

Zelfstandig werken

Rekenen

Groep 7-8

Antwoorden



Wiskunde
Deel 1

Topklassers

antwoorden

ThiemeMeulenhoff



TOPkl $\blacktriangle$ ssers

wiskunde

deel 1

Antwoordenboek

Auteur

Pascal Goderie



ThiemeMeulenhoff ontwikkelt leermiddelen voor Primair Onderwijs, Voortgezet Onderwijs, Beroepsonderwijs en Volwasseneneducatie en Hoger Onderwijs

Meer informatie over ThiemeMeulenhoff en een overzicht van onze leermiddelen:
www.thiememeulenhoff.nl of via onze klantenservice (088) 800 20 15

ISBN 978 90 262 4208 3

Eerste druk, zesde oplage, 2011

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2007

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 Auteurswet j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl., dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is voorzien van het FSC®-keurmerk. Dit betekent dat de bosbouw voor het gebruikte papier op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.



Inleiding voor de leerkracht

Dit is het antwoordenboek van het eerste deel van *Topklassers Wiskunde*.

Topklassers Wiskunde zijn vooral bestemd voor kinderen van groep 7 en 8 die behoefte hebben aan een extra uitdaging. Het werkboekje voor de leerling staat vol met wiskundige vraagstukken. Voor kinderen die zo'n uitdaging aankunnen en die niet snel opgeven.

Voor die kinderen bevat *Topklassers Wiskunde* tal van interessante problemen, die eigenlijk pas op de middelbare school aan bod komen.

De kinderen maken onder andere kennis met negatieve getallen, kwadraten en vierkantswortels. Ze zetten ook de eerste stappen algebra.

Voor kinderen die wat minder zelfstandig met problemen aan de gang kunnen, is dit boekje niet zo geschikt. Het is niet de bedoeling dat u als leerkracht veel steun moet gaan bieden. Het kan natuurlijk wel de aanzet zijn tot een incidentele verrijking van uw reguliere lessen rekenen.

Als een les af is, kan een leerling in dit antwoordenboek zelf de antwoorden controleren.

Wie weet, verrassen uw leerlingen u met mooie wiskundige oplossingen.

Misschien kunnen zij hun nieuw opgedane kennis eens aan de groep presenteren?

Veel plezier met uw *wiskunde topklassers*!

Pascal Goderie

Les 1 De grote onbekende

- 1** Aanwijzing 1 klopt alleen voor J. de Schilder en voor H. Ivoor. Je hebt drie verschillende cijfers nodig om precies zes combinaties te maken. Bijvoorbeeld **7231** geeft **137, 173, 317, 371, 713** en **731**. De 2 telt niet mee, die is even.
B. van Platen en K. van der Steen hebben maar twee oneven cijfers in de postcode, daar kun je maar twee combinaties mee maken.
R. Kleiweg heeft wel drie oneven cijfers, maar door de twee drieën zijn er maar drie verschillende mogelijkheden (133, 313 en 331).

Aanwijzing 2 klopt voor J. de Schilder en R. Kleiweg samen ($18 + 93 = 111$) en voor B. van Platen en K. van der Steen samen ($47 + 64 = 111$).

Alleen voor J. de Schilder gelden allebei de aanwijzingen (1 en 2). Dus J. de Schilder is Mr. X.

- 2**
- | | | | |
|--------------------------|----------|-----------------------|----------|
| $a + 24 = 80$ | $a = 56$ | $148 + b = 213$ | $b = 65$ |
| $30 - c = 29$ | $c = 1$ | $d - 11 = 66$ | $d = 77$ |
| $2 \times e = 60$ | $e = 30$ | $f \times 5 = 60$ | $f = 12$ |
| $297 : g = 9$ | $g = 33$ | $h : 4 = 14$ | $h = 56$ |
| $144 + 3 \times i = 300$ | $i = 52$ | $160 - (12 + j) = 78$ | $j = 70$ |

Het getal 56 is twee keer ingevuld (a en h).

- 3** $y - 5 = 36$, $y = 36 + 5 = 41$. De moeder van Bart is 41 jaar.
- 4** Er geldt: $48 = 3 \times a$.
En ook $a = 48 : 3 = 16$. Dus Ali is 16 jaar.
- 5** zie tekst
- 6** Noem de leeftijd van de jongste zus bijvoorbeeld z .
De andere leeftijden zijn dan $1\frac{1}{2} \times z$ en $2 \times z$.
Dan geldt $z + 1\frac{1}{2} \times z + 2 \times z = 99$, ofwel $4\frac{1}{2} \times z = 99$.
Dan geldt ook $9 \times z = 198$. Dan geldt: $z = 198 : 9 = 22$.
Dus de jongste zus is 22 jaar, de middelste 33 jaar en de oudste 44 jaar.

- 7** Noem de leeftijd van vader **p**.
 Nu is vader precies half zo oud als opa. Dus de leeftijd van opa is $2 \times p$.
 25 jaar geleden waren opa en vader samen 49 jaar. Nu zijn ze allebei 25 jaar ouder.
 Nu zijn opa en vader dus samen $49 + 50 = 99$ jaar.
 Ofwel $p + 2 \times p = 99$, $3 \times p = 99$, dus $p = 99 : 3 = 33$.
 Vader is nu 33 jaar en opa is 66 jaar.

