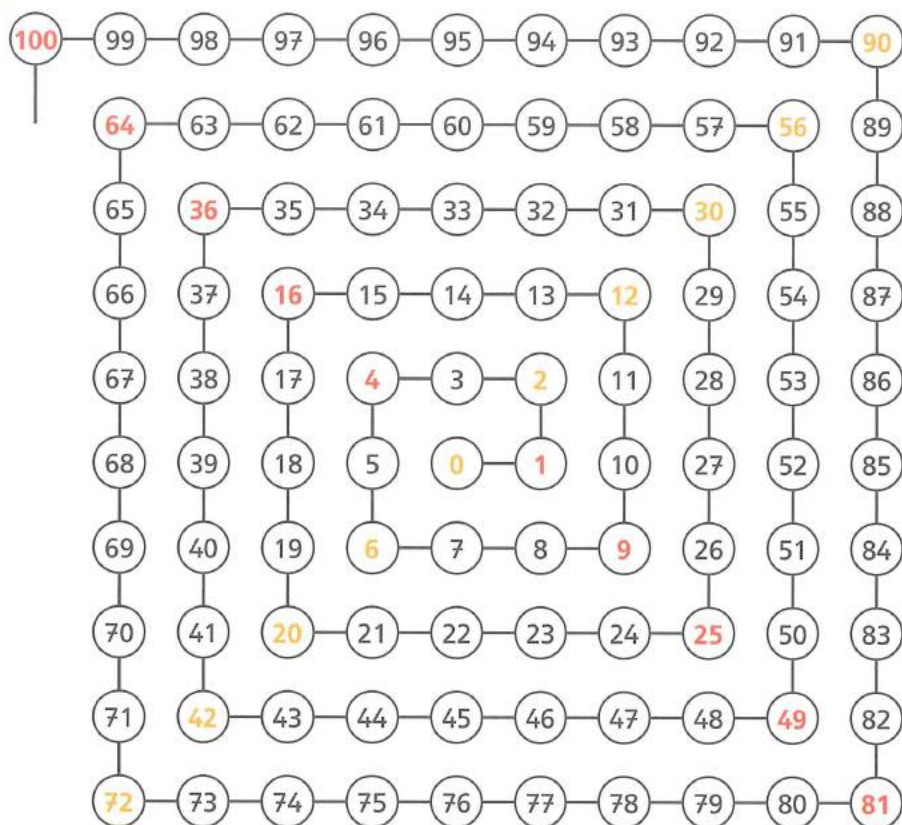
oneven getallen.

Nu met stippenpatronen.

Reken uit (je kunt het uit je hoofd!)



Getallenspiraal



Breid in gedachten de getallenspiraal uit met twee volgende omlopen. Welke rode en welke gele getallen komen er dan op de hoeken?

Rode getallen: 121, 144, 169, 196 (de kwadraten van 11, 12, 13 en 14).

Gele getallen: 110, 132, 156, 182 (de rechthoeksgetallen 10×11 , 11×12 , 12×13 en 13×14).

Hoe kun je verklaren dat ook de volgende rode hoekgetallen kwadraten zijn?

Begin bij 1: de sprong naar het volgende rode hoekgetal (4) is 3, de volgende sprong (naar 9) is 5, enzovoort. Steeds spring je verder met het volgende oneven getal. De hoekgetallen zijn dus sommen van opvolgende oneven getallen en dat zijn de kwadraten.

Tip
Kijk naar
het vorige
werkblad.

Wat voor een soort getallen staan er op de gele hoeken? Hoe verklaar je dat?

Het zijn rechthoeksgetallen. De sprongen tussen de gele hoekgetallen zijn juist de (opvolgende) even getallen 2, 4, 6, 8, 10, enzovoort.

Je kunt in de figuur zien dat elk rode getal precies midden tussen twee gele getallen in ligt: bijvoorbeeld 49 ligt precies midden tussen 42 en 56.

Het getal 400 ligt precies midden tussen de gele getallen 380 en 420.

Hoe heb je dat uitgerekend?

$400 = 20 \times 20$ ligt midden tussen 19×20 en 21×20 .



Caïro puzzels



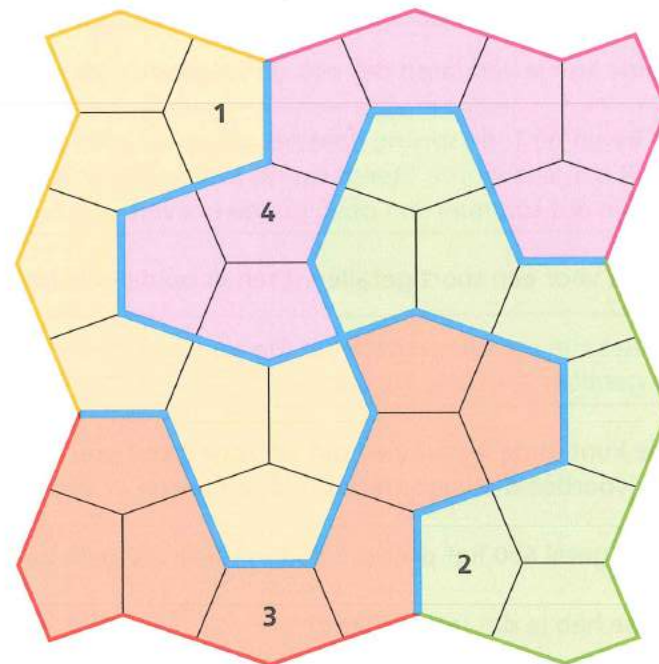
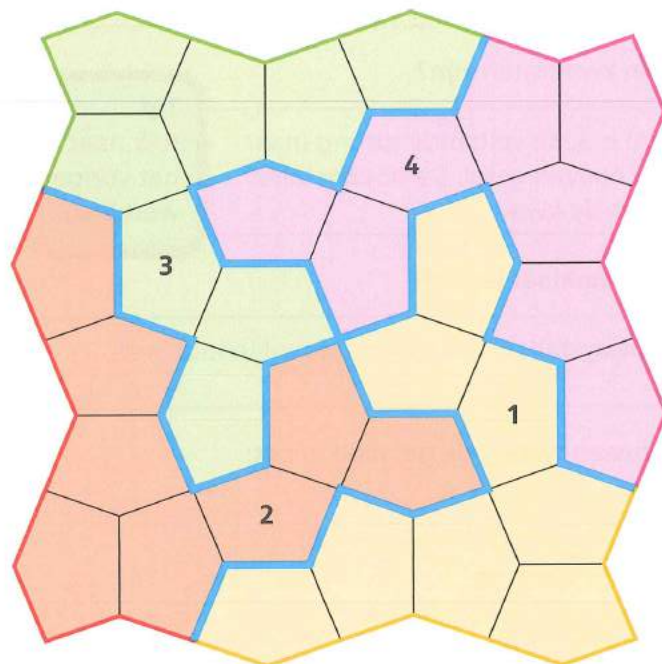
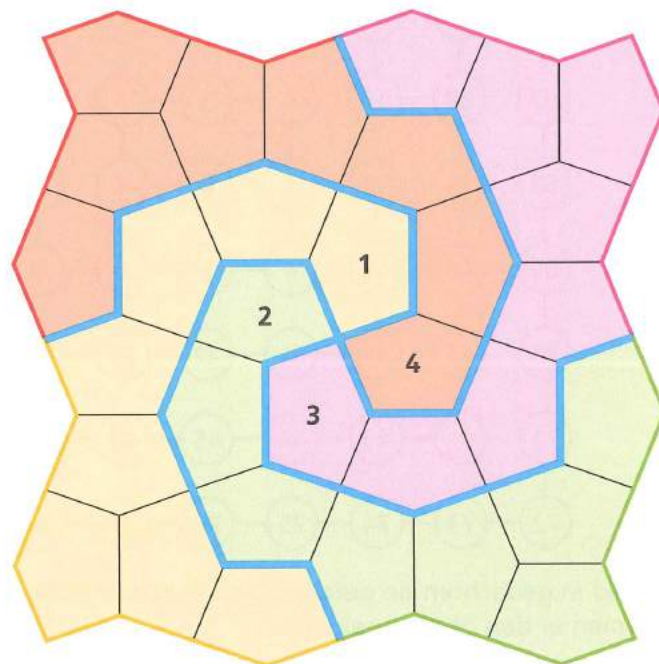
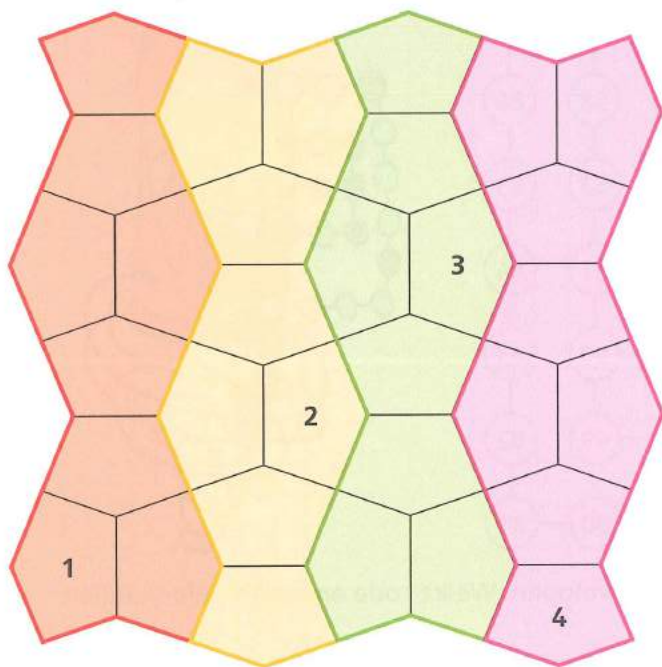
Sommige straten en terrassen in Caïro zijn geplaveid met vijfhoekige tegels.

