

Zelfstandig werken

Rekenen

Groep 7-8

Werkboek

Wiskunde

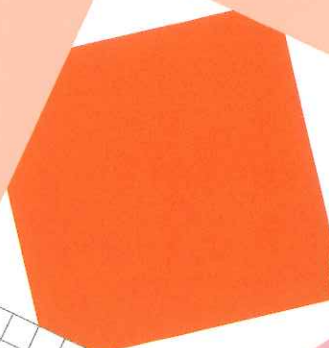
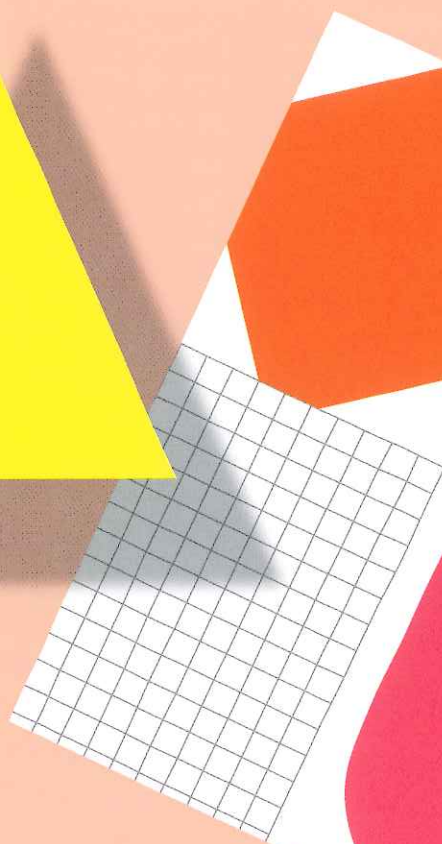
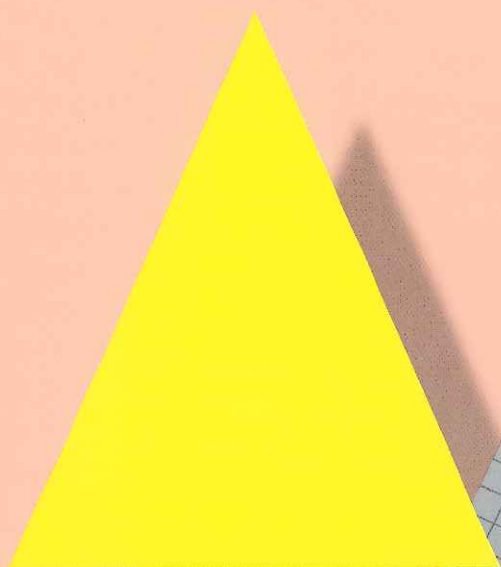
Deel 1

Topklassers



Naam: _____

Groep: _____



ThiemeMeulenhoff



TOPkl $\blacktriangle$ assers

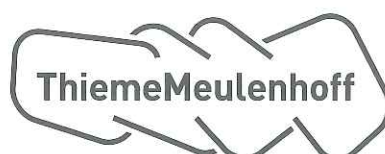
wiskunde

deel 1

Werkboek

Auteur

Pascal Goderie



Inhoud

Inleiding voor de leerling.....	3
Les 1 De grote onbekende	4
Les 2 Negatieve getallen deel 1	6
Les 3 Assenstelsels	8
Les 4 Vierhoeken.....	10
Toets 1	12
Les 5 Twee onbekenden	14
Les 6 Negatieve getallen deel 2	16
Les 7 Het assenstels(p)el.....	18
Les 8 Parallellogrammen.....	20
Toets 2.....	22
Les 9 Tapijthandel K.W.A. Draat.....	24
Les 10 Hoe zou jij de tapijten neerleggen?	26
Les 11 Kansen op redding.....	28
Les 12 Sportief rekenen	30
Toets 3.....	32
Les 13 Vierkante wortels	34
Les 14 Algebra.....	36
Les 15 Tijdelijke kansen	38
Les 16 Logisch denken.....	40
Toets 4.....	42
Eindtoets A.....	44
Eindtoets B	46

Inleiding voor de leerling

De kans is groot dat jij *goed* in rekenen bent.

De kans is groot dat jij *beter* met pittige vraagstukken bezig kunt zijn.

De kans is groot dat jij *best* graag hard werkt om het goede antwoord te vinden.

Daarom ligt hier voor je het eerste deel van *Topklassers Wiskunde*.

Dit boekje staat vol met wiskundige vraagstukken.

Eigenlijk hoort deze wiskunde pas op de middelbare school thuis.

Maar kinderen die al op de basisschool een extra uitdaging aankunnen, kinderen die goed kunnen doorzetten, die vinden hier tal van interessante problemen.

Is het niet leuk om al een voorschot te nemen op negatieve getallen, kwadraten en vierkantswortels?

De eerste stappen algebra en kansberekening?

Ga er eens lekker voor zitten en laat je verrassen.

Misschien verras jij ons met slimme wiskundige bewijzen?

Als je een les afhebt, vraag dan aan de leerkracht het antwoordenboek.

Veel plezier en succes.

Laat zien dat jij een echte *wiskunde topklasser* bent!

Pascal Goderie

Les 1 De grote onbekende

Wie is de geheimzinnige Mr. X?

Deze vraag kom je misschien wel eens tegen in een spannend verhaal. Er zijn dan meerdere verdachten. Omdat je nog niet weet wie de schuldige is, noem je hem (of haar) alvast maar X.

In het volgende voorbeeld is er ook een onbekende Mr. X.



1 Wie is Mr. X?

Er is een kostbaar beeldje gestolen. Op het politiebureau worden vijf verdachten vastgehouden. Uit onderzoek is gebleken dat een van deze vijf de dader is. In dat onderzoek speelden het huisnummer en de postcode van de verdachten een grote rol.

De rechercheur heeft twee belangrijke aanwijzingen gevonden.

Hieruit kun je afleiden wie van de vijf verdachten de schuldige Mr. X is.

Dit zijn de gegevens:	naam	postcode	huisnummer
	J. de Schilder	7231 XY	18
	B. van Platen	6231 XY	47
	H. Ivoor	5231 XY	54
	K. van der Steen	4231 XY	64
	R. Kleiweg	3231 XY	93

Aanwijzing 1: Met de oneven cijfers uit de postcode van Mr. X kun je precies zes verschillende getallen tussen 100 en 1000 maken.

Aanwijzing 2: Als je het huisnummer van Mr. X optelt bij het huisnummer van een van de andere verdachten, dan krijg je het getal 111.

Weet jij wie het beeldje gestolen heeft, ofwel wie Mr. X is?

..... is de schuldige.

Bij dit voorbeeld moest de rechercheur goed rekenen om de onbekende schuldige te vinden. In wiskundevraagstukken is er vaker een onbekende. (Maar dat hoeft geen schuldige te zijn!)

2 Hieronder staan tien zinnnetjes in wiskundetaal. Letters geven een onbekend getal aan. Onder de zinnnetjes staan alle 'verdachte' getallen, daar zitten de 'schuldige' getallen bij, maar ook 'onschuldige' getallen.

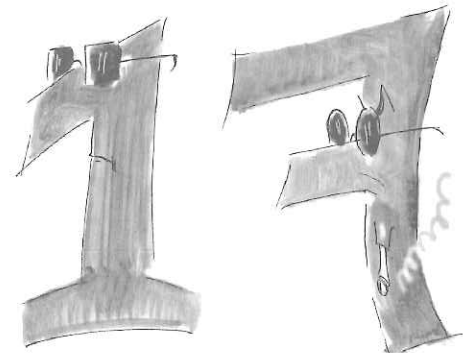
Aan jou de vraag om de 'misdaden' op te lossen, ofwel de juiste getallen bij de letters te zoeken. Welke verdachte getallen maken de zinnnetjes kloppend?

$a + 24 = 80$	$a = \dots$	$148 + b = 213$	$b = \dots$
$30 - c = 29$	$c = \dots$	$d - 11 = 66$	$d = \dots$
$2 \times e = 60$	$e = \dots$	$f \times 5 = 60$	$f = \dots$
$297 : g = 9$	$g = \dots$	$h : 4 = 14$	$h = \dots$
$144 + 3 \times i = 300$	$i = \dots$	$160 - (12 + j) = 78$	$j = \dots$

Let op de juiste volgorde:

* vermenigvuldigen gaat voor optellen

** eerst wat tussen haakjes staat, dan pas aftrekken



Verdachte getallen:

1 - 3,5 - 7 - 12 - 15 - 18 - 30 - 33 - 52 - 53 - 55 - 56 - 65 - 66 - 70 - 75 - 77 - 120 - 153 - 351

Welk getal heb je twee keer ingevuld? Dat is het getal

- 3 Sommige vraagstukjes staan nog niet in wiskundetaal, bijvoorbeeld:

Over negen jaar is Bart 21 jaar oud. Hoe oud is Bart nu?

Jij rekent vast snel uit dat Bart nu $21 - 9 = 12$ jaar oud is.

In wiskundetaal is de leeftijd van Bart de onbekende, die geven we de letter x .

Voor x geldt nu: $x + 9 = 21$, dus $x = 21 - 9 = 12$.

Kun jij het volgende vraagstukje in wiskundetaal opschrijven?

De moeder van Bart was vijf jaar geleden 36 jaar.

Wat geldt er voor de leeftijd y van moeder?

De moeder van Bart is jaar.

- 4 Los ook het volgende vraagstukje op in wiskundetaal.

Vader is 48 jaar oud. Hij is drie keer zo oud als zijn zoon Ali. Hoe oud is Ali?

De leeftijd van Ali noem je a .

Nu geldt:

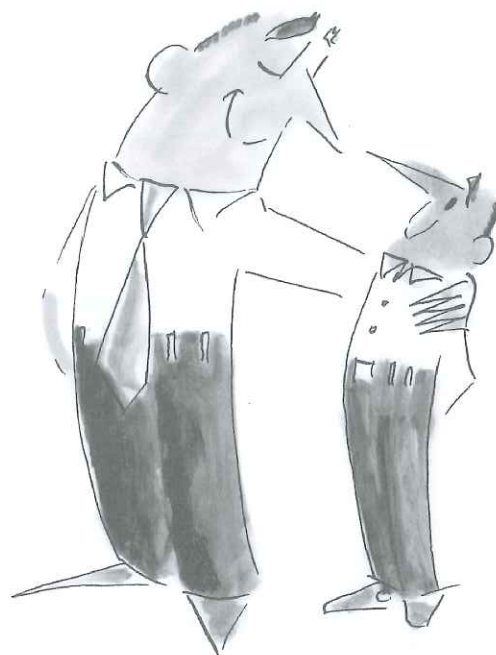
Dus Ali is jaar.

- 5 Hoe los je het volgende probleem op?

Vader is 47 jaar. Over vijf jaar is hij twee keer zo oud als zijn dochter Cecile dan is.

Hoe oud is Cecile nu?

Noem de onbekende leeftijd van Cecile c . Kun je dit vraagstuk wiskundig oplossen?



Lees pas verder als je je antwoord wilt controleren, of als je er zelf niet uitkomt!

in gewone woorden

vader is over vijf jaar 52 jaar

Cecile is dan ook vijf jaar ouder

vader is dan twee keer zo oud als Cecile

Cecile is dan de helft van 52, dus 26

Cecile is nu 26 min 5 is 21 jaar oud

in wiskundetaal

$$47 + 5 = 52$$

$$c + 5$$

$$52 = 2 \times (c + 5)$$

$$c + 5 = 52 : 2 = 26$$

$$c = 26 - 5 = 21$$

Lukt het jou ook om de volgende twee problemen (wiskundig) op te lossen?

- 6 Drie zussen zijn bij elkaar 99 jaar. De oudste zus is twee keer zo oud als de jongste zus. De leeftijd van de middelste zus ligt precies tussen de twee andere leeftijden in. Hoe oud zijn de drie zussen?

- 7 25 jaar geleden waren opa en vader samen 49 jaar. Nu is vader precies half zo oud als opa. Hoe oud zijn vader en opa nu?

Les 2 Negatieve getallen deel 1

Het plaatsje Flatstad is bekend om haar bijzondere flatgebouwen.

Deze gebouwen zijn namelijk voor een deel ondergronds.

Of er nu onder de grond mensen wonen die zelf het daglicht niet kunnen verdragen, of dat ze daar dingen doen die het daglicht niet kunnen verdragen, is niet bekend.

Maar het geeft wel een prima aanleiding om negatieve getallen te behandelen.

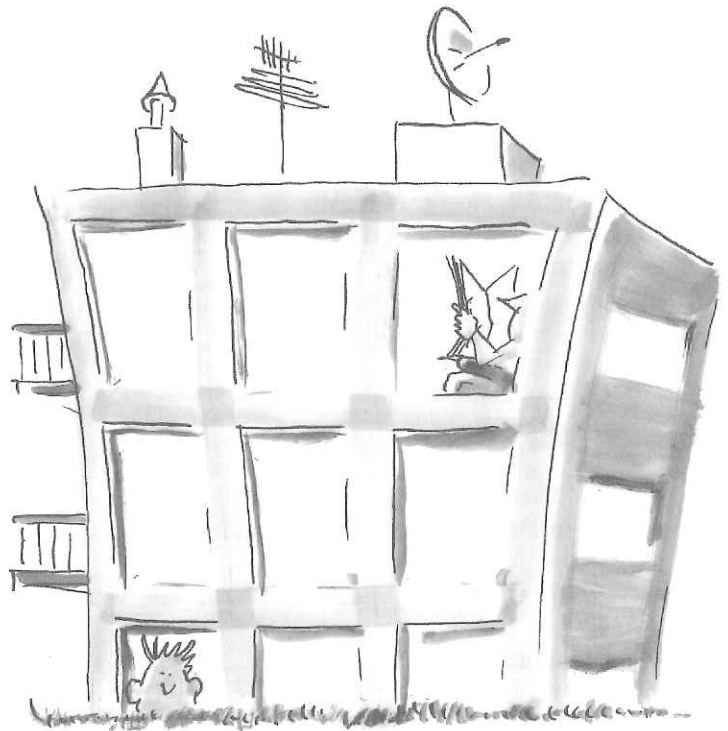
Voor de liftbediendes moeten natuurlijk goed kunnen rekenen met getallen onder 0.

Als iemand naar verdieping 3 moet, dan is het van belang om te weten of dat boven (+3) of onder de grond (−3) is.

De getallen onder 0 (zoals −3) worden **negatieve getallen** genoemd, er staat een − voor.

Getallen boven 0 (zoals +3, meestal zeggen we 3) worden **positieve getallen** genoemd.

verdieping 8	Fam. Van Agt
verdieping 7	Mw. Zeuven
verdieping 6	
verdieping 5	
verdieping 4	
verdieping 3	
verdieping 2	
verdieping 1	
verdieping 0	Dhr. en Mw. Vlak
verdieping −1	
verdieping −2	
verdieping −3	
verdieping −4	Fam. Van Onderen
verdieping −5	
verdieping −6	



- 1 Hierboven zie je het namenbord van één van de flats.
Vul de onderstaande namen in op de goede plaats.

- Mevrouw Van Dalen woont op de vijfde verdieping onder de begane grond.
- De heer Van Boven woont op etage zes met uitzicht op een bos.
- De heer Duister woont drie verdiepingen hoger dan mevrouw Van Dalen.
- Mevrouw Zondag woont op een verdieping precies tussen de heren Van Boven en Duister in.

Om te vinden op welke verdieping meneer Duister woont, moest je een rekensom maken.
Drie verdiepingen hoger dan mevrouw Van Dalen:

$$-5 + 3 = -2$$

De liftbediendes moeten dit soort opdrachten perfect kunnen uitvoeren.

+3 betekent voor de lift een **stijging** van 3 verdiepingen,

−3 betekent een **daling** van 3 verdiepingen.