Les 2 Negatieve getallen deel 1

1	verdieping 8	Fam. Van Agt
	verdieping 7	Mw. Zeuven
	verdieping 6	Dhr. van Boven
	verdieping 5	
	verdieping 4	
	verdieping 3	
	verdieping 2	Mw. Zondag
	verdieping 1	
	verdieping 0	Dhr. en Mw. Vlak
	verdieping -1	
	verdieping -2	Dhr. Duister
	verdieping -3	
	verdieping -4	Fam. Van Onderen
	verdieping -5	Mw. Van Dalen
	verdieping -6	

2	verdieping 8	Fam. Van Agt
	verdieping 7	Mw. Zeuven
	verdieping 6	Dhr. van Boven
	verdieping 5	Mw. Kruin
	verdieping 4	Fam. Kwartet
	verdieping 3	Fam. Vogels
	verdieping 2	Mw. Zondag
	verdieping 1	Mw. Slot
	verdieping 0	Dhr. en Mw. Vlak
	verdieping -1	Fam. Schemer
	verdieping -2	Dhr. Duister
	verdieping -3	Dhr. Tussenin
	verdieping -4	Fam. Van Onderen
	verdieping -5	Mw. Van Dalen
	verdieping -6	Fam. Dieper

Vervolg van 2

$$0 - 1 = -1$$

$$-1 + 4 = 3$$

$a = 6$, de lift gaat 6 verdiepingen omlaag

$-3 + 8 = 5$, dus mevrouw Kruin woont op verdieping 5

$$-3 - 3 = -6$$

$-6 + 10 = 4$, familie Kwartet woont op verdieping 4

Mevrouw Slot geeft de opdracht -7

$$b = 7$$

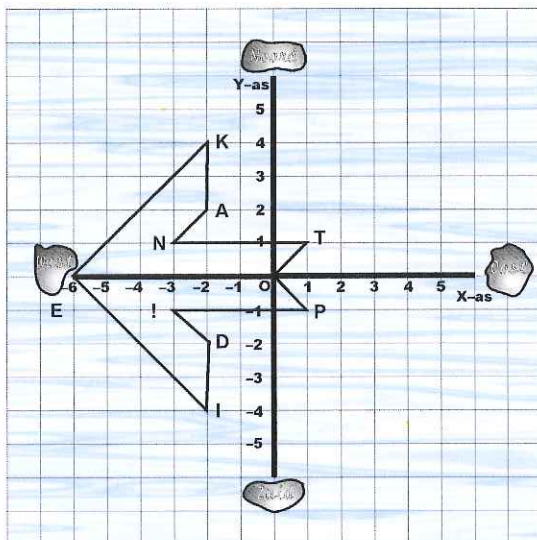
3	$a = 8$	$e = -3$	$k = 6$
	$b = 5$	$f = -1$	$m = -5, n = -2$
	$c = 2$	$g = 4, h = -4$ of $g = -4, h = 4$	$p = 3, q = 7$
	$d = -6$	$i = 1, j = 0$	

Les 3 Assenstelsels

- De schat is begraven op eiland Zilver.
Daarop ligt het getallenpaar $(2,2)$.
- Op eiland Goud liggen: $(2,4)$ $(1,4)$ $(1,3\frac{1}{2})$
Op eiland Zilver liggen: $(3,2)$ $(3,1)$ $(2,2)$ $(3,1\frac{1}{2})$
Op eiland Brons liggen: $(5,3)$ $(6,4)$
In het water ligt: $(2,3)$
- Het punt $(0,4)$ ligt op de y-as, het ligt het dichtst bij eiland Goud.
 $(5\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4})$ ligt op eiland Brons.
- $(2,-3)$

5

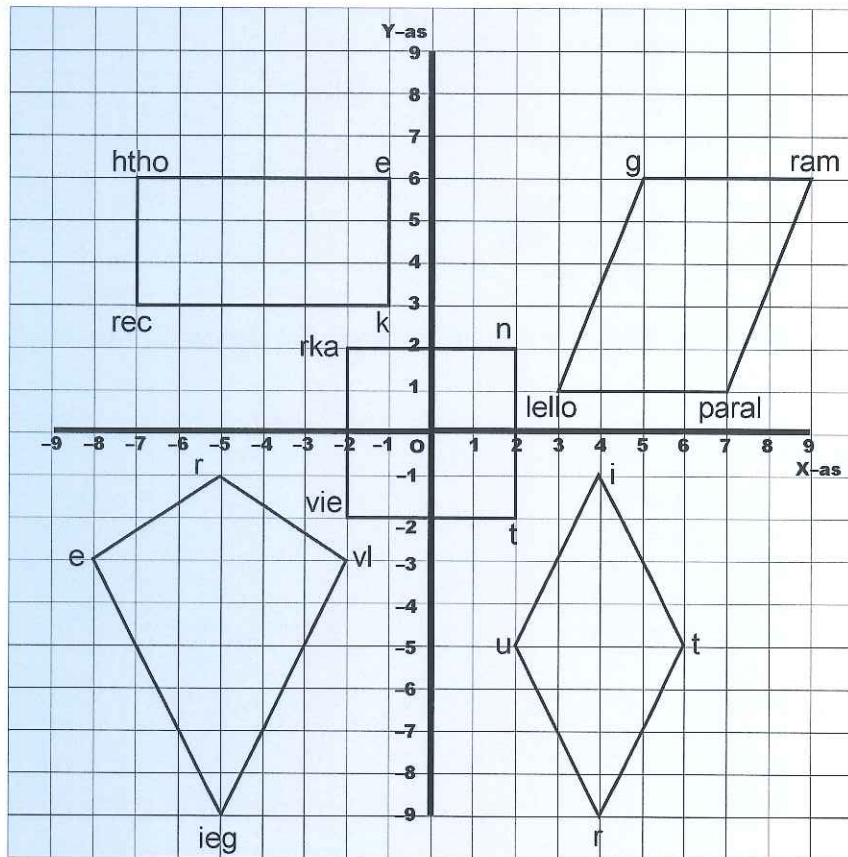
De schat ligt
op eiland West
(DIE KANT OP!)