Hieronder zie je vier stukjes van zo'n tegelpatroon, elk met 32 tegels.

Hassan heeft bij elk stuk op vier tegels een cijfer geschreven.

Hij vraagt je om elk stuk te verdelen in vier even grote delen zodat:

- elk deel precies dezelfde vorm heeft,
- elk deel één van de vier cijfers bevat.



1111

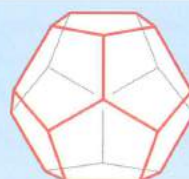
H, Z en R



Een kubus heeft 8 hoekpunten, 6 zijvlakken en 12 ribben.
We schrijven kortweg: $H = 8$, $Z = 6$ en $R = 12$.
Hoe groot zijn die aantallen bij een regelmatig twaalfvlak?



Niet mager, toch
kun je zijn ribben
tellen!

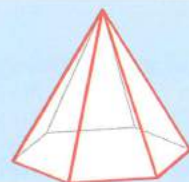


$H = 20$
 $Z = 12$
 $R = 30$

En bij een piramide met zes zijden?



Pas op! Het
grondvlak telt
ook als zijvlak.

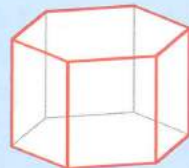
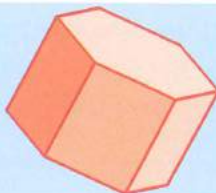


$H = 7$
 $Z = 7$
 $R = 12$

Hieronder zie je een zogenaamd zeszijdig prisma. Het grond- en bovenvlak zijn zeshoeken en die zijn verbonden door zes opstaande ribben.



Grond- en
bovenvlak tellen
ook als zijvlak.



$H = 12$
 $Z = 8$
 $R = 18$

Je ziet dat in al deze gevallen het aantal ribben R groter is dan het aantal hoekpunten H en het aantal zijvlakken Z . Maar er is meer aan de hand.

Als je $H + Z$ met R vergelijkt, zie je dat $H + Z$ steeds 2 groter is dan R .

Stel je in gedachten een 1000-zijdige piramide voor.

Vul in: $H = 1001$, $Z = 1001$, $R = 2000$.

Vergelijk weer $H + Z$ met R . En? $H + Z = 2002 = R + 2$.

Nu een 1000-zijdig prisma.

$H = 2000$, $Z = 1002$, $R = 3000$.

Klopt het weer? Ja, $H + Z = 3002 = R + 2$.

Bedenk zelf nog een paar andere veelvlakken en onderzoek of er steeds hetzelfde verband bestaat tussen $H + Z$ en R .

Bij de 'gewone' veelvlakken vind je steeds hetzelfde verband: $H + Z = R + 2$.



Altijd hetzelfde?



Neem een getal van twee verschillende cijfers.
Verwissel de beide cijfers, zodat je een nieuw getal krijgt.
Trek nu de kleinste van de twee getallen af van het grootste. Doe hetzelfde met de uitkomst die je dan krijgt.
Ga net zo lang door tot je een getal van één cijfer krijgt.



Voer dit voorschrift een paar keer uit met zelf gekozen getallen.

Welk getal krijg je steeds op het eind? 9

Bijvoorbeeld: $83 - 38 = 45$, $54 - 45 = 9$.

Misschien heb je al gemerkt dat er getallen zijn, waarbij je al na één stap klaar bent.
Welke getallen zijn dat?

De getallen waarvan de cijfers 1 verschillen, bijvoorbeeld: $32 - 23 = 9$.

Met welk getal je ook begint, na de eerste stap komt er altijd een getal uit dat deelbaar is door 9.
Hoe kun je dat verklaren?

Bijvoorbeeld: $83 - 38 = 8 \times 10 - 8 \times 1 + 3 \times 1 - 3 \times 10 = 8 \times 9 - 3 \times 9 = 5 \times 9$.
Het aantal tientallen in het ene getal is gelijk aan het aantal eenheden in het andere getal.
Als je de twee getallen op deze manier van elkaar aftrekt, krijgt je twee 9-vouden (8×9 en 3×9)
en het verschil daarvan is ook weer een 9-voud.

Nu ga je net zoiets doen met drie cijfers die niet allemaal hetzelfde zijn.
Kies je bijvoorbeeld voor 318, dan zet je de cijfers eerst in de volgorde van groot naar klein en dan in omgekeerde volgorde. Vervolgens trek je het kleinste getal van het grootste af.
Met de uitkomst die je krijgt, doe je dan weer hetzelfde, net zolang tot de uitkomst niet meer verandert.
Dus bij 318 begint het zo: $831 - 138 = 693$ en daarna $963 - 369 = \dots$

Met welk getal eindig je? 495

Hoe zit dat als je met andere getallen begint? Probeer maar (neem ook eens twee gelijke cijfers).

Bijvoorbeeld: $321 - 123 = 198$, $981 - 189 = 792$, $972 - 279 = 693$, $963 - 369 = 594$, $954 - 459 = 495$.

Hoe kun je uitleggen dat je na één stap een getal krijgt dat deelbaar is door 99?

Het aantal tientallen (middelste cijfer) is steeds in beide getallen hetzelfde, het verschil daarvan is 0.
Het aantal honderdtallen in het ene getal is gelijk aan het aantal eenheden in het andere getal.
Als je de twee getallen van elkaar aftrekt, krijgt je twee 99-vouden, en het verschil daarvan is ook weer een 99-voud.
Bijvoorbeeld: $321 - 123 = 3 \times 100 - 3 \times 1 + 1 \times 1 - 1 \times 100 = 3 \times 99 - 1 \times 99 = 2 \times 99 = 198$.

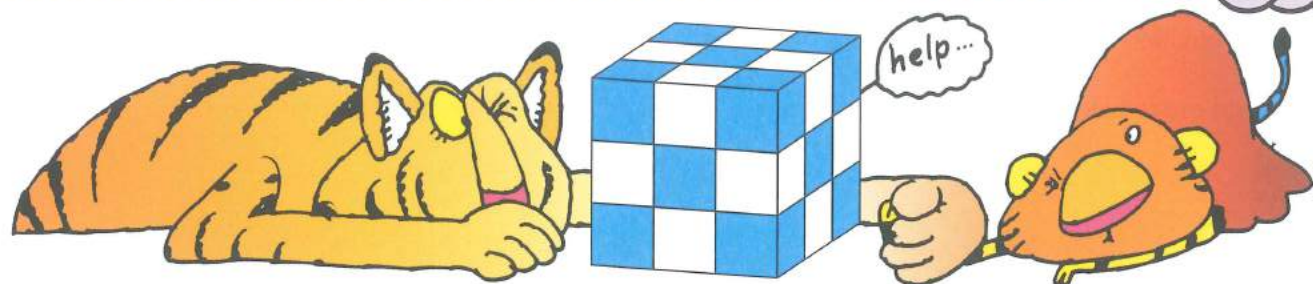
Voor de echte Rekentijger:

Kun je net zoiets doen met getallen van vier cijfers? Welke uitkomst krijg je dan?