- 2 Op de volgende pagina bovenaan zie je nog eens het namenbord, maar nu met de eerder genoemde namen ingevuld. De rest van de namen kun je vinden door goed te kijken naar de volgende opdrachten voor de liftbediendes. De mensen die in de lift stappen, komen van hun woning af en de mensen die uitstappen, gaan naar hun woning. Behalve als er een andere aanwijzing staat. De lift begint op verdieping 0 (begane grond).
Vul de namen in op het bord en maak de sommen die erbij horen.

verdieping 8	Fam. Van Agt
verdieping 7	Mw. Zeuven
verdieping 6	Dhr. Van Boven
verdieping 5	
verdieping 4	
verdieping 3	
verdieping 2	Mw. Zondag
verdieping 1	
verdieping 0	Dhr. en Mw. Vlak
verdieping -1	
verdieping -2	Dhr. Duister
verdieping -3	
verdieping -4	Fam. Van Onderen
verdieping -5	Mw. Van Dalen
verdieping -6	



De liftbediende krijgt opdracht **-1**.
 Daar aangekomen stapt familie Schemer uit.
 Van daaruit krijgt de liftbediende opdracht **+4**.
 Hier stapt familie Vogels in de lift.
 Vervolgens gaat de lift naar verdieping **-3**.
a is hier de onbekende, welk getal moet je voor **a** invullen?
 De lift gaat dus verdiepingen omlaag.

$$0 - 1 = \dots\dots\dots$$

$$-1 + 4 = \dots\dots\dots$$

$$3 - a = -3$$

$$a = \dots\dots\dots$$

Op verdieping -3 stapt mevrouw Kruin uit.
 Zij gaat op bezoek bij de heer Tussenin.
 Zelf woont zij acht verdiepingen hoger dan haar gastheer.
 Op welke verdieping woont mevrouw Kruin?
 Mevrouw Kruin woont op verdieping

$$-3 + 8 = \dots\dots\dots$$

De lift gaat vanuit verdieping -3 naar de onderste verdieping.
 Daar stapt familie Dieper in.
 Zij zijn op weg naar familie Kwartet voor hun wekelijkse
 kaartavond.
 De liftbediende krijgt opdracht **+10**.
 Familie Kwartet woont dus op verdieping

$$-3 - 3 = \dots\dots\dots$$

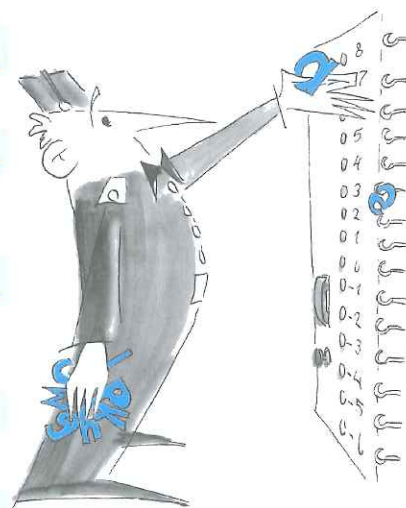
$$-6 + 10 = \dots\dots\dots$$

Nadat familie Dieper is uitgestapt, gaat de lift naar de eerste
 verdieping.
 Daar geeft de ingestapte mevrouw Slot de liftbediende een
 opdracht.
 Zij wil naar verdieping **-6** gaan. Welke opdracht geeft zij?
 Welk getal moet je voor **b** invullen?

$$4 - 3 = 1$$

$$1 - b = -6$$

$$b = \dots\dots\dots$$



3 Tot slot nog een puzzel voor de pientere liftbediende.
 Alle getallen vanaf - tot en met 8 moeten precies één keer
 ingevuld worden. Vul deze vijftien getallen op de juiste plaats in.

$$\begin{array}{l} 4 - a = -4 \quad a = \dots\dots\dots \\ 3 - b = -2 \quad b = \dots\dots\dots \\ c - 3 = -1 \quad c = \dots\dots\dots \\ d + 5 = -1 \quad d = \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{l} e + 5 = 2 \quad e = \dots\dots\dots \\ -4 + f = -5 \quad f = \dots\dots\dots \\ g + h = 0 \quad g = \dots\dots\dots \text{ en } h = \dots\dots\dots \\ -1 + i = j \quad i = \dots\dots\dots \text{ en } j = \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6 - k = 0 \quad k = \dots\dots\dots \\ m + 3 = n \quad m = \dots\dots\dots \text{ en } n = \dots\dots\dots \\ p - q = -4 \quad p = \dots\dots\dots \text{ en } q = \dots\dots\dots \end{array}$$

Les 3 Assenstelsels

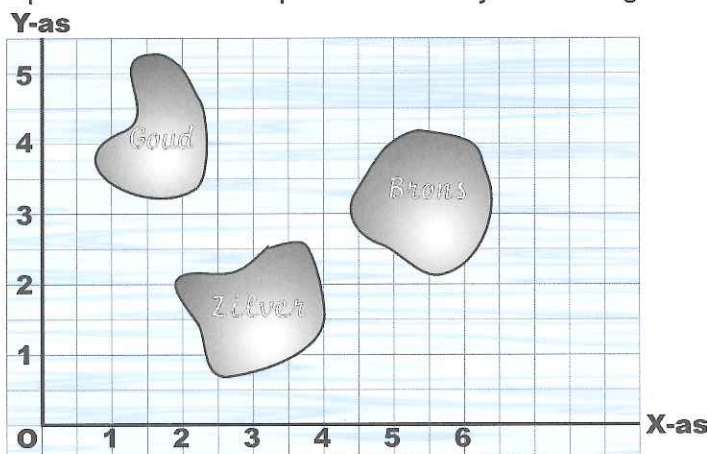
Je kent vast wel puzzels waarbij je met behulp van **coördinaten** iets moet vinden op een kaart.
Er zijn kaarten die werken met letters en cijfers, zoals een atlas of een schaakbord.
Er zijn ook kaarten die enkel met cijfers werken.
Het is dan natuurlijk wel belangrijk om te weten wat de getallen betekenen.

De volgende afspraken maken duidelijk of een coördinaat bij een horizontale as hoort (de x-as) of bij een verticale as (de y-as).

De eerste coördinaat in een getallenpaar geeft de horizontale ligging aan, dat is de **x-coördinaat**.

De tweede coördinaat in een getallenpaar geeft de verticale ligging aan, dat is de **y-coördinaat**.

- 1 Op welk eiland heeft piraat Nelson zijn schat begraven?



figuur 1



Piraat Nelson heeft op een van de drie eilanden van figuur 1 een schat begraven. Hij heeft slechts één aanwijzing achtergelaten: op de plek waar de schat ligt, is de x-coördinaat precies even groot als de y-coördinaat.

De schat is begraven op eiland

- 2 Waar liggen de volgende getallenparen?

(2,4) (3,2) (1,4) (5,3) (3,1) (2,3) (6,4) (2,2) $(1,3\frac{1}{2})$ $(3,1\frac{1}{2})$

Op eiland Goud liggen:

Op eiland Zilver liggen:

Op eiland Brons liggen:

In het water ligt:

Bij elk getallenpaar hoort een punt in de figuur.

Een punt kan ook op een van de assen liggen.

Bovendien zie je in deze opgave dat niet alleen de gehele getallen gebruikt worden.

- 3 Bij welk eiland ligt het punt (0,4) het dichtst?

Op welk eiland ligt $(5\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4})$?

De figuur die getekend is met een x-as en een y-as noemen we een **assenstelsel**.

Linksonder is het getallenpaar (0,0). Dat punt heet de oorsprong O.

Punten in de figuur zijn vanuit de oorsprong snel te vinden.

Het punt (2,5) bereik je door twee stappen naar rechts te gaan en vervolgens vijf stappen omhoog.

De oorsprong kan in het centrum van een groter assenstelsel liggen.

In zo'n groter assenstelsel liggen ook getallenparen met negatieve getallen.

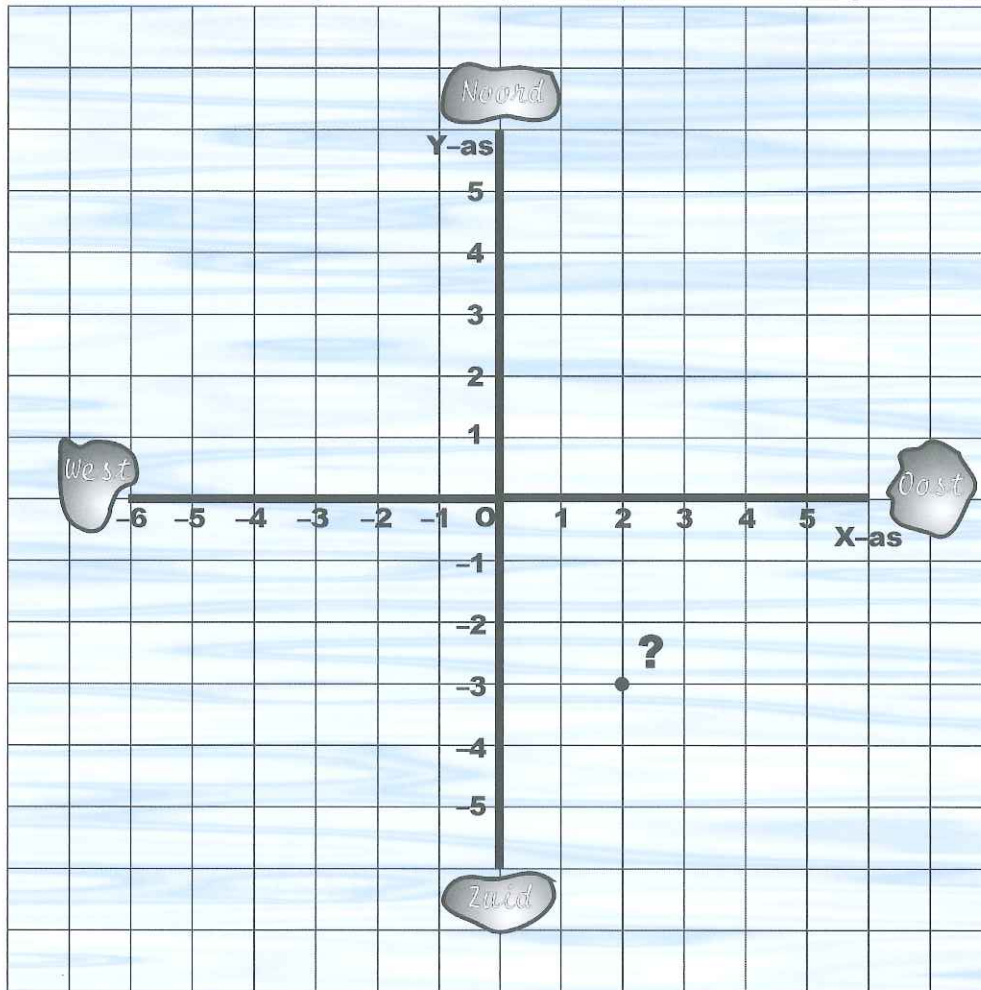
Een slimme piraat werkt graag met negatieve getallen.

In de volgende opdrachten kun je daarmee oefenen.

4 Welk getallenpaar hoort bij het vraagteken in figuur 2?

Is dat punt $(-3,2)$, $(3,-2)$, $(-2,3)$ of $(2,-3)$?

Piraat Nelson heeft nog een schat begraven op een van de vier getekende eilanden.



figuur 2

5 Op welk eiland heeft piraat Nelson deze schat begraven?
Als je de volgende opdracht goed uitvoert, vind je de aanwijzing die je nodig hebt.

Teken alle punten in het assenstelsel en zet bij ieder punt de letter.

T = (1,1)

O = (0,0)

P = (1,-1)

! = (-3,-1)

D = (-2,-2)

I = (-2,-4)

E = (-6,0)

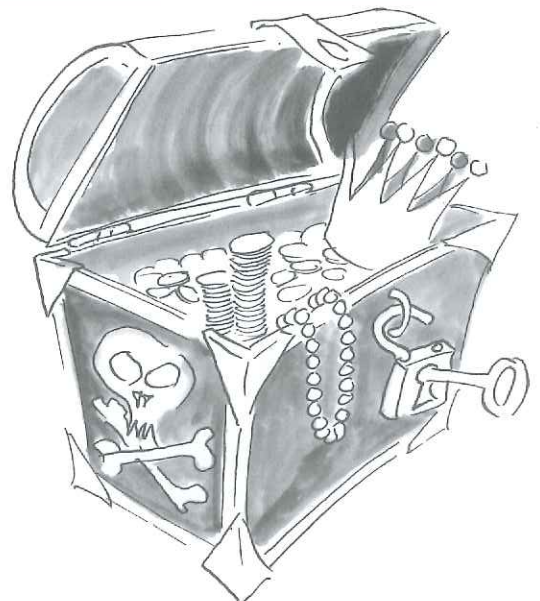
K = (-2,4)

A = (-2,2)

N = (-3,1)

Trek vervolgens lijnen: van A naar N, van N naar T, van T naar O, van O naar P, van P naar !, van ! naar D, van D naar I, van I naar E, van E naar K en ten slotte een lijn van K naar A. Zowel de figuur die ontstaat als de letters in de goede volgorde geven je de aanwijzing op welk eiland de schat ligt. (Wel met de goede letter beginnen!)

De schat ligt op eiland:



Les 4 Vierhoeken

In de vorige les heb je kennism gemaakt met assenstelsels.

In een assenstelsel kun je wiskundige figuren tekenen door punten met elkaar te verbinden.

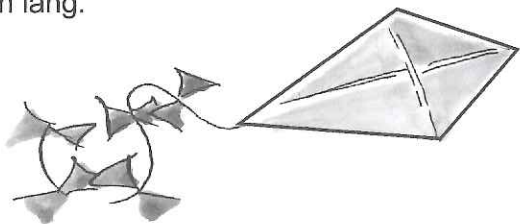
In deze les ga je op zoek naar vijf vierhoeken. Een vierhoek is een vlakke figuur die ingesloten wordt door vier rechte lijnen. Bij de vierhoek in figuur 1 zijn dat de lijnstukken tussen A, B, C en D. Vierhoek ABCD is onregelmatig.

1 Welke getallenparen zijn verbonden in de vierhoek van figuur 1?

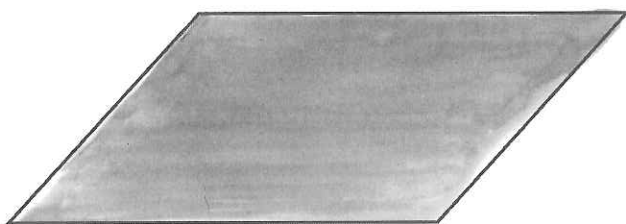
A = (—, —) B = (—, —) C = (—, —) D = (—, —)

Hieronder staan vijf voorbeelden van regelmatige vierhoeken met eigenschappen waaraan je ze kunt herkennen.

- Bij een vlieger zijn twee aan twee de aangrenzende zijden even lang.



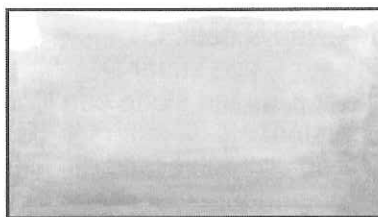
- Bij een parallellogram hebben steeds de twee tegenoverliggende zijden dezelfde richting (die zijden zijn parallel). Bovendien zijn de tegenoverliggende zijden even lang.



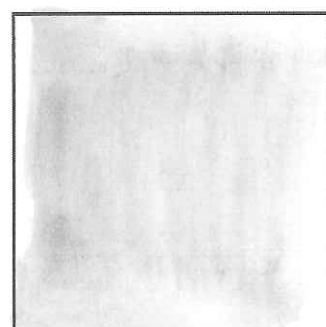
- Bij een ruit zijn alle zijden even lang.



- Bij een rechthoek zijn alle vier de hoeken recht (90 graden).



- Bij een vierkant zijn alle hoeken recht en alle zijden even lang.

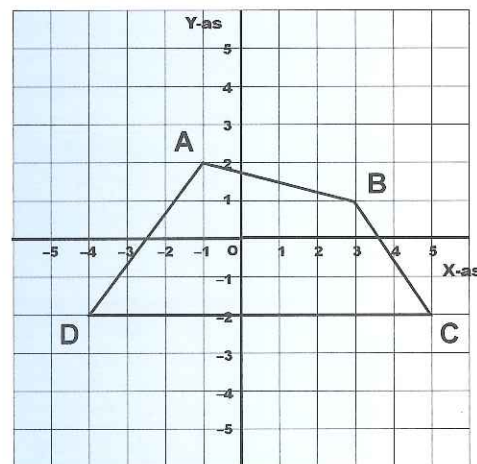


Let op!

Een vierhoek kan bij meerdere groepen horen.

Elk vierkant is bijvoorbeeld een rechthoek.

Maar niet iedere rechthoek is een vierkant!



figuur 1

2

Ontdek de vijf vierhoeken in het assenstelsel.

In het assenstelsel op deze bladzijde zitten vijf verschillende vierhoeken verstopt.

Bij elke vierhoek zijn de letters van de naam van de vierhoek verdeeld over de vier hoekpunten van die vierhoek. Van drie van de vier hoekpunten zijn de coördinaten gegeven.

De volgende coördinaten zijn gegeven met de bijbehorende letters:

$(-7,6)$ htho

$(-5,-9)$ ieg

$(-1,3)$ k

$(3,1)$ lello

$(7,1)$ paral

$(4,-9)$ r

$(-5,-1)$ r

$(9,6)$ ram

$(-7,3)$ rec

$(-2,2)$ rka

$(6,-5)$ t

$(2,-2)$ t

$(2,-5)$ u

$(-2,-2)$ vie

$(-2,-3)$ vl

Wat moet je doen?

Teken de gegeven hoekpunten (met een stip) in het assenstelsel.

Zoek het vierde hoekpunt van elke vierhoek en teken de vierhoek in het assenstelsel.

Maak daarbij gebruik van de eigenschappen die eerder genoemd zijn.

Schrijf hieronder de coördinaten van elk vierde hoekpunt.

rechthoek

parallellogram

ruit

vlieger

vierkant

(--,--)

(--,--)

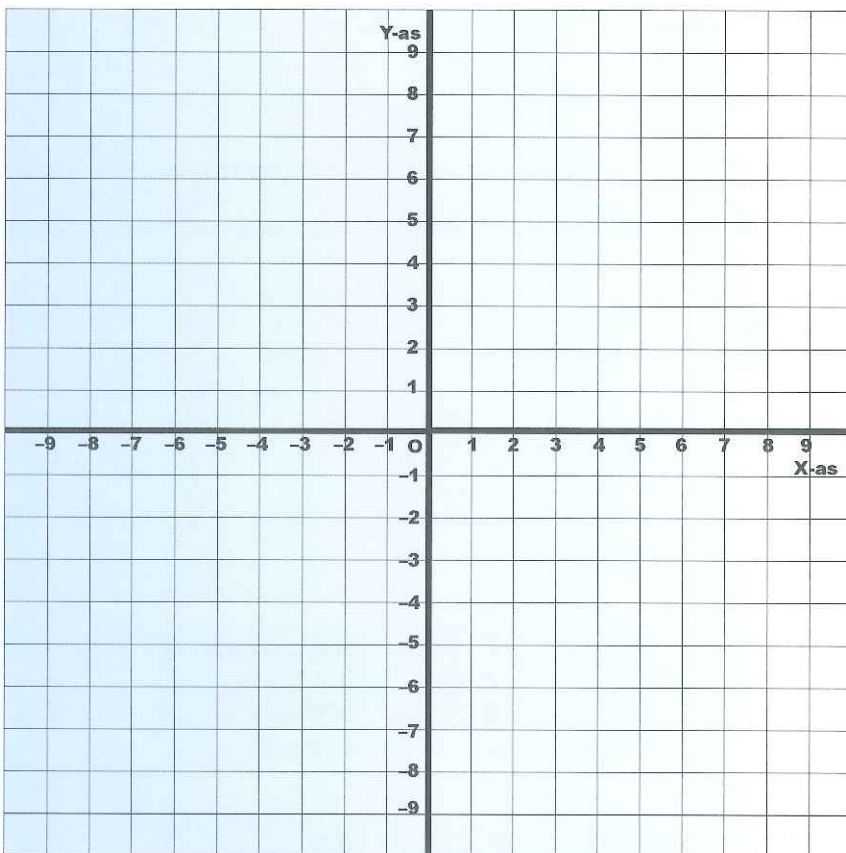
(--,--)

(--,--)

(--,--)

Als je dit doet, zul je merken dat je bij elk vierde hoekpunt een letter kunt schrijven om de naam van die vierhoek compleet te maken.

Zet die letter bij het hoekpunt en vul die letter in op een van de open plaatsen in de letterbalk onder aan de bladzijde.