Les 4 Vierhoeken

1 $A = (-1, 2)$ $B = (3, 1)$ $C = (5, -2)$ $D = (-4, -2)$

2



rechthoek	parallellogram	ruit	vlieger	vierkant
$(-1, 6)$	$(5, 6)$	$(4, -1)$	$(-8, -3)$	$(2, 2)$
e	g	i	e	n

Een ander woord voor parallel: evenwijdig.

Toets 1

1

1a $2 \times k + 18 = 100$
 $2 \times k = 100 - 18 = 82$
 $k = 82 : 2 = 41$
Mevrouw Kassa is 41 jaar.

1b $w - 41 = 119$
 $w = 119 + 41 = 160$

1c $d + 19 = (200 + 136) : 2$
 $d + 19 = 336 : 2 = 168$
 $d = 168 - 19 = 149$

1d Mevrouw Kassa zit met 160 dropjes het dichtst bij 149 dropjes.

2

2a $14 - 16 = -2$
 $16 - 24 = -8$
 $-25 + 12 = -13$
 $-10 + 10 = 0$
 $-19 + 34 = 15$

2b $a = 5$
 $b = 19$
 $c = 3$
 $d = -9$

2c $e = 7$
 $f = -9$
 $g = -15$
 $h = -30$

3

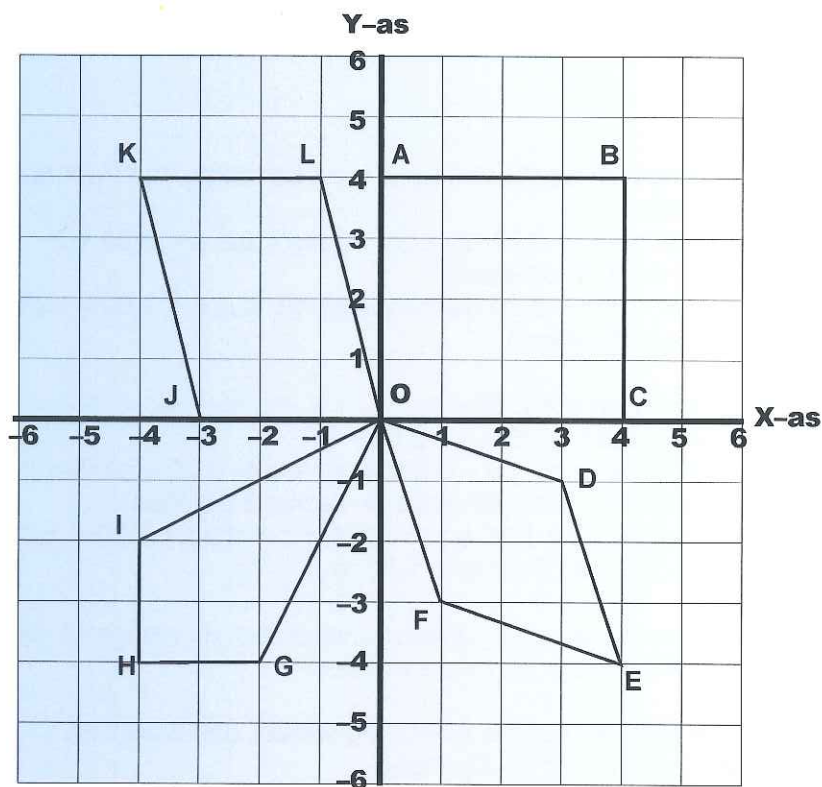
3a $B = (4, 4)$ $E = (4, -4)$ $H = (-4, -4)$ $K = (-4, 4)$

3b $A = (0, 4)$ $C = (4, 0)$

3c $F = (1, -3)$

3d $G = (-2, -4)$ $I = (-4, -2)$

3e $J = (-3, 0)$ $L = (-1, 4)$



Les 5 Twee onbekenden

- 1 Aanwijzing 1 kan niet kloppen voor J. de Schilder en R. Kleiweg samen.
 $7231 - 3231 = 4000$.

Aanwijzing 2 klopt voor J. de Schilder en R. Kleiweg samen ($18 + 93 = 111$) en voor B. van Platen en K. van der Steen samen ($47 + 64 = 111$).

Alleen voor B. van Platen en K. van der Steen samen gelden beide aanwijzingen (1 en 2).

Dus B. van Platen en K. van der Steen zijn Mr. X en Mr. Y.

- 2 zie tekst

- 3 zie tekst

- 4 We noemen de lengte van Loes a en de lengte van Fatima b (in meters).
Dan geldt: $a - b = 0,20$ (verschil 20 cm), dus $a = 0,20 + b$ (links en rechts b optellen).
Ook geldt: $a + b = 2,80$ (samen 2,80 m), dus $a = 2,80 - b$ (links en rechts b aftrekken).

$$a = 0,20 + b \text{ en } a = 2,80 - b.$$

Nu moet gelden: $0,20 + b = 2,80 - b$.