Probeer het maar. Je eindigt altijd bij 6174.



De houtworm en de kubus



De kubus is gemaakt van blauwe en witte blokjes. Er liggen geen blokjes van dezelfde kleur tegen elkaar. Een houtworm zit binnenin de kubus, precies in het middelste blokje. Zij wil zich een weg naar buiten eten, maar daarbij elk blokje precies één keer passeren. Lukt haar dat? Beredeneer jouw antwoord.

Dat lukt haar niet. De houtworm begint in een wit blokje (het middelste blokje grenst aan 6 blauwe blokjes en is dus wit). Ze kruipt afwisselend van een blauw naar een wit blokje, of omgekeerd. Er zijn in totaal 27 blokjes, waarvan er 14 blauw en 13 wit zijn.

Omdat er meer blauwe dan witte blokjes zijn, en omdat de reis van de houtworm begint in een wit blokje, lukt het niet om alle blokjes te bereiken en daarbij elk blokje precies één keer te passeren.

Lopen op een ruitjesbord

Vertrek vanuit het rode veld linksboven. Je mag alleen horizontaal of verticaal over het bord gaan en je moet precies zoveel velden gaan als het cijfer waar je op staat aangeeft. Vanuit de start mag je dus alleen vijf velden naar beneden of opzij. Kun je, als je je hieraan houdt, bij het eindveld rechtsonder uitkomen? Waarom wel of waarom niet?

	A	B	C	D	E	F	
start →	5	3	3	2	4	4	1
	3	3	4	4	2	4	2
	1	4	1	2	4	2	3
	3	4	1	3	2	3	4
	4	3	2	2	4	4	5
	2	3	5	2	3		6 ← eind

Tip

Bedenk een handig systeem om elk veld te benoemen.

Elk veld kan worden aangegeven met een letter en een cijfer. 'Start' is A1 en 'eind' is F6.

Om uit te zoeken of je van 'start' naar 'eind' kunt komen, kijk je of je terug kunt lopen vanaf 'eind'.

F6 kan alleen worden bereikt via F2 of D6.

F2 kan niet worden bereikt.

D6 kan alleen worden bereikt via D2.

Zo kunnen we doorgaan: D2 ← A2 ← A3 ← E3 ← E6 ← B6 ← D6 ← D2.

We kunnen zo in een kringetje blijven lopen, zonder ooit op start te komen.

Het kan dus niet.

Hoe telt een computer op?



Op de werkbladen 1 (1) en 10 (2) heb je gezien hoe je aan de binaire codes voor 25 en 18 komt.

$$25 = 11001 \text{ en } 18 = 10010$$

Om met de codes te kunnen rekenen, bekijken we het nog eens op een andere manier.

$$\begin{aligned} 25 &= 12 \times 2 + 1 \\ &= 6 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \\ &= 3 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \\ &= 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= 9 \times 2 + 0 \\ &= 4 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \\ &= 2 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \\ &= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

De rode getallen 2, 4, 8, 16, ... zijn 'super-even', dat wil zeggen: je kunt steeds de helft ervan nemen tot je aan het eind bij 1 uitkomt.

Als je de cijfers 0 en 1 in de binaire code van een getal in de volgorde met de super-even getallen vermenigvuldigt (te beginnen met het hoogste super-even getal dat onder dat getal zit) en de uitkomsten bij elkaar optelt, krijg je het oorspronkelijke getal.

Probeer dat maar eens met:

$$27 = 11011 \text{ en met } 28 = 11100$$

$$\begin{aligned} 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 &= 27 \\ 1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 &= 28 \end{aligned}$$

Stel je nu voor dat je een rekenmachine of computer $25 + 18$ wilt laten uitrekenen.

Dat werkt ongeveer zo:

$$\begin{array}{rcl} 25 & \longrightarrow & 11001 \\ 18 & \longrightarrow & 10010 \\ & & + \\ & & \hline & & 101011 \end{array} \longrightarrow 43$$



De pijl geeft de omzetting van het getal naar zijn binaire code (of andersom) aan.

De uitleg van de optelling staat hieronder:

$$\begin{array}{r} 11001 \\ 10010 \\ \hline + \\ \hline 101011 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \\ &1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \\ \hline &2 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \\ &1 \times 32 + 0 \times 16 \end{aligned}$$

De computer telt de getallen per plaats op volgens de regels: $0 + 0 = 0$, $1 + 0 = 1$ en $1 + 1 = 10$. Bij die laatste wordt een 0 geschreven en de 1 schuift op naar de volgende plaats en wordt daar meegeteld. Maak nu zelf de volgende binaire optellingen op de manier van de computer.

$$\begin{array}{r} 110 \\ 101 \\ \hline + \\ \hline 1011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ 100 \\ \hline + \\ \hline 1000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 111 \\ 1 \\ \hline + \\ \hline 1000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1100 \\ 11 \\ \hline + \\ \hline 1111 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1111 \\ 1011 \\ \hline + \\ \hline 11010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10101 \\ 11011 \\ \hline + \\ \hline 110000 \end{array}$$

Controleer je antwoorden via de tientallige schrijfwijze.

$$6 + 5 = 11, 4 + 4 = 8, 7 + 1 = 8, 12 + 3 = 15, 15 + 11 = 26, 21 + 27 = 48$$

Leugenachtige dagen



De tweelingbroers Leo en Theo lijken zo op elkaar dat niemand ze uit elkaar kan houden. Toch is er een verschil.

Leo liegt namelijk op maandag, dinsdag en woensdag bij alles wat hij zegt.

Op de andere dagen van de week spreekt hij steeds de waarheid.

Maar Theo liegt op donderdag, vrijdag en zaterdag en hij spreekt de waarheid op de andere dagen van de week.

Op zekere dag kom je die twee tegen.



Leo:
'Gisteren had ik een leugendag.'



Theo:
'Dat had ik gisteren ook.'

Op welke dag van de week vond dit gesprek plaats? Beredeneer jouw antwoord.

Dat moet donderdag zijn.

Stel eerst dat Leo liegt: dan moet het voor hem een leugendag zijn die volgt op een waarheiddag, en dat is alleen maandag. Maar op maandag spreekt Theo de waarheid en op zondag ook, dus dan kan hij op maandag niet zeggen dat hij gisteren loog.

Dus Leo spreekt de waarheid en het moet voor hem een waarheiddag zijn die volgt op een leugendag. Dat is alleen donderdag. Op donderdag liegt Theo en dan klopt het als hij zegt dat hij gisteren (woensdag) loog.

Welke dag van de week was het toen? Waarom?



Leo:
'Ik loog gisteren en over drie dagen zal ik weer liegen.'

Dat moet maandag zijn.

Leo kan alleen op maandag en donderdag zeggen dat hij gisteren loog (zie vorige vraag).

Stel dat het donderdag is.

Op donderdag spreekt hij de waarheid en omdat het dan over drie dagen zondag is, spreekt hij over drie dagen de waarheid. Dus het kan niet op donderdag zijn.

Dus moet het maandag zijn. Drie dagen na maandag is donderdag en dan spreekt hij de waarheid.

Maar omdat hij op maandag liegt, zegt hij dat hij over drie dagen zal liegen.

Wat is jouw commentaar hierop?



Theo:
'Ik loog gisteren en morgen zal ik ook liegen.'

Dat kan niet.

Als Theo zegt dat hij gisteren loog, kan het alleen donderdag of zondag zijn.