Vul de ontbrekende letters op de goede plaats in en vind zo een ander woord voor parallel.

	v			w	i	j	d		
--	---	--	--	---	---	---	---	--	--

Toets 1

- 1 Een grote winkel houdt een prijsvraag.
Bij de kassa staat een pot met dropjes.
Voor € 0,25 mogen klanten raden hoeveel dropjes er in de pot zitten.
De klant met de beste schatting krijgt de dropjes.
De eerste vijf klanten die meedoen aan de prijsvraag zijn:

Mevrouw Korting	200 dropjes
Meneer Koopjes	100 dropjes
Meneer Winkels	136 dropjes
Mevrouw Wisselgeld	119 dropjes
Mevrouw Kassa	w dropjes



- 1a Mevrouw Kassa is k jaar oud.
Haar leeftijd heb je bij opdracht 1b nodig.
Voor die leeftijd k geldt: $2 \times k + 18 = 100$.
Hoe oud is mevrouw Kassa?

Mevrouw Kassa is jaar.

- 1b Mevrouw Kassa zegt: "Als ik van mijn schatting w mijn leeftijd aftrek, dan krijg je de schatting van mevrouw Wisselgeld."

Schrijf deze som op in wiskundetaal:

Hoe groot is w ? $w =$

Winkelbediende Dirk heeft alle dropjes geteld en in de pot gedaan.
Hij houdt wel van een raadseltje. Daarom verkapt hij: "Ik noem het goede aantal dropjes d . Als ik bij d er 19 bij doe, dan heb ik de helft van wat mevrouw Korting en meneer Winkels samen geraden hebben."

- 1c Bereken d in wiskundetaal.

$d =$

- 1d Wie van de vijf genoemde klanten heeft de beste schatting gemaakt?

- 2 Liftbediende Jolien doet vandaag haar theorie-examen.
Geef de antwoorden op de volgende vragen uit het examen.

- 2a Naar welke verdieping gaat de lift?

$$\begin{aligned} 14 - 16 &= \\ 16 - 24 &= \\ -25 + 12 &= \\ -20 + 10 &= \\ -29 + 34 &= \end{aligned}$$

- 2b Welke liftopdracht wordt er gegeven?

$$\begin{aligned} -12 + a &= -7 & a &= \\ -12 + b &= 7 & b &= \\ -7 - c &= -10 & c &= \\ 21 + d &= 12 & d &= \end{aligned}$$

- 2c Vanaf welke verdieping vertrekt de lift?

$$\begin{aligned} e - 14 &= -7 & e &= \\ f + 28 &= 19 & f &= \\ g + 12 &= -3 & g &= \\ h + 31 &= 1 & h &= \end{aligned}$$

- 3 In deze opgave moet je in het assenstelsel vier vierhoeken tekenen.
In de volgende opdrachten vind je de aanwijzingen die je nodig hebt.

3a Schrijf de coördinaten op van B, E, H en K.

B = (--, --)

E = (--, --)

H = (--, --)

K = (--, --)

3b De oorsprong O en B zijn tegenoverstaande hoekpunten van een vierkant.
Teken vierkant OABC en schrijf de coördinaten op van A en C.
De letters van elke vierhoek zijn steeds rechtsom geplaatst, dus A ligt op de y-as.

A = (--, --)

C = (--, --)

3c De oorsprong O en E zijn hoekpunten van ruit ODEF.
De coördinaten van hoekpunt D zijn (3, -1).
Teken ruit ODEF en schrijf de coördinaten op van F.

F = (--, --)

3d De oorsprong O en H zijn hoekpunten van vlieger OGH I.
Hoekpunt I ligt midden tussen H en het punt (-4, 0).
Teken vlieger OGH I en schrijf de coördinaten op van G en I.

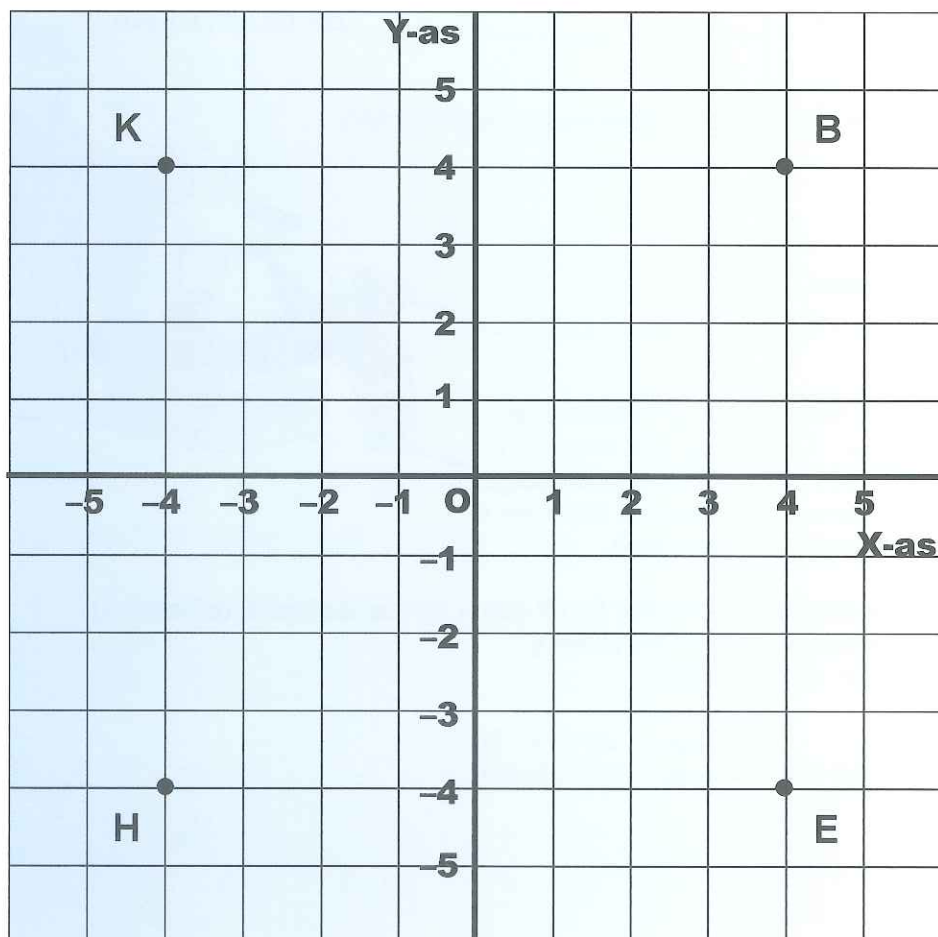
G = (--, --)

I = (--, --)

3e De oorsprong O en K zijn hoekpunten van parallellogram OJKL.
Zijde KL loopt horizontaal en heeft lengte 3.
Teken parallellogram OJKL en schrijf de coördinaten op van J en L.

J = (--, --)

L = (--, --)



Les 5 Twee onbekenden

In Les 1 was er steeds sprake van één onbekende, de geheimzinnige Mr. X. Het komt ook voor dat je te maken krijgt met twee onbekenden. Kijk maar eens naar het volgende voorbeeld.

1 Wie zijn Mr. X en Mr. Y?

Deze keer is er een kostbaar schilderij gestolen. Uit getuigenverklaringen maakt de politie op, dat deze diefstal het werk is van twee mannen. Op het politiebureau worden nog de vijf verdachten uit Les 1 vastgehouden. Uit onderzoek is gebleken dat twee van deze vijf mannen de daders zijn. In het onderzoek speelden weer het huisnummer en de postcode van de verdachten een grote rol. De rechercheur heeft weer twee belangrijke aanwijzingen gevonden. Hieruit kun je afleiden wie van de vijf verdachten dit keer de schuldigen zijn.



Dit zijn de gegevens:	naam	postcode	huisnummer
	J. de Schilder	7231 XY	18
	B. van Platen	6231 XY	47
	H. Ivoor	5231 XY	54
	K. van der Steen	4231 XY	64
	R. Kleiweg	3231 XY	93

Aanwijzing 1: Het verschil tussen de getallen uit de postcodes van de twee daders is niet groter dan 3000.

Aanwijzing 2: Als je het huisnummer van de ene dader optelt bij het huisnummer van de andere dader, krijg je het getal 111.

Weet jij welke twee mannen het schilderij gestolen hebben, ofwel wie Mr. X en Mr. Y zijn?

..... en zijn de schuldigen.

Ook in wiskundevraagstukken kun je meerdere onbekenden tegenkomen. Zo ook in het volgende probleem.

2 Opa is 26 jaar ouder dan vader. Opa en vader zijn nu samen 100 jaar. Hoe oud zijn opa en vader nu?

Kun jij dit probleem oplossen?

Het is mogelijk dat je door handig combineren en uitproberen het goede antwoord weet te vinden. Dat zou al heel knap zijn. Maar werkt zo'n manier altijd? Er zijn verschillende wiskundige manieren om het probleem op te lossen. In deze les laten we er één van zien. Die manier kun je heel vaak gebruiken.



Net als in Les 1 geven we de onbekenden een letter (in dit geval zijn de leeftijden onbekend). We noemen de leeftijd van opa x en de leeftijd van vader y . Nu schrijven we de aanwijzingen in wiskundetaal.

1. Opa is 26 jaar ouder dan vader $\longrightarrow x = y + 26$
2. Opa en vader zijn nu samen 100 jaar $\longrightarrow x + y = 100$

Nu is natuurlijk de vraag: hoe vind je x en y ?

In regel 1 staat dat x hetzelfde is als $y + 26$

$$\longrightarrow x = y + 26$$

In regel 2 vervangen we die x door $y + 26$

$$\longrightarrow x + y = 100 \text{ wordt } y + 26 + y = 100$$

Dat kun je ook zo schrijven

$$\longrightarrow y + y + 26 = 100$$

Aan beide kanten 26 eraf halen, geeft

$$\longrightarrow y + y = 100 - 26$$

Als $y + y = 74$, dan is y de helft van 74

$$\longrightarrow y = 74 : 2 = 37$$

Hoe vind je nu x ?

$$\longrightarrow x = y + 26 = 37 + 26 = 63$$

Opa is 63 jaar en vader is 37 jaar.

Hoe los jij nu het volgende probleem op?

- 3 25 jaar geleden waren opa en vader samen 49 jaar.
Nu is vader precies half zo oud als opa.
Hoe oud zijn vader en opa nu?

Dit is weer een probleem met twee onbekenden.
Lees pas verder als je het hebt opgelost of als je er niet zelf uitkomt.

In Les 1 werd deze opgave als pittige afsluiter gepresenteerd. Een mogelijke oplossing is de volgende.

We noemen de leeftijd van vader p en die van opa q .

Er geldt $p + q = 99$

(nu zijn opa en vader samen $49 + 2 \times 25 = 99$)

Ook geldt $q = 2 \times p$

(opa is twee keer zo oud als vader)

Dan geldt $p + 2 \times p = 99$

(je mag q in de eerste regel vervangen door $2 \times p$ uit de tweede)

Ofwel $3 \times p = 99$

($1 \times p + 2 \times p = 3 \times p$)

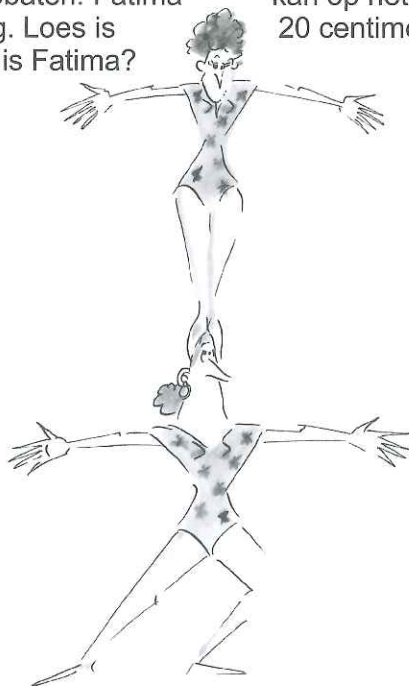
Dus $p = 99 : 3 = 33$

Vader (p) is 33 jaar en opa (q) is $2 \times 33 = 66$ jaar.

Als je dit snapt, dan ben je al goed op weg in wiskundig redeneren.

Kun jij de volgende problemen ook wiskundig oplossen?

- 4 Loes en Fatima zijn twee acrobaten. Fatima kan op het hoofd van Loes balanceren.
Samen zijn zij 2,80 meter lang. Loes is 20 centimeter langer dan Fatima.
Hoe lang is Loes en hoe lang is Fatima?



- 5 Twee boeren mogen samen 1.800 euro verdelen. Boer Vee heeft vier keer zoveel koeien als boer Melk. Daarom krijgt boer Vee ook vier keer zoveel geld als boer Melk.
Hoeveel geld krijgt ieder?

Les 6 Negatieve getallen deel 2



In de flat uit Les 2 zijn op één dag twee computers gestolen. Mevrouw Van Dalen en meneer Van Agt hebben beiden op 30 april aangifte gedaan bij de politie. De politie onderzoekt mogelijke sporen en heeft daarbij de hulp van enkele slimme liftbediendes. Deze bediendes hebben een systeem ontworpen waarbij alle opdrachten voor de liftbediendes terug te lezen zijn.

Het systeem werkt met codes. Een code is een opdrachtenreeks die begint op de begane grond (verdieping 0) en eindigt op de begane grond. Kijk naar de twee voorbeelden in de tabellen. Bij elke tabel hoort een code.

code [-4/-2/+5/+1] op 30-04 / 13:26 uur			
van verdieping	opdracht	naar verdieping	som
0	-4	-4	$0 - 4 = -4$
-4	-2	-6	$-4 - 2 = -6$
-6	+5	-1	$-6 + 5 = -1$
-1	+1	0	$-1 + 1 = 0$

code [+7/-2/-8/+2/+1] op 30-04 / 13:31 uur			
van verdieping	opdracht	naar verdieping	som
0			
		0	

- 1 Je kunt zien dat de code van 13:26 uur klopt. De berekeningen zijn in orde en de code begint met en eindigt op 0. De code van 13:31 uur klopt ook. Kun jij die tabel verder invullen?

Als een code niet op 0 uitkomt, dan is dat verdacht. De politie neemt aan dat er in zo'n geval één opdracht uitgewist is.

- 2 Kijk naar de volgende code.
Klopt deze code? Eindigt de code op 0?

[+6/-10/-2/+3/+5/-1/+4/+3/-1]

$$0 + 6 - 10 - 2 + 3 + 5 - 1 + 4 + 3 - 1 = 7$$

De code klopt niet, want hij eindigt niet op 0.

De code komt wel op 0 uit, als de opdracht -7 erin wordt gezet. Volgens de politie is het belangrijk uit te zoeken tussen welke twee opdrachten de opdracht -7 heeft gestaan.

De code waar het om gaat, is namelijk van 30 april 13:59 uur.

Op die dag om 15:00 uur ontdekte mevrouw Van Dalen dat haar computer gestolen was.

De rechercheur vermoedt dat de dader de liftopdracht van zijn of haar eigen huis naar de woning van mevrouw Van Dalen heeft uitgewist.

- 3 Als je ervan uitgaat dat het vermoeden van de politie juist is, op welke verdieping moet dan de opdracht -7 uitkomen?
- 4 Tussen welke twee opdrachten in de code stond dan de opdracht -7?

- 5 Van welke verdieping kwam de vermoedelijke dader?
Wie geldt er dus als verdachte van de diefstal?

Op 30 april klopte nog een code niet. Om die code te kunnen lezen, moet je eerst nog iets meer weten over de opdrachten voor liftbediendes. Als je de volgende oefening foutloos kunt maken, weet je waarschijnlijk al genoeg. Is dat niet zo, lees dan eerst de tekst eronder.

- 6 Even een oefening voor liftbediendes in hogere en diepere flatgebouwen.
Naar welke verdieping moet de lift in de volgende gevallen:

$$18 + -5 = \dots \quad -1 + -3 = \dots \quad 9 - -6 = \dots \quad 3 + -6 = \dots \quad 0 + -12 = \dots \quad -4 - -10 = \dots$$

Aan het eind van Les 2 gaf mevrouw Slot de liftbediende een opdracht. De lift was op de eerste verdieping.

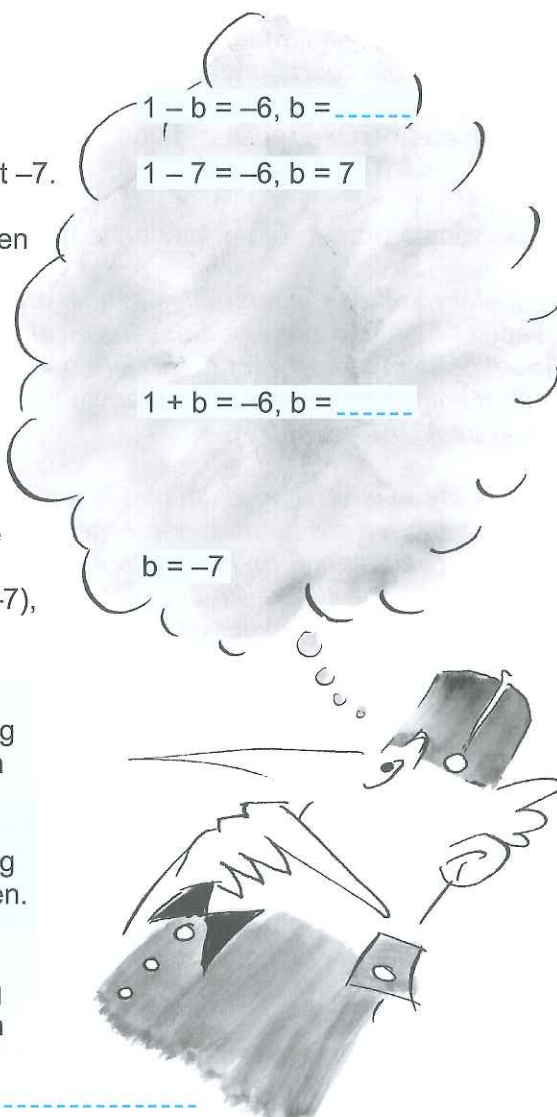
Daar geeft de ingestapte mevrouw Slot de liftbediende een opdracht. Zij wil naar verdieping -6 gaan. Welke opdracht geeft zij?

Het antwoord luidde: mevrouw Slot geeft de opdracht -7.

In diezelfde opdracht had **b** ook een andere rol kunnen hebben.

Mevrouw Slot wil van verdieping 1 naar verdieping -6 gaan.
Welke opdracht geeft zij?

Mevrouw Slot geeft natuurlijk dezelfde opdracht: -7.
Maar welk getal moet je in deze som voor **b** kiezen?
Nu komt de opdracht -7 overeen met het getal dat je moet invullen voor **b**:
Voor een liftbediende betekent $1 + -7$, ook wel $1 + (-7)$, hetzelfde als $1 - 7$.