Dan geldt ook: $b = 2,60 - b$ (links en rechts 0,20 aftrekken).

En dus ook: $b + b = 2,60$ (links en rechts b optellen).

Dan: $b = 2,60 : 2 = 1,30$ en $a = 0,20 + b = 0,20 + 1,30 = 1,50$.

Loes is 1,50 m en Fatima is 1,30 m.

Er zijn overigens meer goede manieren om dit vraagstuk op te lossen. Wat vind je van deze manier?

Stel dat Loes en Fatima even lang waren, dan waren ze beiden $2,80 \text{ m} : 2 = 1,40 \text{ m}$ lang.

De 20 centimeter verschil moet eerlijk verdeeld worden.

Loes is de grootste van de twee, dus Loes is 10 cm langer dan 1,40 m; zij is 1,50 m. Fatima is 10 cm korter dan 1,40 m; zij is 1,30 m.

- 5** We noemen het bedrag voor boer Melk m en het bedrag voor boer Vee v .

Dan geldt: $m + v = 1.800$

En ook geldt: $v = 4 \times m$

Als je v in de eerste regel vervangt door $4 \times m$, dan krijg je:

$$m + 4 \times m = 1.800$$

$$m + 4 \times m = 5 \times m, \text{ dus } 5 \times m = 1.800$$

$$\text{Dan geldt: } m = 1.800 : 5 = 360$$

Boer Melk krijgt $1 \times 360 = \text{€ } 360,-$ en boer Vee krijgt

$$4 \times 360 = \text{€ } 1.440,-.$$

Les 6 Negatieve getallen deel 2

1

code [+7/-2/-8/+2/+1] op 30-04 / 13:31 uur			
van verdieping	opdracht	naar verdieping	som
0	+7	7	$0 + 7 = 7$
7	-2	5	$7 - 2 = 5$
5	-8	-3	$5 - 8 = -3$
-3	+2	-1	$-3 + 2 = -1$
-1	+1	0	$-1 + 1 = 0$

- 2** zie tekst

- 3** Op verdieping -5, de verdieping waar mevrouw Van Dalen woont. Daar ging de dader naartoe.

- 4** Tussen de opdrachten +5 en -1. Opdracht +5 komt uit op verdieping 2.

Als dan de opdracht -7 komt, gaat de lift naar verdieping -5, de verdieping waar mevrouw Van Dalen woont.

Je kunt ook terugrekenen vanaf het einde van de code.

Je vindt dan dat de lift op verdieping -5 is, als de eerste keer opdracht -1 wordt gegeven.

- 5 De vermoedelijke dader kwam van verdieping 2.
Dat maakt mevrouw Zondag tot verdachte.
- 6 $18 + -5 = 13$ $-1 + -3 = -4$ $9 - -6 = 15$ $3 + -6 = -3$
 $0 + -12 = -12$ $-4 - -10 = 6$
- 7 $1 - -7$ betekent een **daling** van **-7** verdiepingen; dat komt neer op een **stijging** van **7** verdiepingen.
Dus $1 - -7 = 1 + 7 = 8$.
- 8 De code van 14:26 uur komt uit op -6 en klopt dus niet.
De andere twee codes zijn wel goed.
- 9 $[-3 / + 4 / - -1 / + 6 / - 7 / + -5 / - -4]$
Mevrouw Zondag gaat bij **+ 6** van verdieping 2 (waar zij woont) naar verdieping 8, waar familie Van Agt woont. Daar vindt de tweede diefstal plaats.

Les 7 Het assenstel(s)pel

- 1 Per vak zijn er $4 \times 4 = 16$ roosterpunten.

2

Speler	De boten die deze speler uitschakelt	De boten die deze speler overhoudt	Het aantal punten voor deze speler	De coördinaten van de derde boot
Ayla	DII en BII	AI, AII en AIII	$2 + 3 = 5$	(3,2)
Benjamin	geen	BI	$0 + 1 = 1$	(3,-2)
Celim	BIII en DI	CI en CIII	$2 + 2 = 4$	(-4,-2)
Dorien	CII	DIII	$1 + 1 = 2$	(-1,4)

De winnaar van het spel is Ayla.

De boten AIII en BIII liggen gespiegeld t.o.v. de x-as.

Daaruit volgt: AIII = $(3,2)$ en BIII = $(3,-2)$.

(De mogelijkheden $(3,1)$ voor AIII en $(4,-2)$ voor BIII vallen af door het gegeven dat AIII en BIII t.o.v. de x-as gespiegeld liggen.)

Les

8

Parallelogrammen

- 1 Het lijstje van Mehmet is een parallellogram.
- 2 Ja, het lijstje van Sibel is ook een parallellogram.
De tegenoverliggende zijden zijn parallel en even lang.
Iedere rechthoek is automatisch een parallellogram.
Andersom hoeft niet ieder parallellogram een rechthoek te zijn.
Kijk maar naar het lijstje van Mehmet.
- 3 Sibel heeft gelijk. In opdracht 4 wordt dat duidelijk.
- 4 De twee goede mogelijkheden zijn:
d - j - tekening I - h - b - g - c
f - a - e - tekening II - i - b - g - c

Toets 2

1

- 1a René (16 jaar) en Germaine (25 jaar).
De gast die net zo oud is als hun verschil in leeftijden, is André (9 jaar).