In het eerste geval zegt hij dat hij op vrijdag zal liegen en dat is de waarheid, maar dat kan hij op donderdag niet gezegd hebben, omdat hij op donderdag liegt.

In het tweede geval zegt hij dat hij op maandag zal liegen, maar dat is niet waar. Omdat hij op zondag de waarheid zegt, kan hij niet gezegd hebben dat hij morgen liegt.

Op welke dag gebeurde dit en wie van de twee heet werkelijk Leo? Leg uit waarom je dit zeker weet.



'Ik heet Leo.'



'Ik heet Theo.'

Dat moet zondag zijn en de eerste jongen heet Leo.

Als de eerste liegt, dan doet de tweede het ook, maar dat kan niet, want er is geen enkele dag van de week waarop ze allebei liegen.

Ze spreken dus allebei de waarheid en dat gebeurt alleen op zondag.



Driehoeken van lucifers

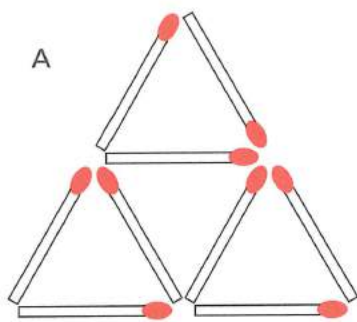


Hoeveel driehoeken telt figuur B?

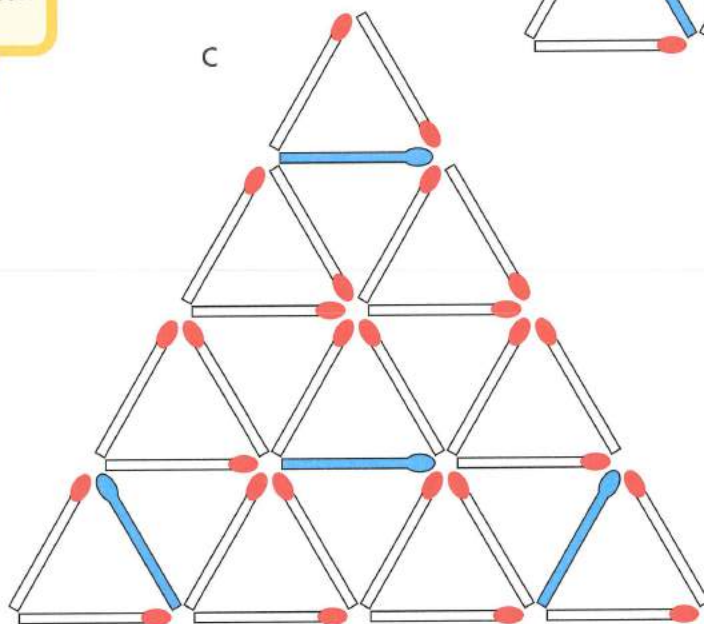
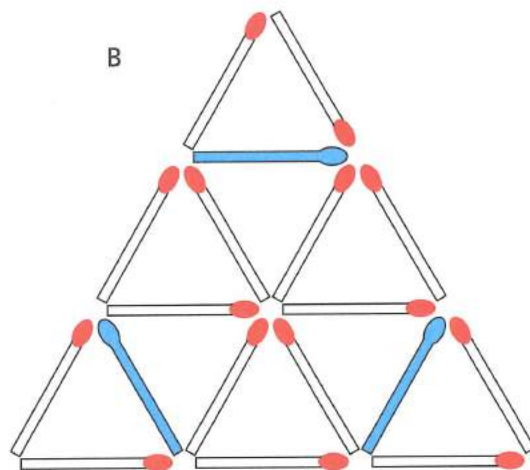
9 driehoeken met zijden van 1 lucifer, 3 met zijden van 2 lucifers en 1 met zijden van 3 lucifers, dat is dus in totaal 13 driehoeken.

En hoeveel driehoeken telt figuur C?

16 driehoeken met zijden van 1 lucifer, 7 met zijden van 2 lucifers, 3 met zijden van 3 lucifers en 1 met zijden van 4 lucifers, dat is dus in totaal 27 driehoeken.



In figuur A zitten 5 driehoeken.



Bij figuur B kun je door 3 lucifers weg te halen 7 driehoeken overhouden. Welke haal je weg? Kleur de lucifers die je weghaalt. (zie figuur)

Bij figuur C kun je door 4 lucifers weg te halen 17 driehoeken overhouden. Welke haal je weg? Kleur de lucifers die je weghaalt. (zie figuur)



Op de kop



1961 was een zeer speciaal jaar. Er werd met Carnaval gezongen: 'het jaar staat op de kop'.
Schrijf alle jaartallen met vier cijfers die op de kop gelezen er hetzelfde uitzien.

1001	6009	8008	9006
1111	6119	8118	9116
1691	6699	8698	9696
1881	6889	8888	9886
1961	6969	8968	9966

Tip
Het zijn er twintig

In welke eeuwen was er meer dan één jaar dat op de kop stond?

In de tweede eeuw: 101, 111 en 181.
In de zevende eeuw: 609, 619 en 689.
In de negende eeuw: 808, 818 en 888.

Er zijn niet veel woorden, afkortingen of namen in het Nederlands die er, met hoofdletters geschreven, op de kop hetzelfde uitzien.

Welke kun jij bedenken?

De letters die op de kop niet veranderen zijn H, I, N, O, S, X en Z.
Hiermee kun je bijvoorbeeld NON, SIS, S.O.S., Z.O.Z, ONNO en SOOS maken.
Er zijn geen hoofdletters die op de kop een andere letter voorstellen!

Voor kentekennummers van auto's worden cijfers en hoofdletters gebruikt.

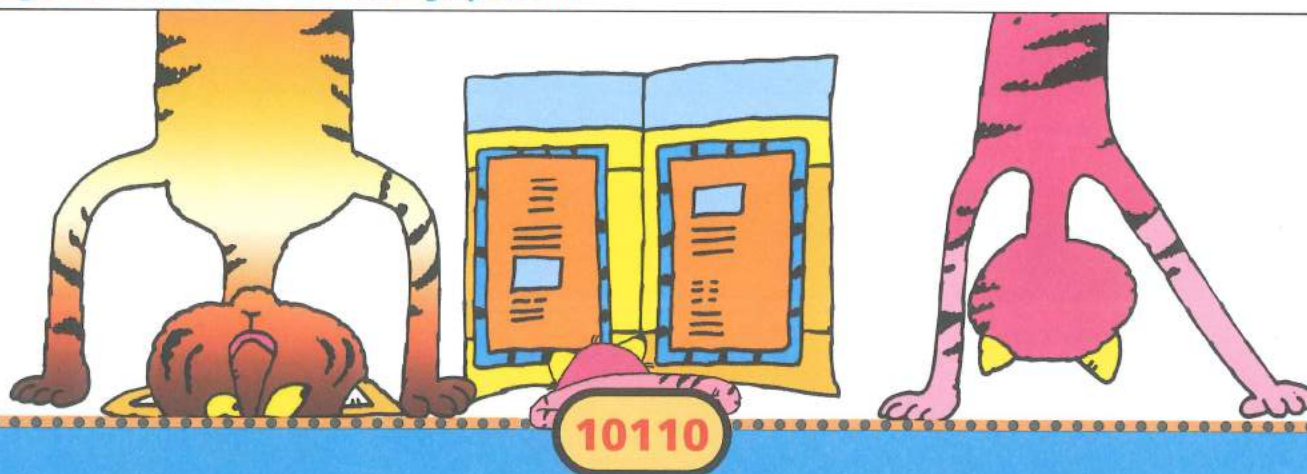
Van de hoofdletters gebruikt men er slechts 24, niet de O en niet de I, vanwege de verwarring met 0 en 1.
Let nu op nummerplaten die bestaan uit twee letters gevolgd door twee cijfers en die weer eindigen met twee letters.

Hoeveel van die nummerplaten geven hetzelfde nummer als je ze op de kop houdt?
Leg uit hoe je gerekend hebt.