$1 + 7$	betekent:	vanaf verdieping 1 maak je een stijging van 7 verdiepingen
$1 + -7$	betekent:	vanaf verdieping 1 maak je een stijging van -7 verdiepingen.
$1 + -7$	is hetzelfde als $1 - 7$:	vanaf verdieping 1 maak je een daling van 7 verdiepingen

- 7 Wat zal de opdracht $1 - -7$ betekenen?

Als je op de goede manier redeneert, dan vind je 8 als antwoord. Heb jij het goede antwoord?
Nu terug naar het politieonderzoek.

- 8 Welke code klopt er niet?
- | | | |
|----------------------|-----------------------------|-------------|
| 30 april / 14:09 uur | $[-3/+ -5/+6/-1/- -3]$ | goed / fout |
| 30 april / 14:17 uur | $[-3 / - -10/-3/-5/+1]$ | goed / fout |
| 30 april / 14:26 uur | $[-3/+4/- -1/-7/+ -5/- -4]$ | goed / fout |

- 9 Twee diefstallen op 30 april en twee codes die niet kloppen.
De verdachte die je bij de eerste diefstal vond, is inderdaad schuldig.
Ook de tweede diefstal is door deze persoon gepleegd.
Ben jij nu in staat om de foute code van opdracht 8 kloppend te maken?

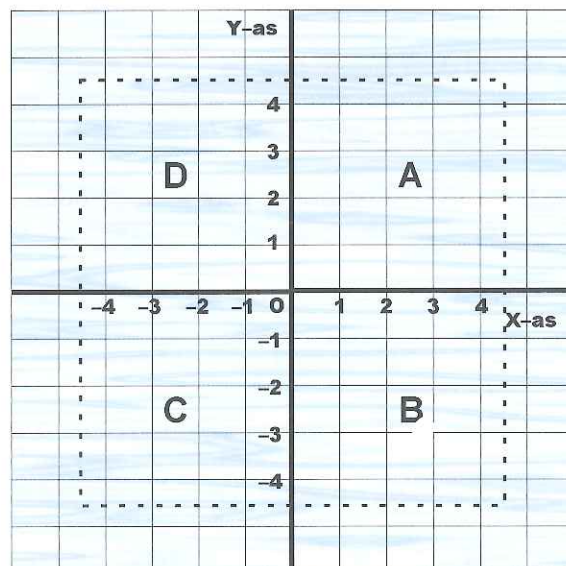
Les 7 Het assenstels(p)el

Ayla, Benjamin, Celim en Dorien hebben iedere dinsdag na de wiskundeles een tussenuur. Tot voor kort maakten ze in dat uur alvast hun huiswerk. Na de eerste les waarin het assenstelsel behandeld werd, veranderde dat. Benjamin bedacht het Assenstels(p)el.

Het spel gaat zo.

Het assenstelsel is een grote zee.
Elke speler krijgt daarin een eigen vak.
Binnen dat vak mag elke speler drie kanonneerboten plaatsen.
De boten moeten binnen de stippellijnen liggen, niet op de x-as of de y-as, maar wel op punten met hele getallen als coördinaten.

Zulke punten noemen we roosterpunten.



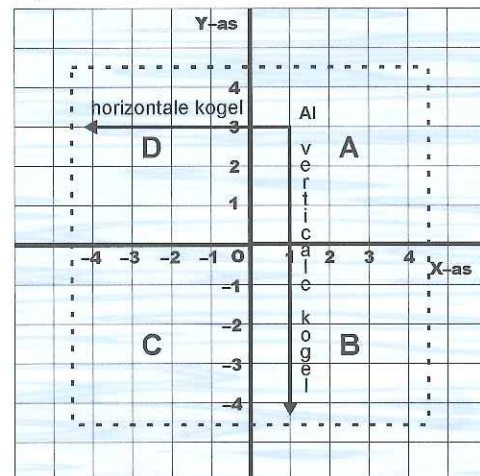
1 Hoeveel roosterpunten zijn er binnen ieder vak?

Elke speler heeft een eigen ruitjesblaadje en tekent daarop het assenstelsel.
Elke speler tekent in zijn eigen assenstelsel de drie punten waar hij de boten plaatst.
Dit moet geheim blijven voor de andere spelers.
De boten krijgen een naam. De boten van Ayla heten Ayla I, Ayla II en Ayla III, in het assenstelsel afgekort tot AI, AII en AIII.

De bedoeling van het spel is om met kanonschoten boten van tegenstanders uit te schakelen.
De spelers mogen om beurten één kogel afvuren vanaf een van de eigen boten.
Dat kan op twee manieren: horizontaal of verticaal in de richting van een van de tegenstanders.
Als een kogel een vijandelijke boot raakt, zinkt die boot. Die boot is uit het spel.
Voor elke boot die een speler uitschakelt, krijgt de speler een punt.
Voor elke boot die een speler zelf op het eind nog in het spel heeft, krijgt de speler ook een punt.

Voorbeeld

De Ayla I ligt op roosterpunt (1,3).
Opdracht **3 horizontaal AI** betekent een horizontale kogel vanaf boot AI op hoogte 3. Bij deze opdracht wordt de eerst mogelijke boot links van AI op hoogte 3 ($y = 3$) geraakt (zelfs als dat een eigen boot is).
Opdracht **1 verticaal AI** betekent een verticale kogel vanaf boot AI op breedte 1. Bij deze opdracht wordt de eerst mogelijke boot onder AI op breedte 1 ($x = 1$) geraakt.

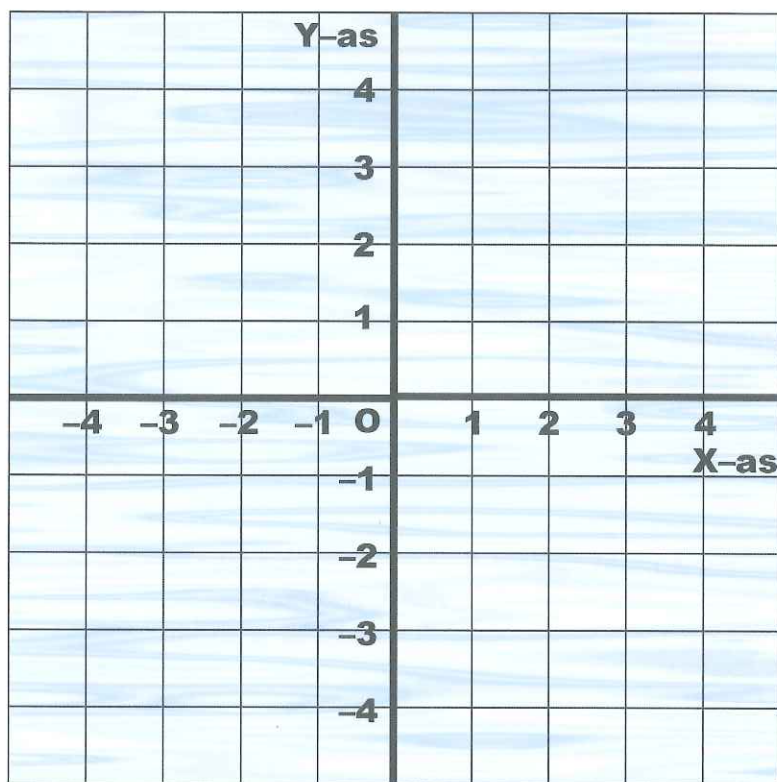


Ayla mag het spel beginnen, daarna is Benjamin aan de beurt, vervolgens Celim en Dorien is als vierde aan de beurt.
Na Dorien is Ayla weer aan de beurt voor een schot en zo verder.
Een speler mag zelf kiezen vanaf welke boot hij gaat schieten en hij mag bij een nieuwe beurt weer dezelfde boot gebruiken. Maar hij kan niet schieten vanaf een uitgeschakelde boot.
Een speler die geen boten meer in het spel heeft, moet passen. Als een speler nog wel een boot heeft, maar geen mogelijkheid meer om een andere boot te raken, dan mag hij ook passen.
Een speler van wie een boot is geraakt, zegt RAAK!
Dan weet de schutter dat hij een punt heeft gescoord.
Op het eind, als iedereen heeft gepast, telt elke speler hoeveel punten hij heeft.
Winnaar is degene met het hoogste aantal punten.

Ayla, Benjamin, Celim en Dorien gaan het Assenstelspel spelen.
Gebruik het assenstelsel op de volgende pagina om een overzicht te krijgen van de strijd.
Onder het assenstelsel zijn alle kanonneeropdrachten gegeven.

Een **R** betekent dat er bij dat schot een boot geraakt wordt. Alle spelers zorgen ervoor dat ze geen eigen boot raken. Naast het assenstelsel kun je zien waar de spelers hun eerste twee boten plaatsen. Van elke derde boot moet jij zelf de coördinaten proberen te vinden.

- 2 Wie schakelt welke boot uit, wie houdt welke boten over en hoeveel punten behaalt ieder? Welke speler wint het spel en wat zijn de coördinaten van elke derde boot?



AI = (2,2)

AII = (2,1)

AIII = (?,?)

BI = (1,-3)

BII = (3,-4)

BIII = (?,?)

CI = (-3,-1)

CII = (-2,-4)

CIII = (?,?)

DI = (-3,3)

DII = (-2,1)

DIII = (?,?)

Tip:

De boten AIII en BIII liggen gespiegeld t.o.v. de x-as.

Kanonneeropdrachten:

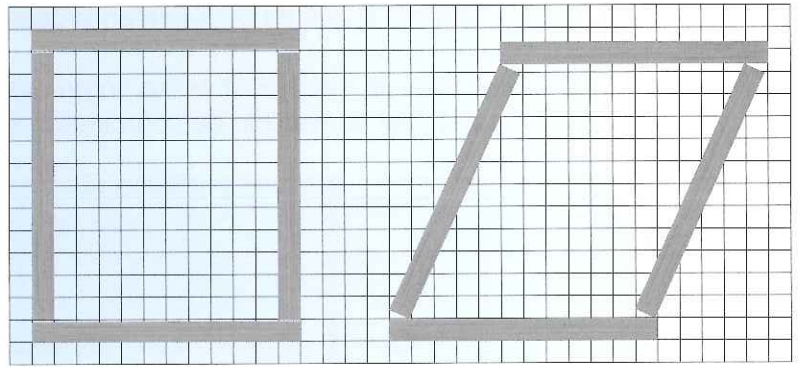
	Ayla	Benjamin	Celim	Dorien
Beurt 1	2 verticaal AII	-3 horizontaal BI	-1 horizontaal CI	-2 verticaal DII R
Beurt 2	1 horizontaal AII R	1 verticaal BI	-2 horizontaal CIII R	4 horizontaal DIII
Beurt 3	3 verticaal AIII R	past	-4 verticaal CIII	3 horizontaal DI
Beurt 4	2 horizontaal AI		-3 verticaal CI R	-1 verticaal DIII
Beurt 5	past		past	past

Speler	De boten die deze speler uitschakelt	De boten die deze speler overhoudt	Het aantal punten voor deze speler	De coördinaten van de derde boot
Ayla				
Benjamin				
Celim				
Dorien				

De winnaar van het spel is:

Les 8 Parallellogrammen

Mehmet en Sibel knutselen allebei een houten wissellijstje. In die lijstjes willen zij zelfgemaakte tekeningen doen. Sibel werkt heel precies en krijgt als resultaat een mooie rechthoek. Mehmet is minder nauwkeurig en heeft bij zijn lijstje de houtschroeven niet zo stevig aangedraaid. Je ziet de lijstjes van Sibel en Mehmet hiernaast. Het lijstje van Mehmet heeft geen rechte hoeken, het is geen rechthoek.



lijstje Sibel

lijstje Mehmet

- 1 Wat voor vierhoek is het lijstje van Mehmet wel? (Als je het niet zeker weet, kijk dan even in Les 4.) Het lijstje van Mehmet is een:

- 2 Geldt dat ook voor het lijstje van Sibel?

Mehmet vindt zijn lijstje wel grappig zo.

“Bovendien maakt het voor de tekeningen die ik maak niet uit. Ik moet evenveel tekenen als jij.

De lengte van de zijden is hetzelfde gebleven. Dus ook de oppervlakte is hetzelfde.”

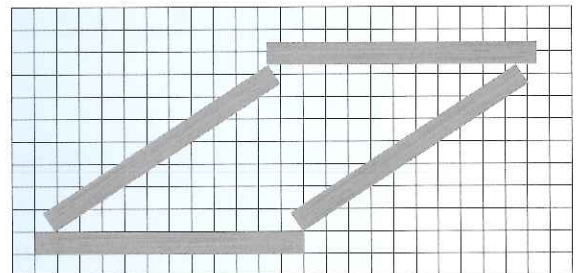
Sibel is het daar niet mee eens. “Dat is niet waar. De oppervlakte in mijn lijstje is groter. Ik moet meer tekenen om het blad vol te krijgen.”

- 3 Wie heeft er volgens jou gelijk, Mehmet of Sibel?

..... heeft gelijk.

“Mijn parallellogram is hoger”, zegt Sibel.

“Duw maar eens tegen de zijkant van je lijstje, dan wordt je lijstje steeds platter. De oppervlakte wordt steeds kleiner. Ook de hoogte wordt almaar kleiner.”

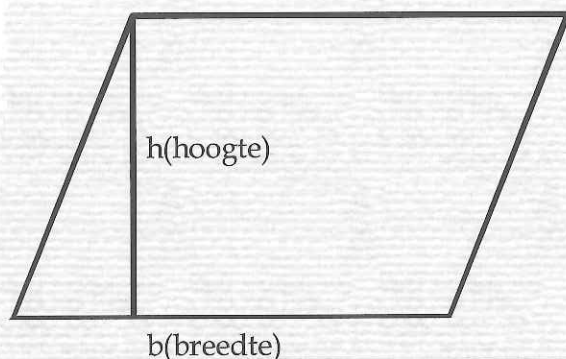


Mehmet laat zich niet zo snel overtuigen.

Hij wil een bewijs zien, voordat hij Sibel kan geloven.

Op zolder vinden Sibel en Mehmet een wiskundeboek van de middelbare school. Daarin hopen zij het antwoord te vinden. Maar dat valt tegen. Als ze het boek openslaan, blijkt dat het boek flink is aangevreten en daardoor niet meer is dan een verzameling losse stukjes papier.

In het wiskundeboek ontdekken Sibel en Mehmet het volgende vraagstuk:



De breedte van het parallellogram is b .

De hoogte van het parallellogram is h .

Wat is de oppervlakte van het parallellogram?

4 Hieronder staan twaalf stukjes die Sibel en Mehmet verzameld hebben.

Kun jij uitzoeken welke van die stukjes je moet gebruiken om de oppervlakte van een parallellogram te vinden?

Zet die stukjes in de goede volgorde. Wat je niet nodig hebt, laat je weg.

De tekeningen kunnen je daarbij helpen.

Je kunt op twee manieren bij een goed antwoord komen. (In beide gevallen zijn de laatste drie stukjes hetzelfde.)

Als het je lukt, dan heb je het bewijs van een handige formule ontdekt voor de oppervlakte van een parallellogram.

Welke tekening hoort bij je bewijs? Zet die ook op de goede plaats.

Tip: Op enkele van de stukjes wordt iets gezegd over een **diagonaal**. Een diagonaal in een vierhoek is een lijn die van een van de hoekpunten naar de tegenoverliggende hoekpunt gaat.

a die diagonaal verdeelt het parallellogram in twee even grote driehoeken

b de breedte van de rechthoek is b , de hoogte (lengte) van de rechthoek is h

c de oppervlakte van het parallellogram is dus ook $b \times h$

d het parallellogram is te verdelen in één rechthoek en twee driehoeken

e elk van die twee driehoeken kun je verdelen in twee rechthoekige driehoeken

f teken de kortste van de twee diagonalen

g de oppervlakte van de rechthoek is $b \times h$

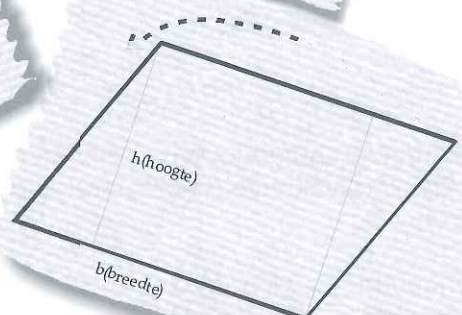
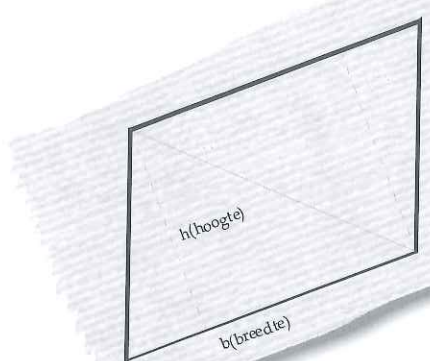
h daardoor ontstaat een rechthoek met dezelfde oppervlakte als het parallellogram

i van de vier rechthoekige driehoeken die je dan hebt, kun je (met knippen en plakken) een rechthoek maken

j één van die twee driehoeken kun je (als je hem afknipt) precies tegen de andere driehoek aan leggen

tekening II

tekening I



De goede volgorde is:

Dit bewijs laat zien, dat de hoogte een rol speelt bij de oppervlakte van een parallellogram.

Hoe kleiner de hoogte, hoe kleiner de oppervlakte. Dus Sibel had gelijk.

Toets 2

1 Opa en oma vieren hun gouden bruiloftsfeest. De kleinkinderen Sandra en René zitten bij het receptieboek. Zij hebben een lijstje gemaakt met de leeftijden van de gasten. Die leeftijden zie je hiernaast van jong naar oud. Sandra en René hebben met die leeftijden enkele raadsels bedacht. Opa is vroeger leraar wiskunde geweest en kan in zijn vrije tijd de raadsels oplossen.

Sander	2 jaar
Michelle	6 jaar
André	9 jaar
Jolanda	13 jaar
Sandra	14 jaar
René	16 jaar
Bert	19 jaar
Elke	22 jaar
Germaine	25 jaar
Lenny	28 jaar
Rudolf	29 jaar
Dennis	42 jaar
Anneke	48 jaar
Louise	53 jaar
Henk	54 jaar
Oma	82 jaar
Opa	86 jaar

1a Twee van de gasten zijn samen 41 jaar. Het verschil van hun leeftijden is de leeftijd van een van de andere gasten. Welke twee gasten worden bedoeld?

..... en

1b De gast die net zo oud is als hun verschil in leeftijden is

Los opdracht 1a op in wiskundetaal. De leeftijden van de twee gasten noemen we **x** en **y**.