1b
$$\begin{array}{lll} x + y = 41 & \rightarrow & x = 41 - y \\ x - y = 9 & \rightarrow & x = 9 + y \\ 41 - y = 9 + y & \rightarrow & 41 - 9 = y + y \\ y = 32 : 2 & & \\ y = 16 & & \\ x = 25 & & \end{array}$$

- 1c Dit geldt voor de twee gasten Elske (22 jaar) en Henk (54 jaar).

Oplossing 1 Leeftijden nu zijn a en b.

$$\begin{array}{lll} a + 10 = 2 \times (b + 10) & \rightarrow & a + 10 = 2 \times b + 20 \rightarrow a = 2 \times b + 10 \\ a + 10 + b + 10 = 86 + 10 & \rightarrow & a + b + 20 = 96 \rightarrow a = 76 - b \end{array}$$

$$2 \times b + 10 = 76 - b \rightarrow 3 \times b = 66 \rightarrow b = 22 \rightarrow a = 76 - 22 = 54$$

Oplossing 2 Leeftijden over 10 jaar zijn a en b.

$$\begin{array}{lll} a = 2 \times b & \rightarrow & a = 2 \times b \\ a + b = 86 + 10 = 96 & \rightarrow & a = 96 - b \end{array}$$

$$2 \times b = 96 - b \rightarrow 3 \times b = 96 \rightarrow b = 32 \rightarrow a = 96 - 32 = 64$$

Leeftijden nu zijn 10 jaar jonger, dus 22 en 54 jaar.

2

- 2a De gemiddelde temperatuur van maandag en dinsdag is $(3 + -7) : 2 = -4 : 2 = -2^\circ \text{C}$.

2b Het temperatuurverschil van maandag en dinsdag: $3^\circ - -7^\circ = 3^\circ + 7^\circ = 10^\circ \text{ C}$; dinsdag is het 10 graden kouder.
Het dubbele van de gemiddelde temperatuur van maandag en dinsdag: $3^\circ + -7^\circ = -4^\circ \text{ C}$.

2c $-7^\circ - -11^\circ = -7^\circ + 11^\circ = 4^\circ \text{ C}$; woensdag is het 4 graden kouder.
Het volgende antwoord is ook goed:
 $-11^\circ - -7^\circ = -11^\circ + 7^\circ = -4^\circ \text{ C}$; op woensdag is de temperatuur 4 graden gedaald.

2d $(-7^\circ + -11^\circ) : 2 = -18^\circ : 2 = -9^\circ \text{ C}$

2e $(3^\circ + -7^\circ + -11^\circ) : 3 = -15^\circ : 3 = -5^\circ \text{ C}$

3

3a Vierhoek ABCD is een parallellogram.

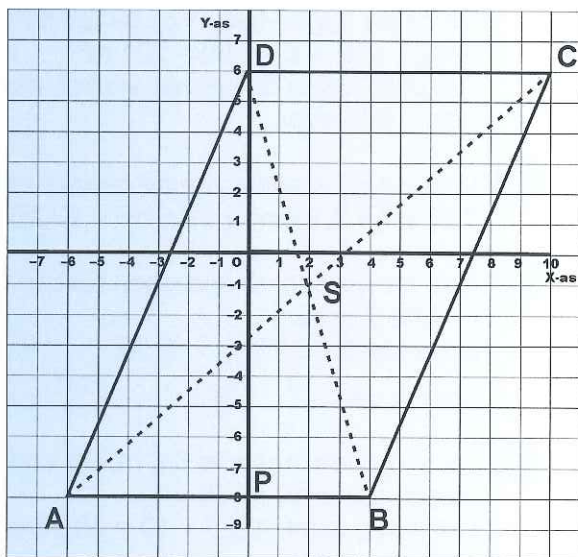
3b $AB = 10 \text{ cm}$

3c $PD = 14 \text{ cm}$

3d De oppervlakte van parallellogram ABCD
= breedte x hoogte
= $10 \times 14 = 140 \text{ cm}^2$

3e $S = (2, -1)$

3f De oppervlakte van driehoek ABC is de helft van oppervlakte ABCD = $140 \text{ cm}^2 : 2 = 70 \text{ cm}^2$.



Les 9 Tapijthandel K.W.A. Draat

- 1 $1 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 + 9 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2 + 25 \text{ m}^2 = 55 \text{ m}^2$.
- 2 De sprongen tussen de kwadraten worden telkens 2 groter:
oppervlakte: 1 4 9 16 25
sprong van: $\overset{\curvearrowright}{+ 3}$ $\overset{\curvearrowright}{+ 5}$ $\overset{\curvearrowright}{+ 7}$ $\overset{\curvearrowright}{+ 9}$

- 3 De volgende lengte is 6 m, de volgende sprong tussen de kwadraten is 11 m^2 .
Dat klopt, want $25 + 11 = 36$ en $6^2 = 36$.

- 4 5 rollen van 1 meter lang = $5 \times 1 \text{ m}^2 = 5 \text{ m}^2$
7 rollen van 2 meter lang = $7 \times 4 \text{ m}^2 = 28 \text{ m}^2$
6 rollen van 3 meter lang = $6 \times 9 \text{ m}^2 = 54 \text{ m}^2$
4 rollen van 4 meter lang = $4 \times 16 \text{ m}^2 = 64 \text{ m}^2$
2 rollen van 5 meter lang = $2 \times 25 \text{ m}^2 = 50 \text{ m}^2$

De totale oppervlakte van de tapijten is
 $5 + 28 + 54 + 64 + 50 = 201 \text{ m}^2$.