HX 78 AS



Voor de cijfercombinatie zijn er 5 mogelijkheden: 00, 11, 69, 88 en 96.
Voor de eerste lettercombinatie zijn er ook 5 mogelijkheden: HH, NN, SS, XX en ZZ.
Als de nummerplaat op de kop niet mag veranderen, dan moet de eerste lettercombinatie gelijk zijn aan de laatste lettercombinatie.
Dit geeft dan in totaal $5 \times 5 = 25$ mogelijkheden.



Babylonisch rekenen (1)



voorzijde



achterzijde



voorzijde

𐎶	𐎶𐎵	𐎶	𐎶
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶	𐎶
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵

achterzijde

𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵
𐎶𐎵	𐎶𐎵	𐎶𐎵

De Babyloniërs schreven in spijkerschrift op kleitabletten.

In de figuur zie je links de voor- en achterkant van een bijna 4000 jaar oud kleitablet. Rechts daarvan zijn die voor- en achterkant nagetekend en vergroot.

Bekijk eerst de voorkant van het tablet. Als je naar de middelste kolom van tekens kijkt, kun je waarschijnlijk wel raden waar dit over gaat. Wat denk je?

De middelste kolom bevat getallen: 1, 2, 3, ..., 9. Die worden voorgesteld door even zoveel 'spijkers'. Op 9 volgt 10 en 10 wordt voorgesteld door een wig. 11 is dan wig + spijker.

Je ziet dat op alle regels eenzelfde tekencombinatie voorkomt:

Hier staat het Babylonische woord a-rá, dat betekent 'maal' of 'keer'.

Wat is de betekenis van de tekst op de voorkant?



Eerste regel: 5 maal 1 is 5; tweede regel: maal 2 is 10; enzovoort; elfde regel: maal 11 is 55.

Op de achterkant gaat het verder. Maar op de bovenste regel lijkt dat niet te kloppen.

Dat heeft te maken met de manier waarop de Babyloniërs de getallen 60, 65, enzovoort opschreven.

Probeer uit te leggen hoe ze dat deden.

1 spijker kan ook voor 60 staan. Denk aan: 5 minuten $\times$ 12 keer is 60 minuten, ofwel 1 uur.

1 grote spijker en vijf kleintjes betekent dan $60 + 5 = 65$.

1 grote spijker gevolgd door 1 wig is dan $60 + 10 = 70$.

Enzovoort.

De onderste uitkomst (4 spijkers gevolgd door 1 wig) is gelijk aan $4 \times 60 + 10 = 250$.

Dat klopt met 5 maal 50 = 250.

Tip

Denk eraan hoe wij rekenen met uren en minuten en let op grote en kleine spijkers.



voorzijde

▽	▽▽▽
▽▽	◁▽▽
▽▽▽	◁▽▽▽
▽▽▽	◁◁▽▽
▽▽▽	◁◁◁
▽▽▽	◁◁◁▽▽
▽▽▽	◁◁◁▽▽
▽▽▽	◁◁◁▽▽▽
▽▽▽	◁◁◁◁
◁	▽
◁▽	▽▽▽

achterzijde

◁▽▽	▽◁▽▽
◁▽▽▽	▽◁▽▽▽
◁▽▽▽	▽◁◁▽▽▽
◁▽▽▽	▽◁◁◁
◁▽▽▽	▽◁◁◁▽▽
◁▽▽▽	▽◁◁◁◁
◁▽▽▽	◁◁◁◁▽▽
◁▽▽▽	◁◁◁◁▽▽
◁▽▽▽	▽◁◁◁◁▽▽
◁◁	▽▽
◁◁◁	▽▽▽
◁◁◁	▽▽▽
◁◁◁	▽▽▽

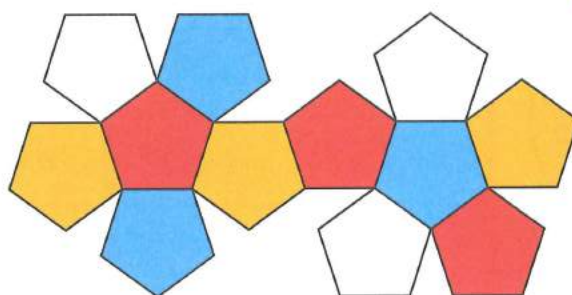
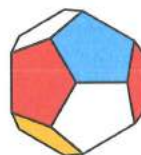
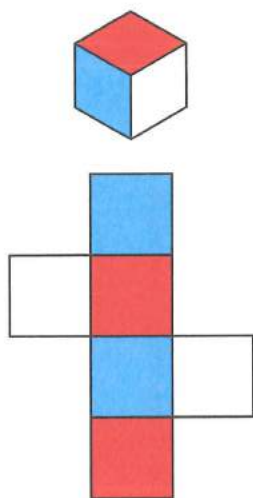
Hoe zouden ze bijvoorbeeld 23×6 toch met behulp van de tafel van 6 hebben kunnen uitrekenen? Schrijf de uitkomst op in spijkerschrift.

$20 \times 5 + 4 \times 5 = 120$ of in het Babylonisch:   +  = 

Kubus en twaalfvlak



Je kunt de vlakken van een kubus zo kleuren dat elk paar aangrenzende vlakken verschillende kleuren krijgt. We noemen dat een goede kleuring. Je hebt dan 3 kleuren nodig. Maak een goede kleuring in het bouwplaatje van de kubus met de drie kleuren.

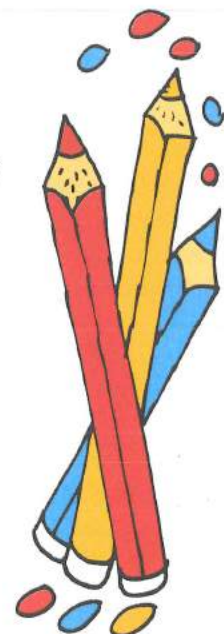
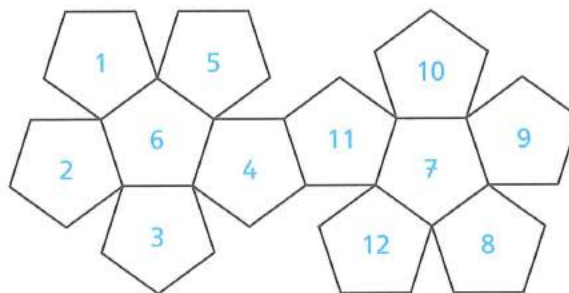
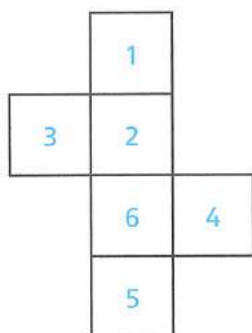


Voor het twaalfvlak zijn er vier kleuren nodig om een goede kleuring te maken. Maak zo'n goede kleuring in het bouwplaatje van het twaalfvlak.

Tip

Je kunt je kleuring controleren door de bouwplaat over te trekken, uit te knippen en in elkaar te vouwen.

Bij een kubusvormige dobbelsteen staan de getallen 1 tot en met 6 op de vlakken, zodat de getallen op twee tegenover elkaar liggende vlakken samen steeds 7 zijn. Plaats de getallen 1 tot en met 6 in het bouwplaatje, zodat dit klopt. (Je mag gewone cijfers gebruiken.)



Bij een twaalfvlak-dobbelsteen plaats je de getallen 1 tot en met 12 op de vlakken. Doe het zo dat de som van de getallen op tegenover elkaar liggende vlakken steeds 13 is. Plaats die getallen op zo'n manier in het bouwplaatje.



Traplopen



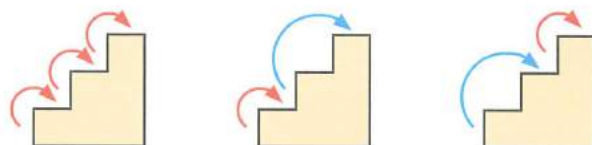
Je kunt een trap oplopen met één of twee treden tegelijk.

Bij een trapje met maar twee treden zijn er 2 mogelijkheden.

Bij een trapje met drie treden kun je op 3 verschillende manieren naar boven.