Samen 41 jaar:

Het verschil is 9 jaar:

$x =$ $y =$

1c Voor welke twee andere gasten (**a** en **b**) geldt het volgende?

- Over 10 jaar is **a** twee keer zo oud als **b**.
- Over 10 jaar zijn **a** en **b** samen net zo oud als opa dan is. Dit geldt voor de twee gasten

..... en

2 Jeroen verzamelt graag gegevens. Zo heeft hij op drie dagen van zijn kerstvakantie de temperatuur van die dag opgeschreven.

maandag 2 januari: 3° C
dinsdag 3 januari: -7° C
woensdag 4 januari: -11° C

2a De gemiddelde temperatuur van maandag en dinsdag is

2b Welke zin hoort bij welke som?

$3^{\circ} + -7^{\circ} =$

$3^{\circ} - -7^{\circ} =$

Zet achter beide zinnen de som die erbij hoort. Bereken ook de antwoorden.

- het temperatuurverschil van maandag en dinsdag:
- het dubbele van de gemiddelde temperatuur van maandag en dinsdag:

2c Bereken met een som het temperatuurverschil van dinsdag en woensdag:

..... = °C



2d Bereken met een som de gemiddelde temperatuur van dinsdag en woensdag:

..... = ° C.

2e De gemiddelde temperatuur over alle drie de dagen was:

..... = ° C.

3 In het assenstelsel zijn de volgende punten gegeven:

$A = (-6, -8)$

$B = (4, -8)$

$C = (10, 6)$

$D = (0, 6)$

3a Teken in het assenstelsel de vierhoek ABCD. Wat voor vierhoek is dat?

Vierhoek ABCD is een

3b Zijde AB is de breedte van de vierhoek. Hoeveel cm is AB? Neem 1 cm als afstand van 0 tot 1.

AB = cm.

3c Punt P heeft de coördinaten $(0, -8)$. Hoe groot is hoogte PD van de vierhoek?

PD = cm.

3d Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van de vierhoek?

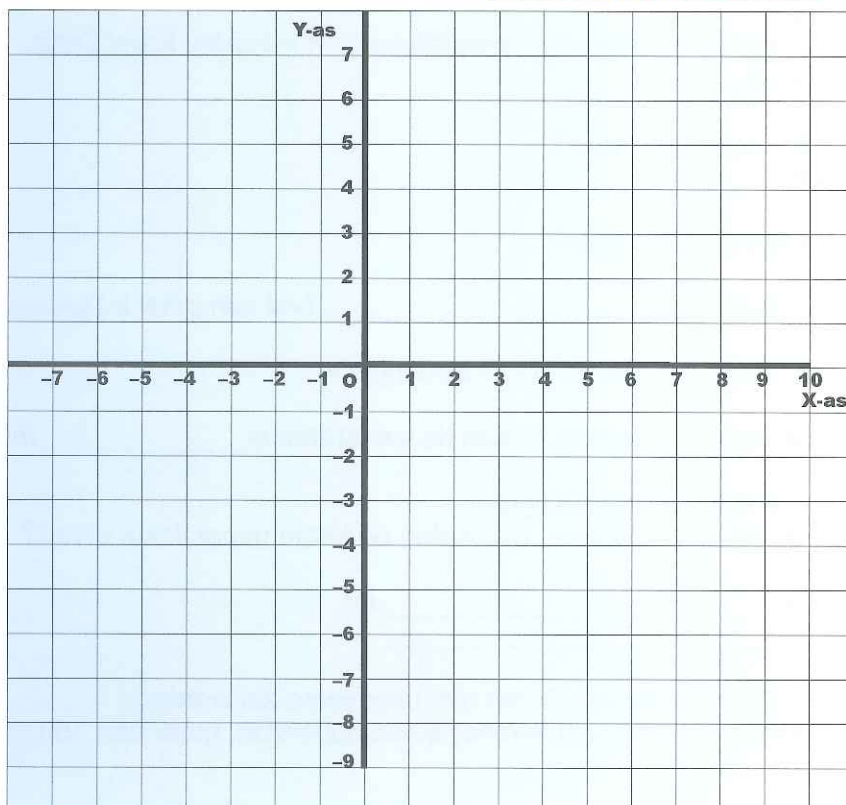
De oppervlakte van vierhoek ABCD = cm^2 .

3e Teken de diagonalen AC en BD. Wat zijn de coördinaten van het snijpunt S?

$S = (-, -, -)$

3f Wat is de oppervlakte van driehoek ABC?

De oppervlakte van driehoek ABC = cm^2 .



Les 9 Tapijthandel K.W.A. Draat

Karel, Willem en Anton Draat zijn tapijtverkopers. Hun te gevuld met wand- en vloerkleden. Als je al die kleden eens iets bijzonders opvallen. Alle kleden die de firma vierkant! Dat kun je niet meteen zien, want de meeste wand.

kleine winkeltje is tot de nok toe goed kon bekijken, dan zou je K.W.A. Draat verkoopt, zijn tapijten staan opgerold tegen een

Maar gelukkig, er is een verhuizing op komst. De pand gekocht. De nieuwe winkel heeft een vloer-meter. Willem heeft berekend, dat van dat oppervlak toonbank en voor loopruimte. De vraag is nu nieuwe winkel het best kunnen worden weg- worden eerst opgerold klaargezet voor de In totaal staan er 24 tapijtrollen klaar:

drie broers hebben een groter oppervlak van wel 300 vierkante de helft nodig is voor een hoe alle vloerkleden in de gelegd. Alle vloerkleden verhuishagen.

- 5 rollen van 1 meter lang
- 7 rollen van 2 meter lang
- 6 rollen van 3 meter lang
- 4 rollen van 4 meter lang
- 2 rollen van 5 meter lang

- 1 Karel stelt voor om in de nieuwe winkel vijf stapels tapijten neer te leggen. Alle tapijten van 1 bij 1 meter komen op elkaar, alle tapijten van 2 bij 2 op elkaar, enzovoorts. Hoeveel vierkante meter zou je voor deze vijf stapels samen nodig hebben?



Voor deze stapels heb je in totaal nodig: m².

Van elk tapijt weet je de lengte. Omdat de tapijten vierkant zijn, is de breedte gelijk aan de lengte. Voor een tapijt van 3 bij 3 meter geldt dat de oppervlakte gelijk is aan $3 \times 3 = 9 \text{ m}^2$. In plaats van 3×3 wordt vaak 3^2 geschreven, je spreekt dat uit als *drie kwadraat*. Bij een kwadraat vermenigvuldig je een getal met zichzelf. Zo geldt $5^2 = 5 \times 5$. Je zult begrijpen dat de gebroeders Draat goed met kwadraten moeten kunnen rekenen. Karel Draat merkt trouwens een bijzondere regelmaat op.

lengte	1	2	3	4	5	sprongen van 1
oppervlakte	1	4	9	16	25	

- 2 Valt jou ook iets op in de sprongen tussen de kwadraten?

De sprongen tussen de kwadraten worden telkens (vul een getal in) groter.

- 3 Hoe groot zal de volgende sprong zijn? Klopt dat met de volgende lengte?

De volgende lengte is m, de volgende sprong tussen de kwadraten is m².

- 4 Anton vraagt zich af of de tapijten wel op stapels moeten liggen. Als je alle tapijten naast elkaar op de grond zou uitleggen, wat is dan de totale oppervlakte ervan?

De totale oppervlakte van de tapijten is: m².
Past dat in de nieuwe winkel?

Als je goed rekent, dan zul je begrijpen dat het idee van Anton niet uitgevoerd zal worden. De totale oppervlakte van de kleden is meer dan de helft van het winkeloppervlak, meer dan 150 m².

- 5 Voor de vijf stapels uit vraag 1 is meer dan genoeg ruimte in de nieuwe winkel. Geldt dat nog steeds als voor een nieuwe collectie ook stapels gemaakt worden? De nieuwe collectie vloerkleden bevat de volgende tapijten:

- 4 tapijtjes van 50 cm bij 50 cm
- 1 tapijt van 1,50 m bij 1,50 m
- 3 tapijten van 2,50 m bij 2,50 m
- 2 tapijten van 3,50 m bij 3,50 m
- 2 tapijten van 4,50 m bij 4,50 m

Voor de vijf stapels van de nieuwe collectie heb je nodig: m².

Karel ziet ook hier een regelmaat.

lengte	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
oppervlakte	0,25	2,25	6,25	12,25	20,25

- 6 Wat valt je nu op in de sprongen tussen de kwadraten?

De sprongen tussen de kwadraten

- 7 Hoe groot zal de volgende sprong zijn? Klopt dat met de volgende lengte?

De volgende lengte is m, de volgende sprong tussen de kwadraten is m².

In de nieuwe winkel is genoeg ruimte voor de stapels van de oude en nieuwe collectie samen.

- 8 Hoeveel m² is er nodig voor alle stapels samen?

Daarvoor heb je nodig: m².

Het resterende vloeroppervlak zal gebruikt worden voor een toonbank en voor loopruimte tussen de tapijten door. Ook is er gedacht aan zitruimte om met klanten te praten.

In Les 10 vind je enkele plattegronden van de nieuwe winkel. Daarop kun je tekenen hoe jij de tapijten zou neerleggen.

Ten slotte nog twee doordenkvragen.

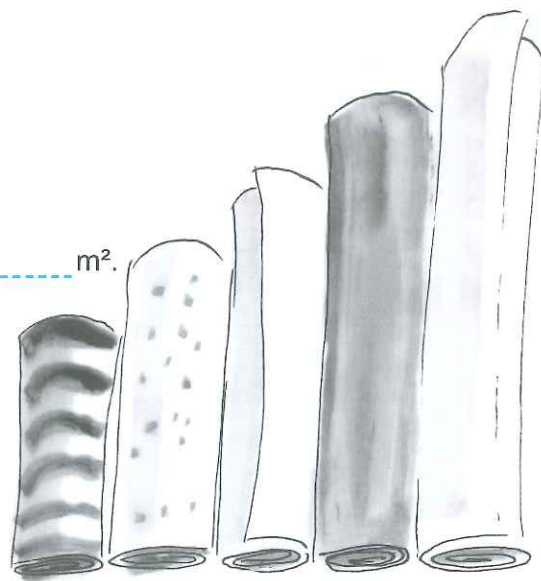
Een journaliste van de regionale krant gaat een artikel schrijven over de nieuwe winkel. De journaliste is onder andere benieuwd of de tapijten wel goed verzekerd zijn. Zij vraagt zich daarbij af of het nodig is voor de gebroeders Draat om de gemiddelde oppervlakte per kled te berekenen. Dat vindt Willem een interessante vraag.

- 9 Wat is de gemiddelde oppervlakte van alle vloerkleden?

..... m². En, schrik niet:

- 10 Wat is de lengte van een vierkant tapijt met die oppervlakte?

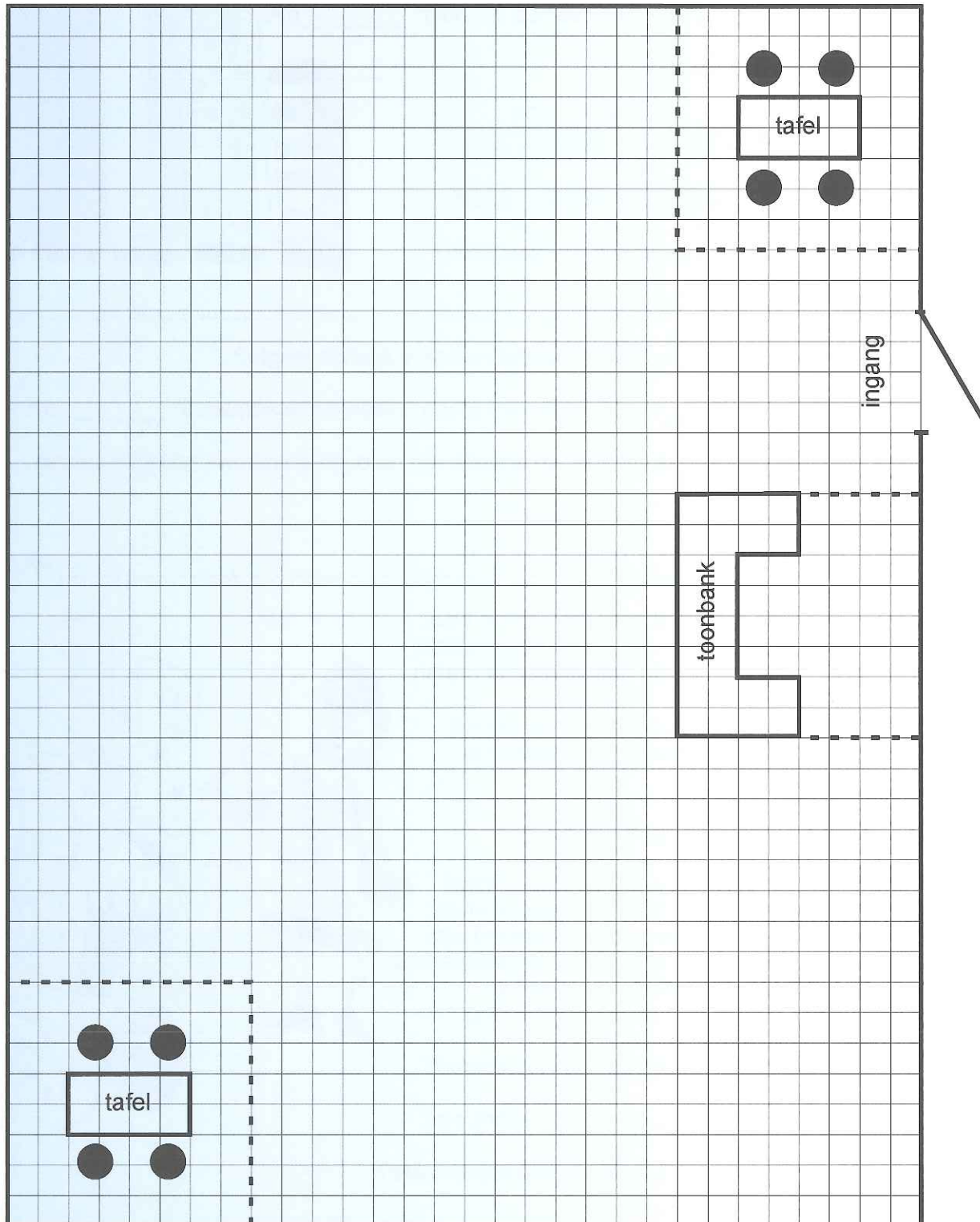
..... m.



Les 10 Hoe zou jij de tapijten neerleggen?

In deze les mag je zelf de nieuwe winkel van de gebroeders K.W.A. Draat inrichten.

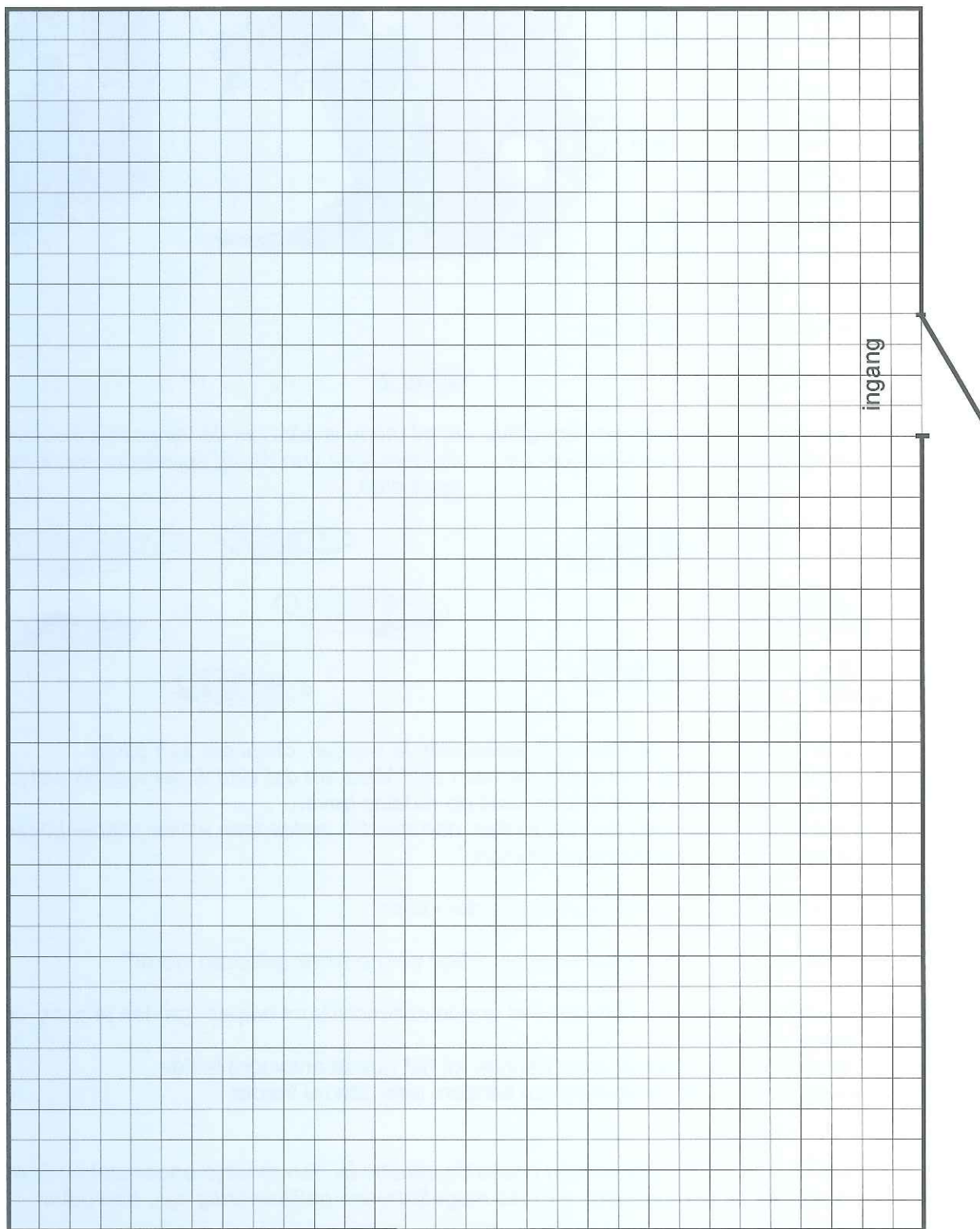
- 1 Teken de tapijten in de plattegrond en hou je daarbij aan de volgende voorwaarden:
- Tussen alle tapijten onderling moet minimaal één meter afstand zijn.
 - Elk tapijt moet minstens één meter van de muur af liggen, minstens één meter van de zitruimtes en één meter van de toonbank.
 - Het deel na de ingang (4 m bij 4 m) moet vrij blijven.
 - 1 cm op de tekening is in werkelijkheid 1 m.