Dat past wel in de nieuwe winkel, maar er blijft dan te weinig loopruimte over.

- 5 Voor de vijf stapels van de nieuwe collectie heb je nodig:
 $0,25 \text{ m}^2 + 2,25 \text{ m}^2 + 6,25 \text{ m}^2 + 12,25 \text{ m}^2 + 20,25 \text{ m}^2 = 41,25 \text{ m}^2$.
- 6 Ook nu worden de sprongen tussen de kwadraten telkens 2 groter:
oppervlakte: 0,25 2,25 6,25 12,25 20,25
sprong van: $\overset{\curvearrowright}{+ 2}$ $\overset{\curvearrowright}{+ 4}$ $\overset{\curvearrowright}{+ 6}$ $\overset{\curvearrowright}{+ 8}$
- 7 De volgende lengte is 5,5 m. De volgende sprong tussen de kwadraten is $10 \text{ m}^2 (8 + 2)$.
Dat klopt, want $20,25 + 10 = 30,25$ en $5,5^2 = 30,25$.

- 8 Voor alle stapels samen heb je nodig: $55 + 41,25 = 96,25 \text{ m}^2$.

9 Oppervlakte nieuwe collectie:

$$4 \times 0,25 \text{ m}^2 = 1,00 \text{ m}^2$$

$$1 \times 2,25 \text{ m}^2 = 2,25 \text{ m}^2$$

$$3 \times 6,25 \text{ m}^2 = 18,75 \text{ m}^2$$

$$2 \times 12,25 \text{ m}^2 = 24,50 \text{ m}^2$$

$$2 \times 20,25 \text{ m}^2 = 40,50 \text{ m}^2$$

Bij elkaar: 87 m^2 .

Totale oppervlakte alle kleden =

oppervlakte oude collectie + oppervlakte nieuwe collectie =

$$201 \text{ m}^2 + 87 \text{ m}^2 = 288 \text{ m}^2.$$

Er zijn in totaal $24 + 12 = 36$ vloerkleden.

De gemiddelde oppervlakte van die vloerkleden is

$$288 \text{ m}^2 : 36 = 8 \text{ m}^2.$$

10 Het tapijt is vierkant. Lengte x breedte is in dit geval hetzelfde als lengte x lengte.

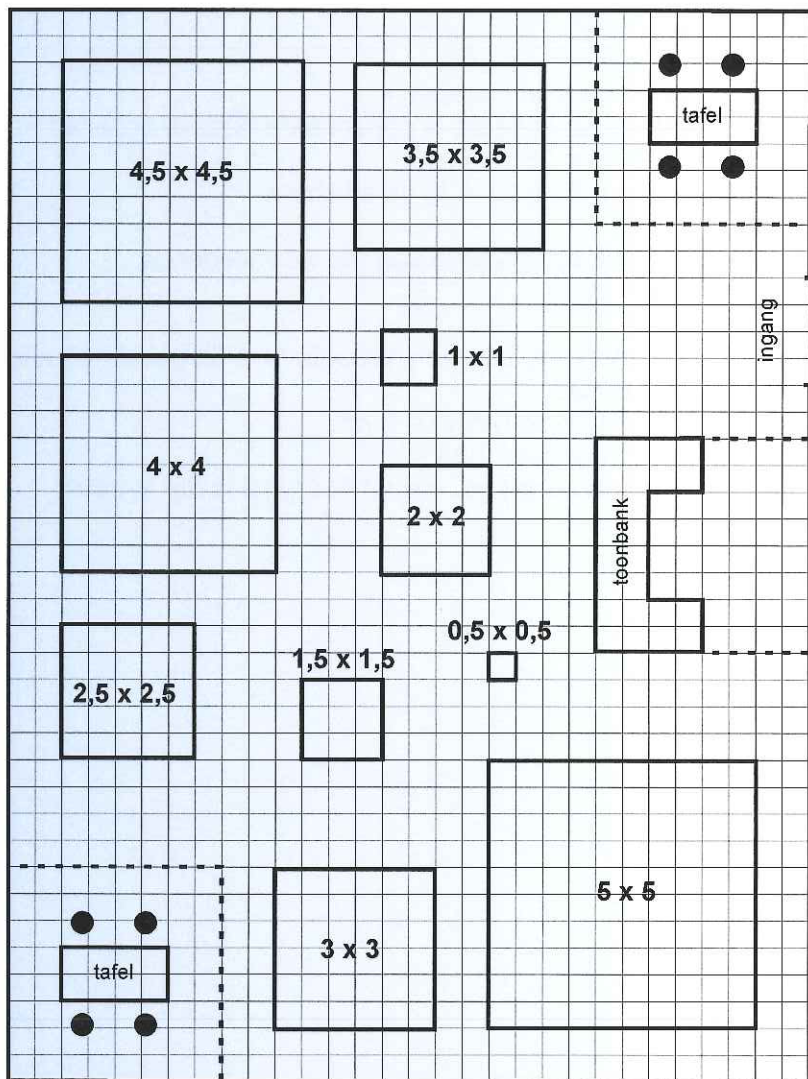
Het kwadraat van de lengte = 8 m^2 .