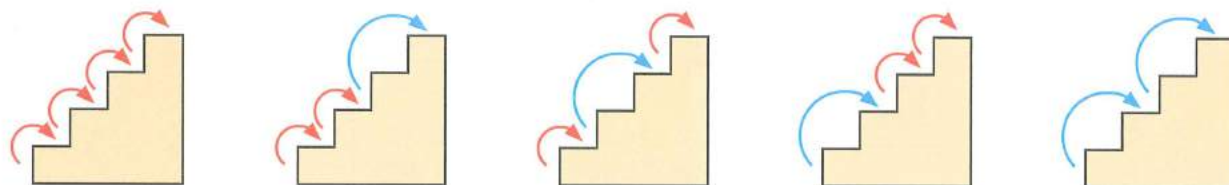
2 mogelijkheden



3 mogelijkheden

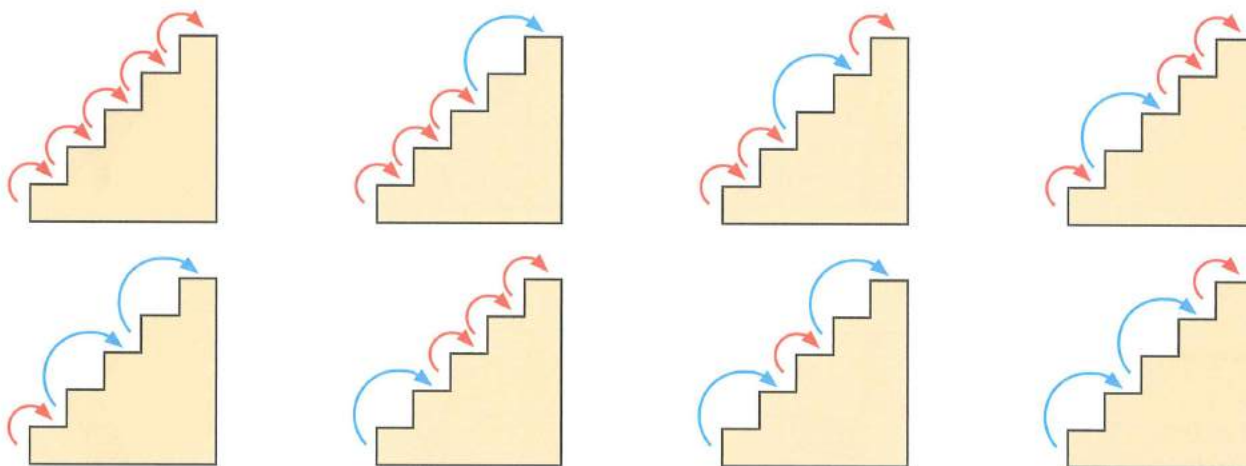
Je denkt nu misschien dat er bij vier treden 4 mogelijkheden zijn. Mis! Het zijn er 5.

Teken die 5 mogelijkheden:



Een trap met vijf treden kan op 8 manieren worden genomen. 2 manieren zijn al getekend.

Teken de overige 6 manieren.



Bereken dat er bij een trap met zes treden wel 13 verschillende manieren zijn om die trap op te lopen.

Als de eerste stap één trede is, blijft er nog een trap van vijf treden over en die kan op 8 manieren worden opgelopen. Als de eerste stap twee treden is, blijft er nog een trap van vier treden over en die kan op 5 manieren worden opgelopen. Het totaal aantal manieren = $8 + 5 = 13$.

Fibonacci moest een trap van 13 treden op om bij zijn slaapkamer te komen.

Hij beweerde dat hij het langer dan een jaar kon volhouden om iedere dag op een andere manier met stappen van één of twee treden naar boven te gaan.

Ben jij het met hem eens? Waarom?

Bij zeven treden is het aantal manieren $13 + 8 = 21$, bij acht treden is dat $21 + 13 = 34$, bij negen treden $34 + 21 = 55$, bij tien treden, $55 + 34 = 89$, bij elf treden $89 + 55 = 144$, bij twaalf treden $144 + 89 = 233$ en ten slotte bij dertien treden $233 + 144 = 377$.

Fibonacci had dus gelijk: hij kon het 1 jaar en 12 dagen volhouden om elke dag op een andere manier dan voorheen de trap op te gaan.



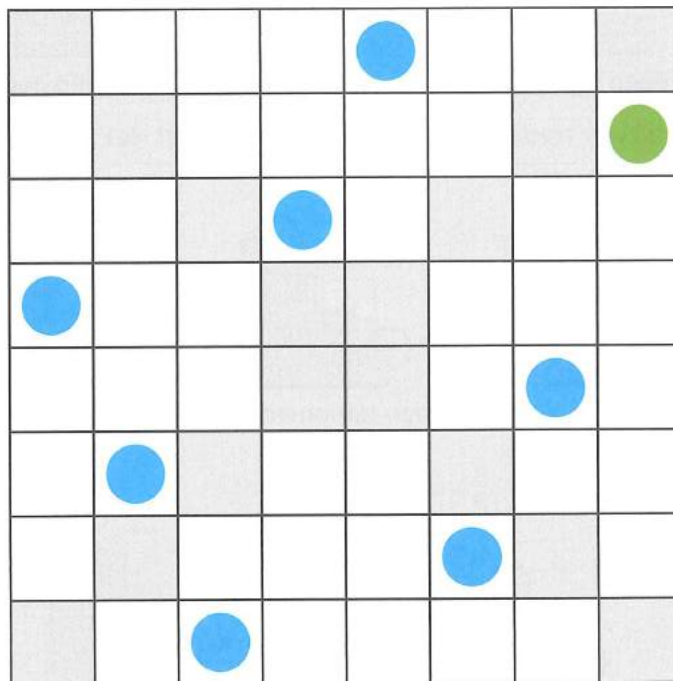
Rondjes plaatsen



Plaats acht rondjes op de witte velden. Doe het zo:

- dat er geen twee rondjes in dezelfde horizontale lijn staan,
- dat er geen twee rondjes in dezelfde verticale lijn staan,
- dat er geen twee rondjes in dezelfde diagonale lijn staan.

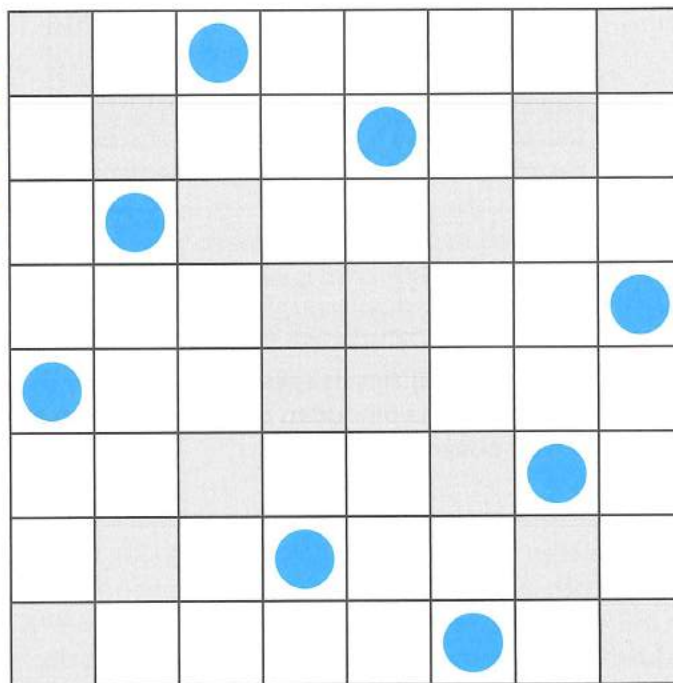
Eén rondje is al geplaatst.



Dit is dezelfde opdracht, maar nu is er niet al een rondje geplaatst. Bovendien moeten de acht rondjes samen een puntsymmetrische figuur vormen.

Tip

Als je niet meer weet wat 'puntsymmetrisch' is: je kunt dat vinden in Rekentijger 7B.



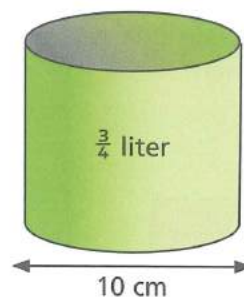
Rekenen met pi



Een blik soep heeft een inhoud van $\frac{3}{4}$ liter.
De diameter van de bodem is 10 cm.
Bereken de hoogte van het blik (in cm).