- 2 Als jij de plaats van de toonbank zelf mag kiezen en de plekken waar men met klanten aan een tafel kan zitten, dan kom je misschien wel tot een heel andere keuze.

Kies in de plattegrond op deze bladzijde eerst de plekken waar jij een toonbank en twee zitruimtes wilt hebben. Teken de toonbank en de zitruimtes op die plekken. De toonbank heeft dezelfde vorm als op de vorige plattegrond. De vorm van de zitruimtes is vrij, maar voor beide zitruimtes moet je 16 m^2 gebruiken.

Teken vervolgens de tapijten in de plattegrond. Hou je daarbij aan dezelfde voorwaarden als bij opdracht 1. Laat daarna je ontwerp aan de leerkracht zien.



Les 11 Kansen op redding

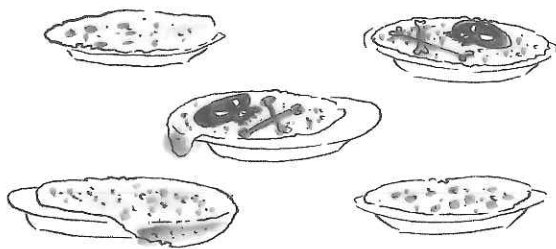
Hans en Grietje zitten gevangen bij een heks. Ze hebben zo hun bedenkingen. Zijn ze wel bij de 'goede' foute heks terechtgekomen? Deze heks is niet zo tekstvast als die in het sprookje. Bovendien geeft ze ingewikkelde vraagstukken op met kansen om vrij te komen.

"Ha ha haaa", schatert de heks. "Ik heb een grote stapel appelpannenkoeken gebakken. Nu had ik natuurlijk niet toevallig net gisteren van Sneeuwwitjes koningin een grote giftige appel gekregen. Daar kon ik precies drie pannenkoeken mee vullen. In mijn oneindige goedheid heb ik daarnaast zeven pannenkoeken gebakken met frisbiologisch geteelde appels. Die kun je gewoon eten zonder dood te vallen."

"Welnu, ik leg jullie twee keuzemenu's voor:

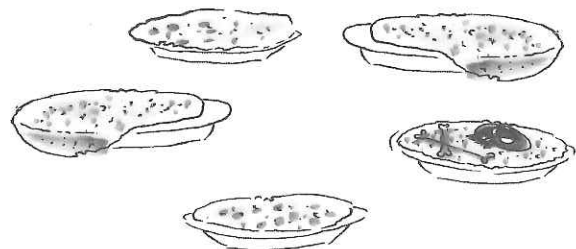
Menu 1

In dit menu zijn twee van de vijf pannenkoeken giftig. Je kiest één van de vijf appelpannenkoeken om op te eten.



Menu 2

In dit menu is één van de vijf pannenkoeken giftig. Je kiest twee van de vijf appelpannenkoeken om op te eten.



Bij beide menu's is er een kans om de nieuwe Sneeuwwitje te worden, ofwel om een giftige appelpannenkoek te kiezen. Oh, wat zou dat fantastisch zijn! Maar, en dat vind ik persoonlijk wel jammer, ik moet jullie helaas van de sprookjesschrijver een kans op redding geven. Als jullie een hele moeilijke vraag goed beantwoorden, dan moet ik verklappen welke pannenkoeken giftig zijn en mogen jullie na het eten ongedeerd vertrekken."

Dit is de vraag die Hans en Grietje goed moeten beantwoorden.

1 Bij welk menu is de kans het grootst, dat er geen giftige pannenkoek gekozen wordt?

Als jij Hans en Grietje zonder extra hulp aan het goede antwoord kunt helpen, ga dan je gang en geef de heks van katoen.

Lees later verder om te controleren of jouw aanpak tot het goede antwoord leidde.

Als je ondersteuning wilt bij het berekenen van kansen, lees dan nu verder.

Over kansen

Als je wilt berekenen hoe groot de kans op een bepaalde situatie is, dan moet je onderzoeken in welk deel van alle mogelijkheden die situatie optreedt. Als alle mogelijkheden gelijkwaardig zijn, dan geldt:

$$\text{de kans op een giftige pannenkoek} = \frac{\text{het aantal mogelijkheden met een giftige pannenkoek}}{\text{het totale aantal mogelijkheden}}$$

Kansen worden vaak in procenten weergegeven of als getal tussen 0 en 1 (0 en 1 tellen ook mee). Hoe meer van de mogelijkheden het gewenste resultaat hebben, hoe dichter de kans bij 100% of bij 1 ligt.

De kans op één niet-giftige pannenkoek bij menu 1

Menu 1 heeft drie mogelijkheden met een niet-giftige pannenkoek. Het totale aantal mogelijkheden is vijf, er zijn vijf pannenkoeken.

- 2 Hoe groot is bij menu 1 de kans op een niet-giftige pannenkoek?

De kans op een niet-giftige pannenkoek = $\frac{\text{aantal niet-giftige pannenkoeken}}{\text{totaal aantal mogelijkheden}}$ = $\frac{3}{5}$ = 60%.

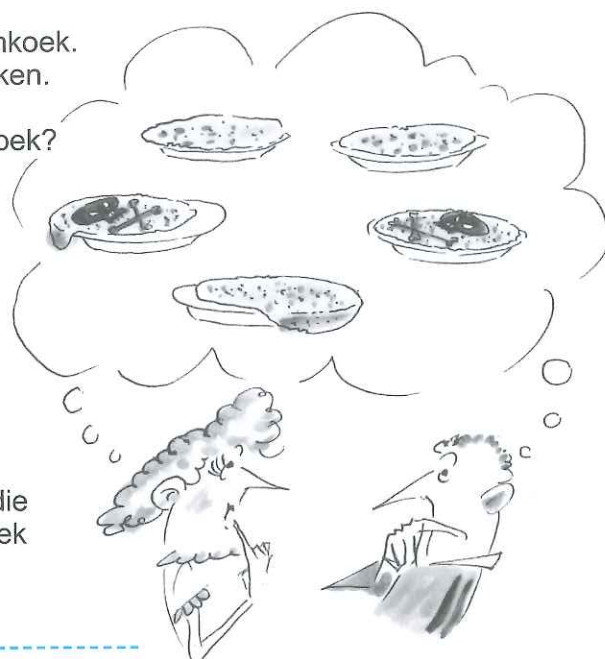
De kans op twee niet-giftige pannenkoeken bij menu 2

- 3 Hoe groot is bij menu 2 de kans dat de eerste pannenkoek die je pakt niet giftig is?

Die kans = $\frac{3}{5}$ = 60%.

- 4 Hoe groot is bij menu 2 de kans dat de eerste pannenkoek die je pakt niet giftig is, en dat daarna ook de tweede pannenkoek niet giftig is?

Die kans is $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = 30\%$.



Vraag 4 is nog niet zo eenvoudig. De eerste pannenkoek mag niet giftig zijn en ook de tweede niet. Daarom eerst een paar tussenvraagjes, vraag 4a en vraag 4b.

In vraag 3 werd duidelijk dat in 80% van de mogelijkheden de eerste pannenkoek niet giftig is. We moeten nu onderzoeken in welk deel van die 80% ook de tweede pannenkoek niet giftig is.

- 4a Pannenkoek 1 is niet giftig. Hoeveel pannenkoeken zijn er over en hoeveel daarvan zijn niet giftig? Er zijn $5 - 1 = 4$ pannenkoeken over; $3 - 1 = 2$ daarvan zijn niet giftig.

- 4b Drie van de vier pannenkoeken, hoeveel procent is dat? Drie van de vier is $\frac{3}{4} = 75\%$.

- 4c Hieruit volgt, dat 75% van de 80% uit vraag 3 twee niet-giftige pannenkoeken oplevert. Weet je nu het antwoord op vraag 4? En vervolgens het antwoord op vraag 1?

Je kunt ook het goede antwoord vinden door alle verschillende mogelijkheden te tellen. Noem de vijf pannenkoeken P1, P2, P3, P4 en P5. In de tabel zie je alle mogelijkheden om een eerste en een tweede pannenkoek te kiezen.

P1-P2	P1-P3	P1-P4	P1-P5
P2-P1	P2-P3	P2-P4	P2-P5
P3-P1	P3-P2	P3-P4	P3-P5
P4-P1	P4-P2	P4-P3	P4-P5
P5-P1	P5-P2	P5-P3	P5-P4

- 4d Zie jij hoe je met deze tabel de kans op een giftige pannenkoek kunt vinden?

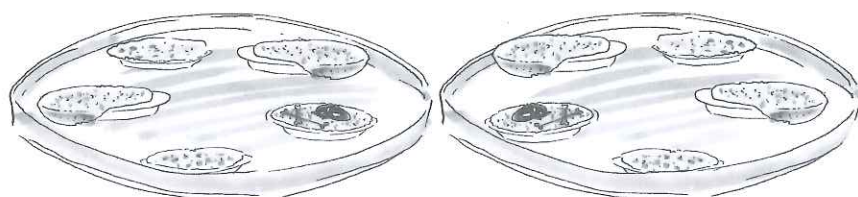
Tip: Hoe vaak komt elke pannenkoek in de tabel voor? 4 keer.

Dus hoe vaak komt er een giftige in voor? 4 keer.

Als Hans en Grietje het goede antwoord hebben gegeven, mogen ze van de heks toch niet weg. Ze moeten ook nog het volgende vraagstuk oplossen. Mogen ze jou om hulp vragen?

Menu 3

In dit menu zijn er twee dienbladen met vijf pannenkoeken. Van elke vijf appelpannenkoeken is er één giftig. Van elk dienblad kies je er één om op te eten.



- 5 Hoe groot is nu de kans dat je twee niet-giftige appelpannenkoeken kiest? $\frac{4}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{5} = 80\%$.

Les 13 Vierkante wortels

Winkelier Koba Nijn verkoopt groenten die zij zelf verbouwt. De zaken gaan erg goed, op de wortels na. Die worden bijna niet verkocht. Koba vindt dat niet jammer. Sterker nog. Het is ook de bedoeling dat ze niet verkocht worden. Haar man Ko is dol op wortels. Die vreemde vorm was zijn plan. "Kan dat?", had Koba gevraagd. "Dat kan", had Ko geantwoord. Vanaf dat moment telen Ko en Koba Nijn vierkante wortels. Ko heeft in de tuin vierkante bedjes gemaakt van 25 cm^2 , van 36 cm^2 , van 49 cm^2 , van 64 cm^2 , van 81 cm^2 en van 100 cm^2 .

Er is af en toe een klant die om wortels vraagt. Als Koba de vierkante wortels laat zien, weet zo'n klant daar

wortels laat zien, geen raad mee.

"Ik weet niet waar ik moet beginnen", zegt de klant en kiest snel voor een andere groente. Ko weet er wel raad mee. "Een goede wortel hoort één centimeter breed te zijn, de lengte volgt vanzelf." Dat zegt Ko steeds en van een vierkante wortel van 25 cm^2 snijdt hij vijf wortels van 5 cm lang. Koba laat dit snijden graag over aan Ko.

"Hoeveel wortels gaan er uit 64 ?", vraagt ze, als ze met een plak wortel van 64 cm^2 binnenstapt. "De wortel uit 64 is acht", antwoordt Ko droog.



- 1 Hoeveel wortels gaan er uit 36 cm^2 ? "De wortel" uit 36 is
En hoeveel uit 49 cm^2 ? "De wortel" uit 49 is

De oppervlaktes van de wortelbedjes zijn steeds kwadraten.
Dat maakt het voor Ko eenvoudiger om "de wortel" te berekenen.

- 2 Koba brengt Ko van elk van de zes bedjes één plak vierkante wortel.
Hoeveel wortels snijdt Ko hiervan bij elkaar?

Ko snijdt + + + + = wortels.

- 3 Ko wil ook een vierkante wortel telen waar hij vier wortels van één cm breed uit kan snijden.
Welke oppervlakte heeft zo'n vierkante wortel en hoe lang is elk van de vier wortels daaruit?

Oppervlakte: cm^2 . Lengte: cm .

- 4 Koba wil graag dat Ko nog een extra groot vierkant bedje maakt.
De oppervlakte van dat bedje moet een van de hieronder genoemde mogelijkheden zijn.
Welke vier van de tien onderstaande oppervlaktes kan Ko kiezen?

109 cm^2 - 115 cm^2 - 121 cm^2 - 136 cm^2 - 144 cm^2 - 150 cm^2 - 164 cm^2 - 169 cm^2 - 172 cm^2 - 196 cm^2

En wat is daaruit "de wortel"?

Oppervlakte

"De wortel"

Keus 1		cm^2	
Keus 2		cm^2	
Keus 3		cm^2	
Keus 4		cm^2	

Het verhaal van de wortels zie je terug in allerlei wiskundige vraagstukken. Zo hebben de tapijtverkopers uit Les 9 er ook mee te maken.

Karel, Willem en Anton Draat zijn druk bezig hun nieuwe winkel in te richten. Hun voorraad bestaat uit vierkante tapijten van tien verschillende afmetingen. Anton heeft alle tapijtrollen voorzien van een label dat de oppervlakte van het tapijt aangeeft.

Willem heeft een tapijtrol in zijn handen. Aan die tapijtrol hangt een label waarop staat: opp. 16 m^2 .



- 5 Wat is de lengte van dit kleed?
De lengte van dit kleed is m.

In wiskundetaal zoek je een getal a waarvoor geldt: $a \times a = 16$, ofwel $a^2 = 16$.
Het (positieve) getal waarvan het kwadraat 16 is, noemt men *wortel 16*. De *wortel uit 16* wordt ook gezegd, net als bij Koba en Ko Nijn. Dat schrijf je zo: $\sqrt{16}$.
 $\sqrt{16}$ is natuurlijk 4, want $4 \times 4 = 16$.

Als de oppervlakte van een kleed 9 m^2 is, dan is de lengte in meters $\sqrt{9}$. $\sqrt{9} = 3$, want $3 \times 3 = 9$.

- 6 Bij welke tapijten horen de getallen $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$ en $\sqrt{25}$?

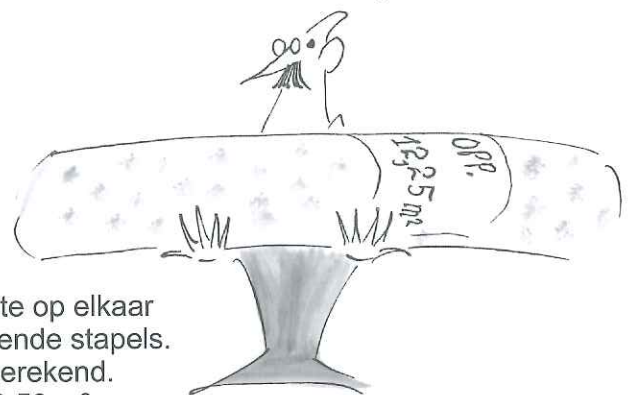
$\sqrt{1}$ is de lengte (in m) van het kleed met oppervlakte m^2 , $\sqrt{1} =$
 $\sqrt{4}$ is de lengte (in m) van het kleed met oppervlakte m^2 , $\sqrt{4} =$
 $\sqrt{25}$ is de lengte (in m) van het kleed met oppervlakte m^2 , $\sqrt{25} =$

$\sqrt{12,25}$

Ook Karel heeft net een kleed gepakt; daar hangt een label aan met: opp. $12,25 \text{ m}^2$.

- 7 De lengte van dit kleed is groter dan m en kleiner dan m. (hele getallen invullen)

- 8 Wat is precies de lengte van dit kleed? (Tip: zie Les 9)
De lengte van dit kleed is m.



In de nieuwe winkel komen tapijten met dezelfde oppervlakte op elkaar te liggen. Anton heeft vier tapijten klaarliggen voor verschillende stapels. Hij heeft snel de totale oppervlakte van die vloerkleden uitgerekend. Samen nemen de tapijten een oppervlakte in beslag van $43,50 \text{ m}^2$. In de haast is Anton vergeten om de maten van de vier kleden apart op te schrijven.

- 9 Welke vier tapijten hebben bij elkaar een oppervlakte van $43,50 \text{ m}^2$?
Er zijn vier mogelijke combinaties van vier tapijten. Probeer ze alle vier te vinden.

Tip: Er zijn tien verschillende lengtes (vanaf 0,5 m steeds 0,5 m erbij tot en met 5 m) en dus ook tien verschillende oppervlaktes. Zet die oppervlaktes op een kladblaadje op een rij en kijk welke combinaties bij elkaar $43,50 \text{ m}^2$ opleveren.

Er hangen ook prijskaartjes aan de tapijten. Bij de tapijten waar het in vraag 9 om gaat, heeft de prijs een vaste verhouding tot de lengte. Je kunt de prijs van een tapijt berekenen door de lengte (in meters) te vermenigvuldigen met € 100,-. Dus voor een kleed van 2 bij 2 m moet een klant $2 \times € 100,- = € 200,-$ betalen.

- 10 De vier tapijten die Anton heeft klaarliggen, kosten bij elkaar € 1.300,-. Weet jij nu welke tapijten dat zijn?

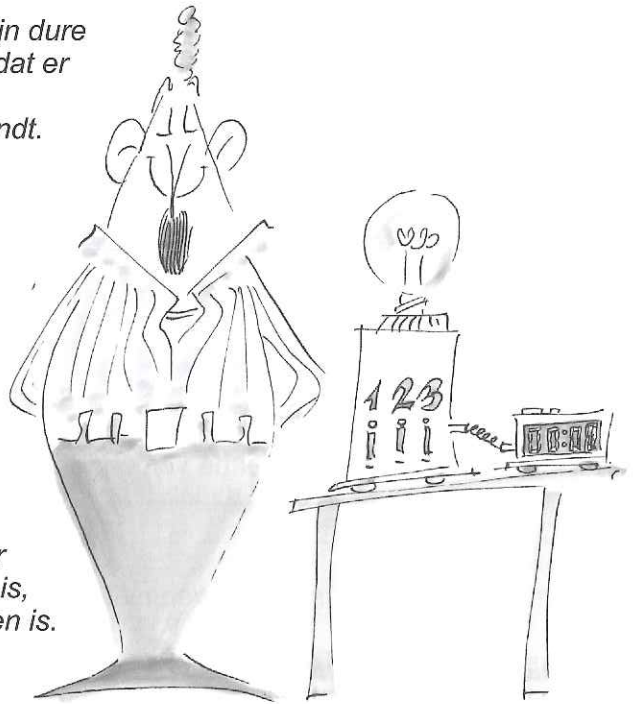
Les 15 Tijdelijke kansen

Uitvinder Simon Buis gaat drie weken met vakantie. Al zijn dure uitvindingen blijven onbewaakt thuis. Simon wil de kans dat er een inbreker in huis komt zo klein mogelijk houden.