De lengte is ongeveer $2,83 \text{ m}$.

In Les 13 wordt uitgelegd, dat $\sqrt{8}$ het getal is dat je zoekt.

Les 10 Tapijten neerleggen

- 1 Meerdere oplossingen zijn mogelijk.
Een van de inrichtingen die aan alle voorwaarden voldoet, is de volgende.



- 2 Laat je eigen ontwerp aan de leerkracht zien.

Les 11 Kansen op redding

- 1 zie het antwoord op vraag 4c
- 2 De kans op een niet-giftige pannenkoek in menu 1 = $\frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$
- 3 De kans op een niet-giftige eerste pannenkoek in menu 2 = $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$.
- 4 zie het antwoord op vraag 4c

4a Er zijn vier pannenkoeken over; drie daarvan zijn niet giftig.

4b Drie van de vier pannenkoeken is 75%.

4c De kans op twee niet-giftige pannenkoeken bij menu 2 = 75% van 80% = $\frac{3}{4}$ deel van 80% = 60%.

Dit is een kans van $(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}) = \frac{3}{5}$.

Het antwoord op vraag 4 is dus $\frac{3}{5} = 60\%$.

Omdat vraag 2 en vraag 4 hetzelfde antwoord hebben, is het antwoord op vraag 1: De kans dat er geen giftige pannenkoek gekozen wordt, is bij menu 1 even groot als bij menu 2.

4d Elke pannenkoek komt acht keer voor in de twintig mogelijke combinaties in de tabel.

Dus het maakt niet uit welke van de vijf pannenkoeken giftig is. In elk geval zit er bij acht van de twintig combinaties een giftige pannenkoek.

De kans dat én van de twee appelpannenkoeken bij menu 2 giftig is, is $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 40\%$.

Dit komt overeen met een kans van 60% op twee niet-giftige pannenkoeken.

- 5 De kans op een niet-giftige appelpannenkoek van dienblad 1
 $= \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 80\%$.

Ook de kans op een niet-giftige appelpannenkoek van
dienblad 2 $= \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 80\%$.

De kans op eerst een niet-giftige pannenkoek van dienblad 1
en daarna een niet-giftige van dienblad 2 is dan 80% van 80%,
ofwel $\frac{8}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{64}{100} = 64\%$.

Les 12 Sportief rekenen

- 1 $36.12 + 1.48.00 + 6.26.00 + 13.22.00 = 22.12.12$
- 2 $37.12 + 1.49.50 + 6.20.00 + 13.10.00 = 21.56.62$
- 3 Sven Tayer heeft de kortste tijd over de vier afstanden bij elkaar.
- 6 De tijd op de 5.000 meter moet je door 10 delen,
 $5.000 : 10 = 500$.
- 7 De tijd op de 10.000 meter moet je door 20 delen,
 $10.000 : 20 = 500$.

8

	S. Printer	S. Tayer
500 meter	36.120	37.120
1.500 meter	36.000	36.500
5.000 meter	38.600	38.000
10.000 meter	40.100	39.500

9 $36.120 + 36.000 + 38.600 + 40.100 = 150.820$

10 $37.120 + 36.500 + 38.000 + 39.500 = 151.120$

11 Simon Printer is de winnaar.

12

	V. Lug	R. Ap
500 meter	39.620	39.490
1.500 meter	38.980	39.150
3.000 meter	41.055	40.965
5.000 meter	41.515	41.585
Totaal	161.170	161.190

13 Vera Lug is de winnares.

14 Het verschil tussen Vera Lug en Renate Ap bedroeg 0.020 punt.

Op de 500 meter had Renate Ap 0.02 seconde sneller moeten rijden: 39.47.

Omgerekend naar de 1.500 meter is het verschil drie keer zo groot, dus 0.06 seconde: 1.57.39.

Het verschil op de 3.000 meter is 0.12 seconde: 4.05.67.

Het verschil op de 5.000 meter is 0.20 seconde: 6.55.65.

Les 13 Vierkante wortels

- 1 "De wortel" uit 36 is 6, want $6 \times 6 = 36$.
"De wortel" uit 49 is 7, want $7 \times 7 = 49$.
- 2 Ko snijdt $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45$ wortels.
- 3 De oppervlakte is 16 cm^2 , de lengte is 4 cm.

4

	Oppervlakte	"De wortel"
Keus 1	121 cm^2	11 ($11 \times 11 = 121$)
Keus 2	144 cm^2	12 ($12 \times 12 = 144$)
Keus 3	169 cm^2	13 ($13 \times 13 = 169$)
Keus 4	196 cm^2	14 ($14 \times 14 = 196$)

- 5 De lengte van dit kleed is 4 m.
- 6 $\sqrt{1}$ is de lengte (in m) van het kleed met oppervlakte 1 m,
 $\sqrt{1} = 1$
 $\sqrt{4}$ is de lengte (in m) van het kleed met oppervlakte 4 m,
 $\sqrt{4} = 2$
 $\sqrt{25}$ is de lengte (in m) van het kleed met oppervlakte 25 m,
 $\sqrt{25} = 5$
- 7 De lengte van dit kleed is groter dan 3 m en kleiner dan 4 m.
- 9 Dit tapijt is 3,5 meter lang, want $3,5 \times 3,5 = 12,25$.