Tip

De inhoud van een cilinder is gelijk aan de hoogte $\times$ de oppervlakte van de bodem.



Oppervlakte bodem = $3,14 \times 5 \times 5 = 78,5 \text{ cm}^2$.
Inhoud van het blik = 750 cm^3 .
Hoogte = $750 : 78,5 = 9,55 \text{ cm}$.

Bereken ook hoeveel cm^2 de totale oppervlakte van het blik is.

Bodem en deksel zijn samen $2 \times 78,5 = 157 \text{ cm}^2$.
Oppervlakte van de mantel (buitenkant) = omtrek bodem $\times$ hoogte = $3,14 \times 10 \times 9,55 = 299,87 \text{ cm}^2$, afgerond 300 cm^2 .
Totale oppervlakte: $157 + 300 = 457 \text{ cm}^2$.

Op een grasveld van 10 bij 20 meter staan ergens in het midden twee paaltjes van 1 meter hoog. Die paaltjes staan 6 meter uit elkaar.

Tussen die paaltjes is een staaldraad gespannen.

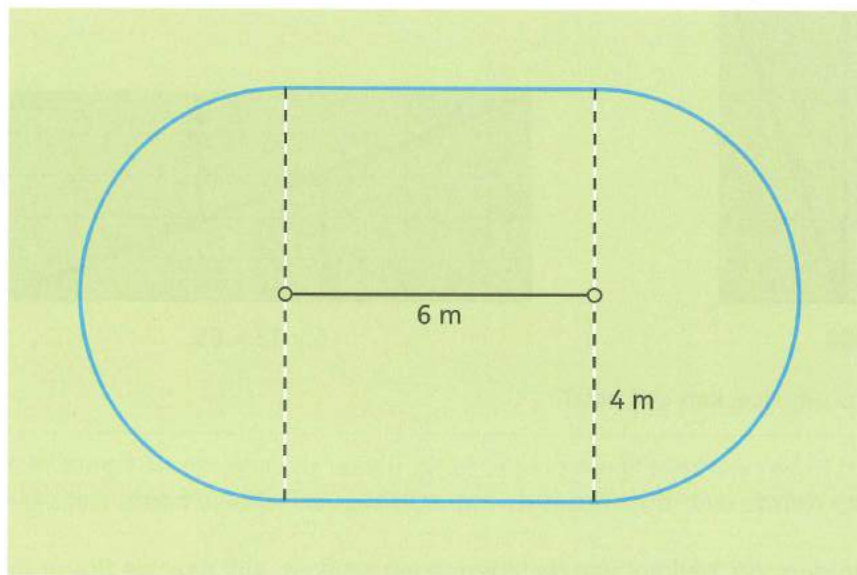
Een geit zit met zijn halsband vast aan een riem van 4 meter; het andere uiteinde van de riem kan glijden langs de staaldraad.

De boer beweert dat de geit de helft van het grasveld kaal kan grazen.

Zoek uit of dit klopt.

Tip

Maak eerst een tekening op schaal van het gebied waar de geit kan komen.

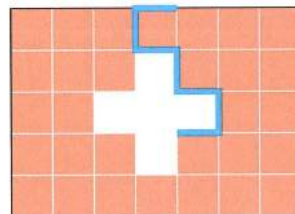
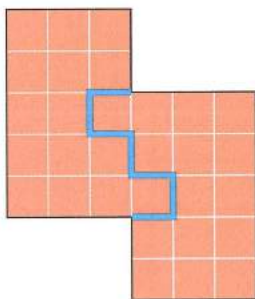


Het gebied dat door de geit kan worden afgegraasd bestaat uit twee halve cirkels met een straal van 4 m en een rechthoek van 6 bij 8 m. De oppervlakte van dat gebied is $48 + 3,14 \times 4 \times 4 = 98,24$, afgerond 98 m^2 . Dat is iets minder dan de helft van het grasveld, dat een oppervlakte van 200 m^2 heeft.

Knippen en plakken

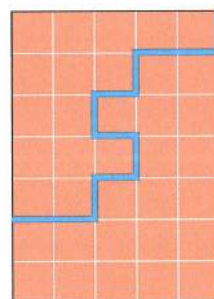
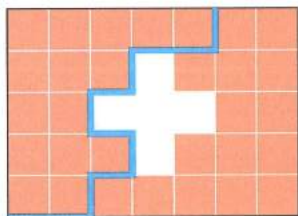


Hoe kan de tijger het rode stuk papier zo in 2 stukken verknippen dat ze aan elkaar gepast de Zwitserse vlag vormen?

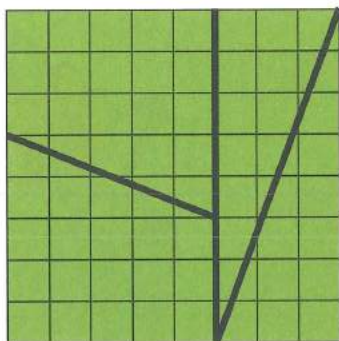


Tip
Teken de linker figuur over op ruitjespapier en probeer die op een goede manier te verknippen.

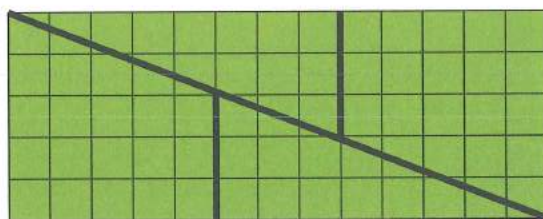
Hoe kun je de vlag zo verknippen dat je een rechthoek van 5 bij 6 hokjes krijgt?



Het vierkant hieronder is verknipt in 4 stukken en van die stukken is een rechthoek gelegd. Dus ... $64 = 65$.



$$8 \times 8 = 64$$



$$5 \times 13 = 65$$

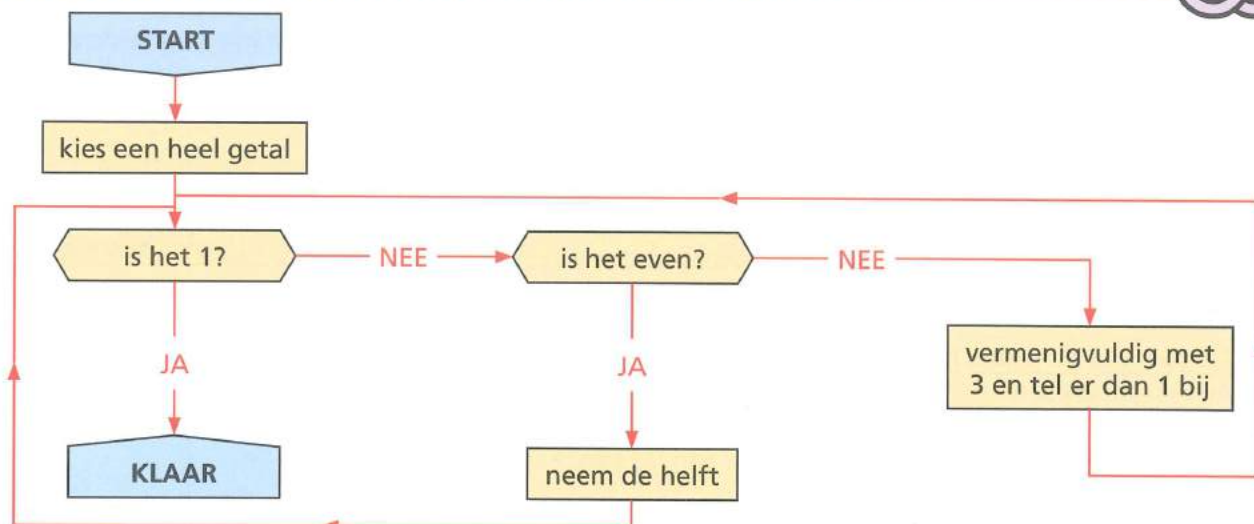


Probeer het maar eens uit. Hoe kan dat nou?