Daarom wil hij dat er af en toe in de kamer een lamp brandt.

De knappe uitvinder gebruikt daarvoor zijn bijzondere kloklamp. Simon heeft een lamp uitgevonden die verbonden is aan zijn digitale klok. Op die lamp staan de cijfers 1, 2 en 3. Bij elk van die cijfers hoort een aan/uit-knopje.

Hoe werkt de lamp? Wat gebeurt er als Simon het 1-knopje aan doet? Als het 1-knopje aan is, dan brandt de lamp, zodra het urendisplay van de klok een 1 laat zien. In het getal dat de uren aangeeft, moet dus minstens één 1 staan. Staat er wel een 1 bij de minuten, maar niet bij de uren, dan is de lamp uit. Bij het 2-knopje en het 3-knopje gaat het net zo. Als het 2-knopje aan is, dan brandt de lamp als er een 2 op het urendisplay te zien is. Als het 3-knopje aan is, dan brandt de lamp als er een 3 op het urendisplay te zien is.



- 1 Hoe werkt de lamp, als het 1-knopje en het 2-knopje allebei ingeschakeld zijn?

Simon vraagt zich af hoe hij de lamp tijdens zijn afwezigheid zal inschakelen.

Als de lamp ongeveer een derde deel van de tijd brandt, zo denkt hij, moet dat voldoende zijn om mogelijke inbrekers op afstand te houden.

De vraag is nu: Hoe kan Simon de lamp het best inschakelen?

Welke knopjes schakelt hij in, welke laat hij uit?

Denk je al genoeg te weten om dit probleem op te lossen, stop dan met lezen en ga aan de gang. Lees later verder om de andere vragen op te lossen en om te kijken of jouw manier naar hetzelfde antwoord leidt.

Wil je eerst enkele aanwijzingen om dit probleem aan te pakken, lees dan nu verder.

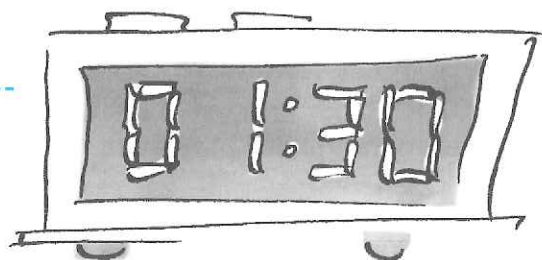
Kansen

Stel je een inbreker voor die overal binnen weet te komen, maar die geen flauw benul van de tijd heeft. Hij weet zelfs niet eens of het dag of nacht is. Die inbreker loopt langs het huis van onze uitvinder. Die heeft op de kloklamp alleen het 1-knopje aangezet.

- 2 Hoe groot is in dit geval de kans dat de lamp brandt?
De kans dat de lamp brandt is

Deze vraag kun je ook anders stellen.

Net als in Les 11 kun je onderzoeken welk deel van alle mogelijkheden het gezochte resultaat geeft.



$$\begin{array}{l} \text{de kans op een 1} \\ \text{op het urendisplay} \end{array} = \frac{\text{het aantal mogelijkheden met een 1 op het urendisplay}}{\text{het totaal aantal mogelijke getallen op het urendisplay}}$$

Het totaal aantal mogelijke getallen op het urendisplay is 24, er zijn 24 uren van 00 tot en met 23. (We gaan ervan uit dat de klok na 23:59 uur verspringt naar 00:00 uur.)

Alle 24 mogelijkheden hebben een even grote kans, elk uur duurt even lang.

3 In hoeveel van die 24 uren komt het cijfer 1 voor? In _____ uren.

4 Hoe groot is dus de kans op een 1 op het urendisplay? Die kans is _____

Als je het goed berekend hebt, dan vond je het volgende:

Het cijfer 1 komt in 12 van de 24 uren voor, namelijk in 01, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 en in 21.

De kans op een 1 op het urendisplay is $\frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 50\%$.

5 Hoe groot is de kans dat de lamp brandt, als alleen het 2-knopje aan staat? Die kans is _____

6 Hoe groot is de kans dat de lamp brandt, als alleen het 3-knopje aan staat? Die kans is _____

Nu komen we terug bij de vraag welke knopjes Simon moet inschakelen. Hij wil dat de lamp ongeveer een derde deel van de tijd brandt. Bij de antwoorden op de vragen 4, 5 en 6 was nergens het antwoord $\frac{1}{3}$. In geen van de gevallen was de kans $33\frac{1}{3}\%$.

7 Bij welke instelling van de knopjes is de kans dat de lamp brandt wel $\frac{1}{3}$? Welke knopjes moeten aan staan, welke uit?

Tip: Onderzoek eerst welke van de drie knopjes aan moeten staan en vooral ook welke uit. Noteer onder ieder knopje of het aan is of uit. Op welke uren brandt de lamp als de twee goede knopjes aan staan? Hoeveel uren is dat per 24 uur?

1-knopje

2-knopje

3-knopje

Bij welke uren (van 00 tot en met 23) brandt de lamp? _____

Hoeveel uren brandt de lamp (per 24 uur)? _____

Is dat een derde deel van de tijd? _____

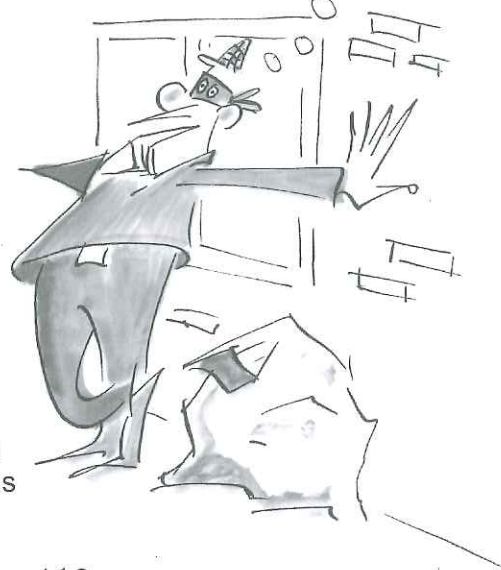
Dus op welke manier zal Simon Buis de lamp inschakelen?

Ten slotte maken we voor de liefhebber het probleem nog wat pittiger. Simon Buis heeft zijn lamp bijgesteld. Het gaat niet meer alleen om de uren op het display, maar ook om de minuten. Als nu het 1-knopje aan is, dan brandt de lamp, zodra het display van de klok een 1 laat zien. Of dat nu bij de uren of bij de minuten is, dat maakt niet uit. Als er maar ergens een 1 staat.

Dezelfde inbreker loopt weer langs het huis van onze uitvinder. Die heeft op de bijgestelde klok-lamp alleen het 1-knopje aangezet.

8 Hoe groot is nu de kans dat de lamp brandt? De kans dat de lamp nu brandt is _____

kans op een 1?



Les 16 Logisch denken

De laatste les van dit boekje is een puzzelles. Natuurlijk gaat het hier om puzzels die met rekenen te maken hebben. Veel puzzels zijn op te lossen door logisch na te denken en goed te combineren.

Het kan voorkomen dat je in het begin helemaal niet weet hoe je het probleem moet aanpakken. En na een tijdje hersenarbeid komt er dan ineens een helder idee boven.

Waar een ander een hint of tip nodig heeft, heb jij jezelf op het goede spoor gebracht.

We zijn benieuwd of jou dat lukt. Veel puzzelplezier!



Puzzel 1

Vul in onderstaande figuur in ieder hokje één cijfer of teken in. Elk cijfer en elk teken moeten precies één keer ingevuld worden. Maak zo in iedere wijk een som met dezelfde uitkomst. Als je een 4 rechts naast een 5 invult, moet je dat lezen als 54. Zie het voorbeeld in de figuur rechts. In drie wiken lees je $54 : 9 = 13 - 7 = 6 + 0$. Maar helaas, nu kom je met 2×8 niet aan dezelfde uitkomst.

Lukt het jou wel om in alle vier de wiken een som met dezelfde uitkomst te krijgen?

0					5			
1					4			
2				3				
+				-				
			=					
x				:				
9				6				
8					7			

Voorbeeld

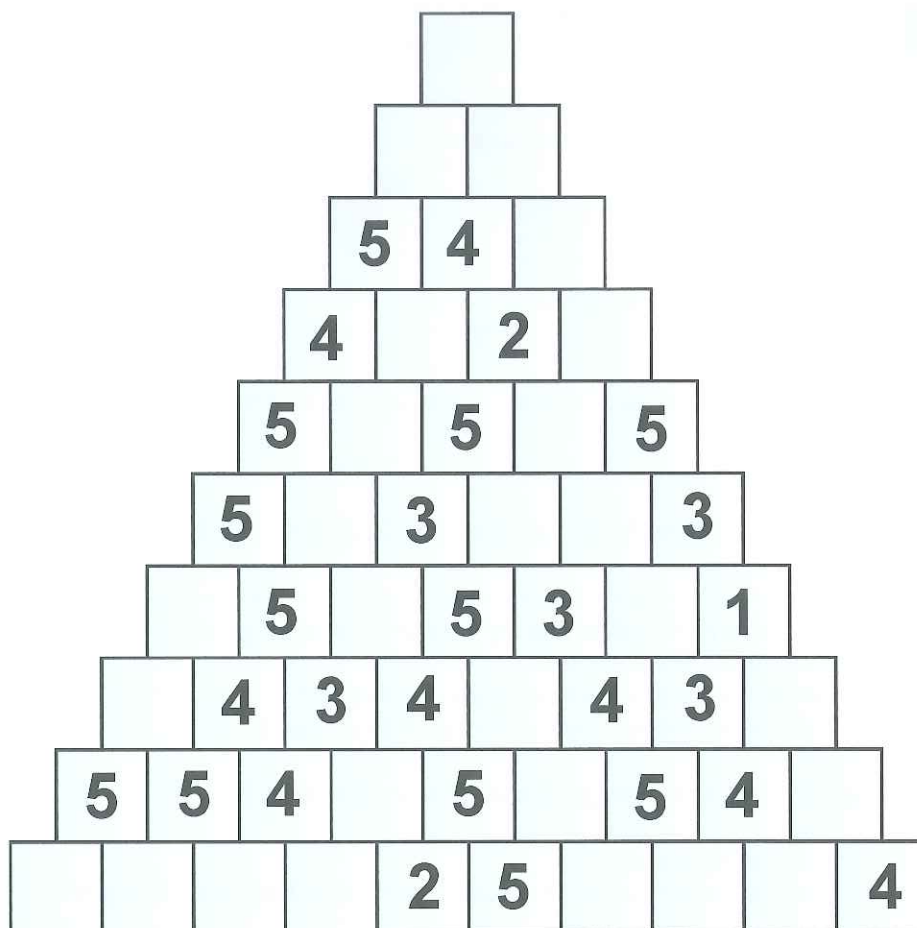
				1				
				3				
				-				
				7				
5	4	:	9	=	6	+	0	

Het is verstandig om eerst (op klad) een aantal invulmogelijkheden uit te proberen.

Daardoor kom je op het spoor van combinaties die echt niet kunnen, maar waarschijnlijk zie je ook mogelijkheden die bijna kloppen. Dan ben je misschien al in de buurt van de goede oplossing.

Als je er na veel proberen echt niet uitkomt, gebruik dan de hint op de volgende bladzijde.

Puzzel 2



Hoe moet je de puzzel maken?

- Je moet in elk hokje van de driehoek een cijfer invullen.
- Die cijfers moeten groepjes vormen.

Wanneer vormen cijfers een groepje?

- De cijfers zijn hetzelfde, bijvoorbeeld drieën.
- De cijfers zijn met elkaar verbonden via hokjes die aan elkaar grenzen.

Welke groepjes moet je maken?

- 5 groepjes van 5 vijven,
- 4 groepjes van 4 vieren,
- 3 groepjes van 3 drieën,
- 2 groepjes van 2 tweeën,
- 1 losse één.

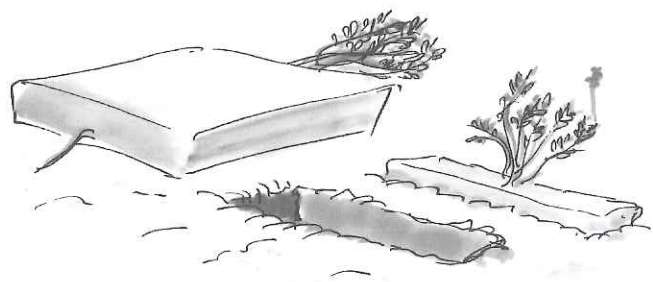
De soortgelijke groepjes mogen elkaar niet raken. Een groepje van 4 vieren bijvoorbeeld mag niet verbonden zijn met een ander groepje van 4 vieren. Dus in een groepje van vieren staan precies 4 vieren, niet meer en niet minder!

Hint voor puzzel 1: Het antwoord is steeds 12.



Toets 4

- 1 De buurman van Ko Nijn heeft voor Ko nog enkele stukjes grond over. Van enkele vierkante stukjes weet hij dat die voor Ko interessant zijn. De buurman snapt dat voor vierkante wortels de oppervlakte heel belangrijk is.



- 1a Welke lengte heeft een vierkant stukje met oppervlakte 81 cm^2 ? cm.
- 1b De buurman weet ook hoe Ko alles opschrijft. Bereken de wortel:

$$\sqrt{4} = \dots \quad \sqrt{64} = \dots \quad \sqrt{144} = \dots \quad \sqrt{169} = \dots$$

- 1c 200 cm^2 210 cm^2 225 cm^2 249 cm^2 250 cm^2 256 cm^2 275 cm^2 289 cm^2

De oppervlaktes uit dit rijtje horen allemaal bij vierkante stukjes grond. Welke oppervlaktes zijn voor Ko geschikt? Ofwel welke oppervlaktes hebben een heel getal als lengte? Omcirkel er drie en zet de lengte van dat stuk onder de oppervlakte.

- 2 We zoeken naar eigenschappen die gelden voor alle getallen a en b .

- 2a Is $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ zo'n eigenschap? Vul in $a = 4$ en $b = 6$ en laat zien dat in dit geval $(a + b)^2$ niet hetzelfde is als $a^2 + b^2$.

$$(a + b)^2 = \dots \quad a^2 + b^2 = \dots$$

- 2b $\sqrt{(a \times b)} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ $\sqrt{(a + b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

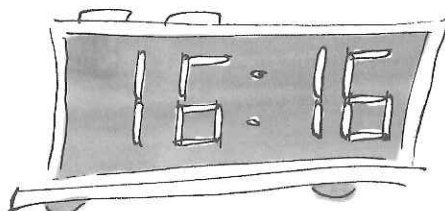
Let op: eerst wat tussen haakjes staat uitrekenen, dan pas de wortel nemen.

En van deze twee formules is een eigenschap die klopt voor alle getallen a en b die groter zijn dan 0. De andere formule klopt niet voor alle getallen, hij klopt zelfs bijna nooit. Welke van de twee formules klopt niet? Zoek zelf geschikte getallen om in te vullen (bijvoorbeeld kwadraten). Laat met die getallen zien welke formule niet klopt.

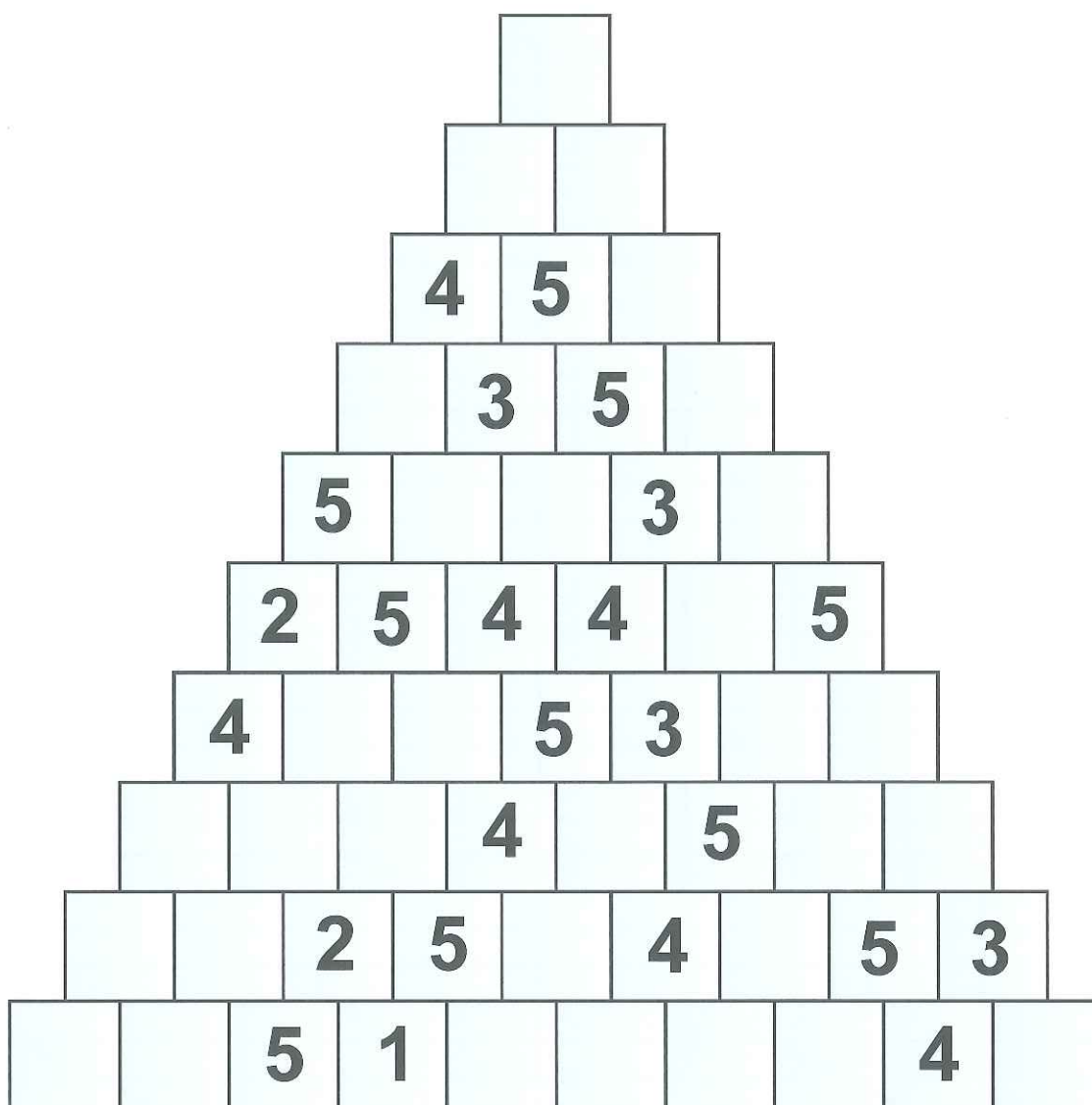
- 3 Er is elke dag maar één minuut dat een digitale klok 16:16 uur aangeeft. De kans om op een willekeurig moment 16:16 te zien is dus niet zo groot. Die kans kan wel groter zijn als je al enkele cijfers op de klok kunt zien.

Op de plaats van het vraagteken staat het cijfer dat je niet kunt zien. Hoe groot is de kans dat er over 5 minuten 16:16 op de klok staat,

- 3a als je nu ?6:11 op de klok ziet? Die kans is
- 3b als je nu 1?:11 op de klok ziet? Die kans is
- 3c als je nu 16:?1 op de klok ziet? Die kans is
- 3d als je nu 16:1? op de klok ziet? Die kans is



- 4 Nu je de eerste drie opgaven gemaakt hebt, is er tijd voor een puzzel.
We zijn benieuwd hoe ver je komt.



Hoe moet je de puzzel maken? Het gaat net als bij de puzzel uit de laatste les.

- Je moet in elk hokje van de driehoek een cijfer invullen.
- Die cijfers moeten groepjes vormen.

Wanneer vormen cijfers een groepje?

- De cijfers zijn hetzelfde, bijvoorbeeld drieën.
- De cijfers zijn met elkaar verbonden via hokjes die aan elkaar grenzen.

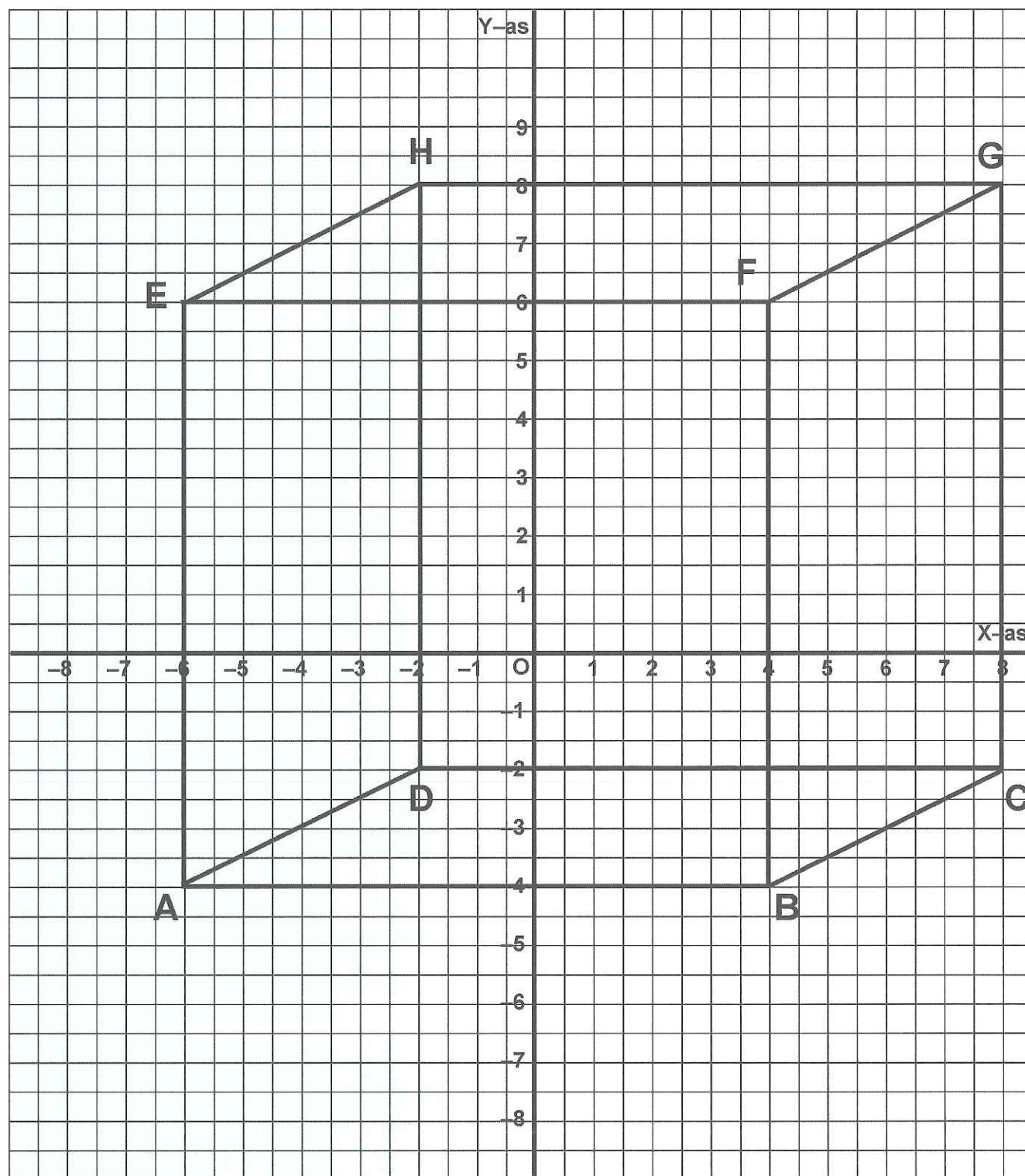
Welke groepjes moet je maken?

- 5 groepjes van 5 vijven,
- 4 groepjes van 4 vieren,
- 3 groepjes van 3 drieën,
- 2 groepjes van 2 tweeën,
- 1 losse één.

Zo moeten dus in een groepje van vieren precies 4 vieren staan, niet meer en niet minder!

Eindtoets A

Deze eindtoets A bestaat uit acht opgaven. In al die opgaven speelt de onderstaande figuur een rol. Bij enkele opgaven wordt een afstand in centimeters genoemd. De afstand tussen O en 1 is 1 cm.



1 Wat zijn de coördinaten van de punten A, B, C, D, E, F, G en H?

A = (_ , _)

B = (_ , _)

C = (_ , _)

D = (_ , _)

E = (_ , _)

F = (_ , _)

G = (_ , _)

H = (_ , _)

2

- 2a Hoeveel vierkanten met lengte 4 cm kun je op vlak ABFE leggen?
De vierkanten mogen nergens over elkaar heen liggen. _____ vierkanten.
- 2b Als al die vierkanten uit opgave 2a op vlak ABFE liggen, dan wordt een deel van vlak ABFE niet bedekt. Hoe groot is de totale oppervlakte van dat deel? _____ cm^2 .
- 2c Een vierkant heeft de oppervlakte die je in opgave 2b gevonden hebt.
Hoe groot is de lengte van dat vierkant? _____ cm.

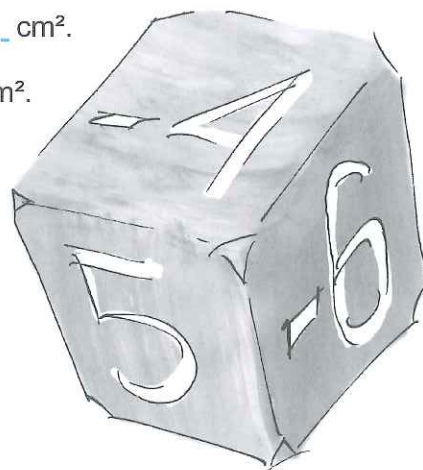
3

- Bij elk punt (x,y) kun je het gemiddelde van de x-coördinaat en de y-coördinaat uitrekenen.

- 3a Bij welke van de punten A, B, C, D, E, F, G, H is dat gemiddelde 3? Bij _____ en bij _____
- 3b Hoe groot is dat gemiddelde bij punt D? _____
En bij E? _____

4

- 4a Wat voor vierhoeken zijn EFGH en BCGF?
- 4b Hoe groot is de oppervlakte van vierhoek EFGH? _____ cm^2 .
- 4c Hoe groot is de oppervlakte van vierhoek BCGF? _____ cm^2 .



- 5 Je werpt twee keer met een dobbelsteen.
Op de zes zijvlakken van de dobbelsteen staan de getallen -4, -5, -6, 4, 5 en 6.
Wat je in de eerste worp gooit, stelt de x-coördinaat van een punt voor.
Wat je in de tweede worp gooit, stelt de y-coördinaat van een punt voor.
- 5a Hoe groot is de kans dat je in de eerste worp een x-coördinaat gooit van een van de punten A, B, C, D, E, F, G, H? Die kans is _____
- 5b Hoe groot is de kans dat je met je twee worpen een x-coördinaat en een y-coördinaat gooit zó, dat (x,y) een van de punten A, B, C, D, E, F, G of H is? Die kans is _____
- 5c Hoe groot is diezelfde kans uit opgave 5b, als je zelf mag kiezen welke van de twee worpen de x-coördinaat is? De andere worp geldt dan als y-coördinaat. Die kans is _____

6

- (x,y) is een punt met x als x-coördinaat en y als y-coördinaat.

Voor dit punt (x,y) geldt: $x + y = 0$ én $x = \sqrt{16}$.

Welk van de punten A, B, C, D, E, F, G, H wordt hier bedoeld? Punt _____ (____, ____)

7

- Van vlieger BDAT zie je in het assenstelsel de hoekpunten B, D en A.
Het vierde hoekpunt T staat niet in het assenstelsel getekend. Wat zijn de coördinaten van T?

Punt T = (____, ____)

8

- 8a Het punt P ligt precies op het midden van lijnstuk EA. Punt P = (____, ____)
- 8b Het punt Q ligt precies op het midden van lijnstuk HD. Punt Q = (____, ____)
- 8c Het punt R ligt precies op het midden van lijnstuk PQ. Punt R = (____, ____)

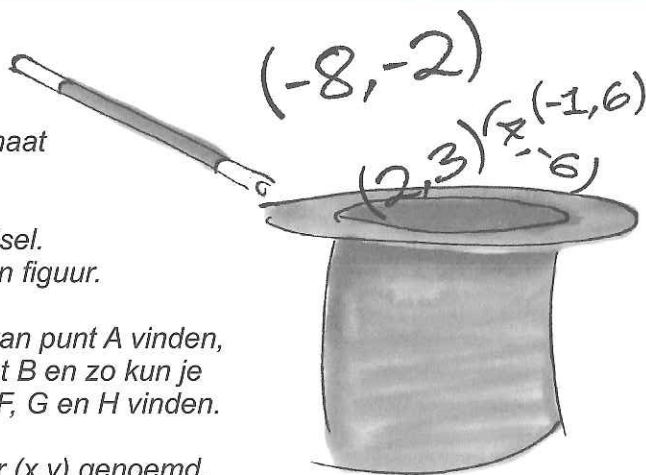
Eindtoets B

Het eerste deel van deze Eindtoets B bestaat uit acht opgaven.
In die opgaven ga je op zoek naar acht getallenparen.
Daarvan moet je steeds de x-coördinaat en de y-coördinaat vinden.

In het tweede deel van de toets gebruik je het assenstelsel.
Daarin teken je met behulp van de gevonden punten een figuur.

In opgave 1 kun je de x-coördinaat en de y-coördinaat van punt A vinden, in opgave 2 de x-coördinaat en de y-coördinaat van punt B en zo kun je verder in de opgaven 3 tot en met 8 de punten C, D, E, F, G en H vinden.

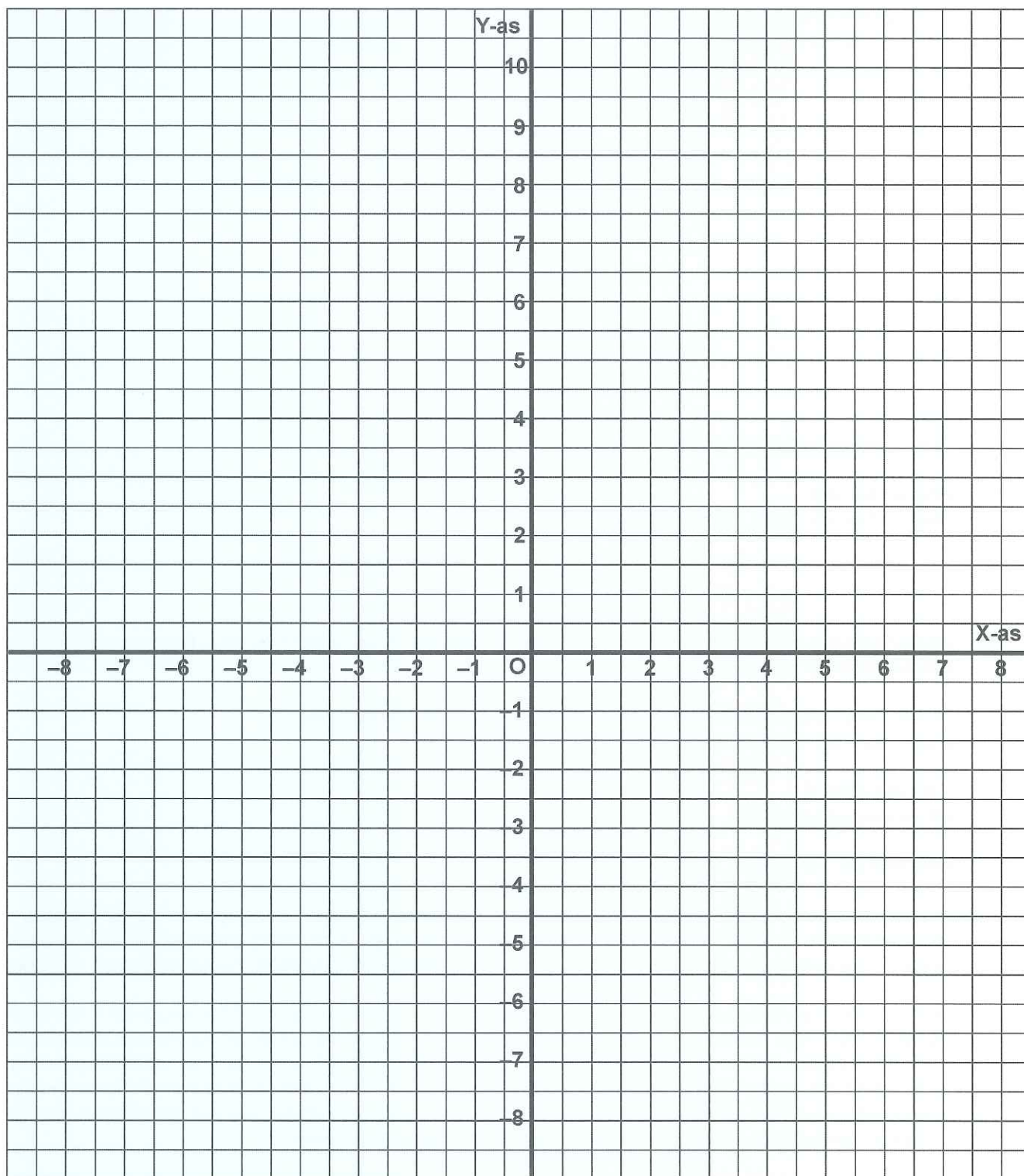
Let op! In alle opgaven wordt het gezochte getallenpaar (x,y) genoemd.
De wortel uit een getal is nooit een negatief getal.



- 1 Voor de x-coördinaat en de y-coördinaat van A geldt: $x = y$ én $-x = \sqrt{16}$.
Hoe groot is x en hoe groot is y?
 $A = (- \quad, - \quad)$
- 2 Voor B geldt: het gemiddelde van x en y is k, waarbij k de kans is dat een worp met twee gewone dobbelstenen in totaal minstens 2 oplevert én $x - y = 10$. Hoe groot is x en hoe groot is y?
 $B = (- \quad, - \quad)$
- 3 Voor C geldt: C ligt op de x-as én de kans dat je in twee worpen met een gewone dobbelsteen beide keren minstens x gooit is $\frac{1}{4}$.
 $C = (- \quad, - \quad)$
- 4 Voor D geldt: D is het hoekpunt van een parallellogram, waarvan AB, BC, CD én DA de zijden zijn.
 $D = (- \quad, - \quad)$
- 5 Voor E geldt: $x + 10 = y$ én $x + y = 2$.
 $E = (- \quad, - \quad)$
- 6 Voor F geldt: x is groter dan 0 én $x = y$ én $x^2 + y^2 = 72$.
 $F = (- \quad, - \quad)$
- 7 Voor G geldt: $x + y = 14$ én $y = \sqrt{100}$.
 $G = (- \quad, - \quad)$
- 8 Voor H geldt: $x = 0 + 4 - 17 - -21 + -14$ én $y = 0 - 9 - -15 - 2 + 7 + -1$
 $H = (- \quad, - \quad)$

Teken de punten A, B, C, D, E, F, G en H in het assenstelsel. Als je twee punten met elkaar verbindt, noem je dat een lijnstuk. Teken ook de lijnstukken AB, BC, CD, DA, de lijnstukken EF, FG, GH, HE en de lijnstukken EA, FB, GC en HD.

Wat voor figuur zie je nu?



Illustraties

Kre-add/Marcel Westervoorde, Aiphen a/d Rijn

Vormgeving en lay-out

Kre-add/Marcel Westervoorde, Aiphen a/d Rijn

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt leermiddelen voor Primair Onderwijs, Voortgezet Onderwijs, Beroepsonderwijs en Volwasseneneducatie en Hoger Onderwijs

Meer informatie over ThiemeMeulenhoff en een overzicht van onze leermiddelen:
www.thiememeulenhoff.nl of via onze klantenservice (088) 800 20 17

ISBN 978 90 262 4207 6

Eerste druk, zesde oplage, 2011

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2007

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 Auteurswet j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl., dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is voorzien van het FSC®-keurmerk. Dit betekent dat de bosbouw voor het gebruikte papier op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