De schuine kniplijnen in het vierkant lijken precies langs elkaar te vallen in de figuur rechts, maar dat is niet zo: er blijft een kleine ruimte over die precies de oppervlakte van 1 hokje heeft. Dat verschil is bijna niet te zien.

Je kunt het begrijpen door de 'helling' van de lijnen te vergelijken: kijk naar de figuur links. Bij de korte schuine lijn links daalt de lijn 2 hokjes over een afstand van 5 hokjes. Als je de driehoek rechts van de lange schuine lijn los knipt en een kwartslag draait, dan daalt die lijn 3 hokjes over een afstand van 8 hokjes. Die lijnen zouden dezelfde helling moeten hebben, maar dat is niet zo, want $2 : 5$ is niet gelijk aan $3 : 8$.

Een nog onopgelost probleem



Het schema hierboven heet een stroomdiagram.

Kies bijvoorbeeld het getal 17. Omdat 17 niet 1 en ook niet even is, moet je de opdracht van het rechter blok uitvoeren: $3 \times 17 + 1 = 52$. Nu volg je de pijlen en kom je weer bij de eerste vraag.

52 is niet 1, maar wel even en volgens het diagram moet je nu de helft nemen: 26.

Enzovoort, enzovoort. Na 12 stappen ben je bij 1. Ga maar na:

$17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Maak nu zelf zulke 'kettingen' voor 6, 7, 21 en 96.

6 $\rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

7 $\rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

21 $\rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

96 $\rightarrow 48 \rightarrow 24 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

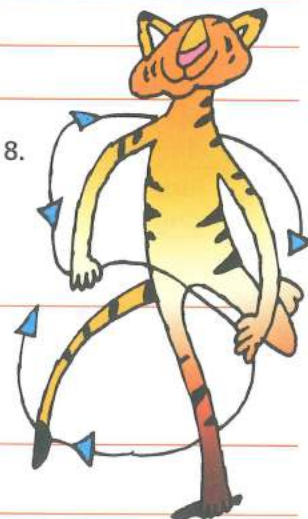
Elk getal heeft een zekere 'kettinglengte'. 6 heeft bijvoorbeeld een ketting met lengte 8. Er is nog een getal onder de 100 dat een ketting met lengte 8 heeft, namelijk 40. Controleer dat.

40 $\rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Kun je een getal, groter dan 100, verzinnen dat ook een ketting met lengte 8 heeft?

Kies het super-even getal dat door 8 verdubbelingen vanuit 1 ontstaat. Dat is 256.

256 $\rightarrow 128 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$



Van de getallen onder de 100 hebben 27, 31, 41, 47, 54, 55, 62, 63, 71, 73, 82, 83, 91, 94, 95 en 97 lange kettingen (ongeveer 100 stappen).

Bij alle andere getallen kleiner dan 100 is de kettinglengte niet meer dan 35.

Wiskundigen vermoeden dat bij elk getal een ketting hoort die eindigt. Maar ze weten niet zeker of dat zo is. Volgens sommigen kan het nog wel vijftig jaar duren, voordat dit echt bewezen is. Misschien ben jij wel degene die het later, als je heel veel wiskunde hebt geleerd, kan oplossen.

Waar of niet waar?



Deze stellingen horen bij rekentijger 8B. Je kunt alles terugvinden in dit boekje. Je mag terugbladeren om iets op te zoeken. Veel puzzelplezier! Als de stelling waar is, schrijf je een 1 in de laatste kolom. Is de stelling onwaar dan schrijf je een 0.

		waar (= 1) of niet waar (= 0)
1	De inhoud van een cilinder is gelijk aan de hoogte maal de oppervlakte van de bodem.	1
2	De som van de eerste honderd oneven getallen is een kwadraat.	1
3	4096 is supereven.	1
4	Als de zijden van rechthoek precies 2 keer zo lang zijn als de zijden van een tweede rechthoek, dan is de oppervlakte van de eerste rechthoek ook 2 keer de oppervlakte van de tweede rechthoek.	0
5	Het getal 1 is de som van drie verschillende stambreken.	1
6	Een veelvlak heeft evenveel ribben als het aantal hoekpunten en zijvlakken samen.	0
7	Het getal 930 is een rechthoeksgetal.	1
8	Een honderdzijdige piramide heeft honderd hoekpunten.	0
9	Als je alle verbindingslijnen tekent bij het Sim-spel met zes punten, dan krijg je 15 driehoeken.	0
10	Als een cirkel precies in een vierkant past, dan verhouden de oppervlakten van cirkel en vierkant zich als π staat tot 4.	1
11	De binaire code van een even getal eindigt op 0.	1
12	Als de straal van een cirkel 10 keer zo groot is als de straal van een tweede cirkel, dan is de oppervlakte van de eerste cirkel 100 keer zo groot als de oppervlakte van de tweede cirkel.	1
13	Het getal 1444 is de som van een rij opvolgende oneven getallen, te beginnen met 1.	1
14	Als je bij een getal van twee cijfers de cijfers verwisseld, zodat een nieuw getal ontstaat, en je telt het nieuwe getal op bij het oude, dan komt er een getal uit dat deelbaar is door 9.	0
15	Iedere breuk kun je op precies één manier als optelling zien van stambreken met ongelijke noemers.	0
16	De som van een oneven aantal oneven getallen is oneven.	1

Schrijf de zestien enen en nullen die je van boven naar beneden hebt ingevuld nu van links naar rechts. Je krijgt dan de binaire code van een getal. Dat getal heeft, 10-talig geschreven, vijf cijfers. Als je het goed hebt gedaan, is het getal dat je zo krijgt een kwadraat! Klopt dat?



De binaire code = 1110101001111001.
Het getal is gelijk aan de som van de getallen:
1, 8, 16, 32, 64, 512, 2048, 8192, 16384, 32768.
Opgeteld geeft dat: 60025 en dat is gelijk aan 245×245 .





Ben **jij** een echte

Rekentijger?



Rekentijger

**Dit boekje is bestemd voor Rekentijgers.
Maar een Rekentijger ben je niet zomaar.
Een echte Rekentijger ...**

- zet zijn tanden in deze pittige Rekentijgeropdrachten.
- gaat toch door, als hij niet meteen het antwoord weet.
- vraagt een tip aan een andere Rekentijger/de leerkracht, als het dan nog niet lukt.
- controleert zijn antwoorden, voordat hij in het antwoordenboekje kijkt.
- mag natuurlijk fouten maken.
- denkt na over zijn foute oplossingen – als die er zijn – en wil daar wat van leren.
- werkt samen en overlegt regelmatig met andere Rekentijgers.
- wil leren over rekenen-wiskunde.

ISBN 978-90-276-5678-0



Dus ... ben jij een echte Rekentijger? We dagen je uit!

Kijk ook eens op onze website: www.rekentijger.nl

Hoofdauteur
Martin Kindt

Auteurs
Miranda Heeck-den Boer, Eunice Triemstra,
Patricia Vandenbroucke

Uitgever
Jan van Wonderen

Projectleiding
Frank van der Veeke

Bureau redactie
Margreet van der Kleij, Christel Lieskamp

Vormgeving
Studio Zwijsen, Nicolette Obers

Productiebegeleiding
Tessa Sponselee

Lay-out en technische tekeningen
Woude design, 's-Hertogenbosch

Illustraties
Anjo Mutsaers, Sylvia Weve (logo)

Fotografie
Martin Swinkels
NBC 7344 Yale Babylonian Collection,
New Haven/USA (werkblad 10111)

6e druk
© Uitgeverij Zwijsen B.V., Tilburg
Voor België: Uitgeverij Zwijsen.be, Antwerpen
ISBN 978.90.276.5678.0
D/2008/1919/212

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden vervaelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische vervaelvoudingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot de Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/pro).

Aan het verwerven, waar nodig, van toestemming tot overname is door de uitgever de uiterste zorg besteed. Zou desondanks blijken dat een rechthebbende over het hoofd is gezien, dan verzoeken wij deze contact op te nemen met Uitgeverij Zwijsen.



Zwijsen Fundamenteen Reeks

groep **8**
boekje **B**