- 9 en 10 mogelijkheid 1: $25 + 16 + 2,25 + 0,25 = 43,50 \text{ m}^2$
lengte: 5 m, 4 m, 1,5 m, 0,5 m
prijs: € 500 + € 400 + € 150 + € 50 = € 1.100
- mogelijkheid 2: $25 + 12,25 + 4 + 2,25 = 43,50 \text{ m}^2$
lengte: 5 m, 3,50 m, 2 m, 1,5 m
prijs: € 500 + € 350 + € 200 + € 150 = € 1.200
- mogelijkheid 3: $20,25 + 16 + 6,25 + 1 = 43,50 \text{ m}^2$
lengte: 4,50 m, 4 m, 2,50 m, 1 m
prijs: € 450 + € 400 + € 250 + € 100 = € 1.200

mogelijkheid 4: $16 + 12,25 + 9 + 6,25 = 43,50 \text{ m}^2$

lengte: 4 m, 3,50 m, 3 m, 2,50 m

prijs: € 400 + € 350 + € 300 + € 250 = € 1.300

De tapijten van mogelijkheid 4, met lengtes 4 m, 3,50 m, 3 m en 2,50 m, zijn de tapijten die klaarliggen.

Les 14 Algebra

1 $(13 \times 5) + (7 \times 5) = 20 \times 5 = 100$
 $(97 \times 8) + (3 \times 8) = 100 \times 8 = 800$
 $(29 \times 40) + (11 \times 40) = 40 \times 40 = 1.600$

2 $a = 97, b = 3, c = 8$

3 $a = 29, b = 11, c = 40$

4 $125 \times 7 + 75 \times 7 = (125 + 75) \times 7 = 200 \times 7 = 1.400$

5 De oppervlakte van het kleinste kleed is 9 m^2 .
De oppervlakte van het grootste kleed is 25 m^2 .
Het verschil is $25 - 9 = 16 \text{ m}^2$.

6 $4^2 - 1^2 = 4 \times (4 - 1) + 1 \times (4 - 1) = (4 + 1) \times (4 - 1) = 5 \times 3 = 15$

7 $(3,5)^2 - (2,5)^2 = (3,5 + 2,5) \times (3,5 - 2,5) = 6 \times 1 = 6$.
Het kan ook op een andere manier, maar dat is minder eenvoudig.

Je moet eerst twee lastige kwadraten uitrekenen:

$$(3,5)^2 - (2,5)^2 = 12,25 - 6,25 = 6$$

8 $75^2 - 25^2 = (75 + 25) \times (75 - 25) = 100 \times 50 = 5.000$.
Er blijft 5.000 m^2 over.

9 $(23,5)^2 - (16,5)^2 = (23,5 + 16,5) \times (23,5 - 16,5) = 40 \times 7 = 280$

Les 15 Tijdelijke kansen

- 1** Als het 1-knopje en het 2-knopje allebei ingeschakeld zijn, dan brandt de lamp, zodra er op het urendisplay een 1 of een 2 te zien is.

Allebei mag natuurlijk ook (bijv. 12:05 uur), maar één van beide is al voldoende.

Zowel bijvoorbeeld om 10:35 uur als om 23:47 uur brandt de lamp.

- 2** De kans op een 1 op het urendisplay is $\frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 50\%$.

- 3** zie tekst

- 4** zie tekst

- 5** De kans dat de lamp brandt, als alleen het 2-knopje aan staat = $\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 25\%$.

Bij 02, 12, 20, 21, 22 en 23 staat er een 2 op het urendisplay.

- 6** De kans dat de lamp brandt, als alleen het 3-knopje aan staat = $\frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 12,5\%$.

Bij 03, 13 en 23 staat er een 3 op het urendisplay.

- 7** Als het 1-knopje aan staat, dan brandt de lamp al te veel, namelijk de helft van de tijd. $33\frac{1}{3}\%$ kan dus alleen met de andere twee knopjes bereikt worden.

Als het 1-knopje uit is, het 2-knopje aan en het 3-knopje aan, dan brandt de lamp bij de uren 02, 03, 12, 13, 20, 21, 22 en 23. (dan staat er een 2 of 3)

De lamp brandt dan 8 van de 24 uren.

Dat is een derde deel van de tijd: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$.

Dus Simon Buis laat het 1-knopje uit en doet het 2-knopje en het 3-knopje aan.

- 8 In de helft van alle gevallen staat er een 1 bij de uren, dat is al 50%.

Bij de rest van alle gevallen kijken we naar de minuten.

Van elke 60 minuten in een uur zijn er 15 met een 1:

01, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 41 en 51.

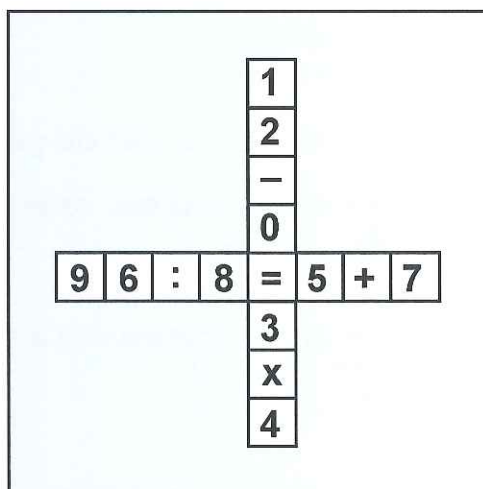
Dus van de rest heeft een kwart van alle minuten een 1.

De kans dat nu de lamp brandt =

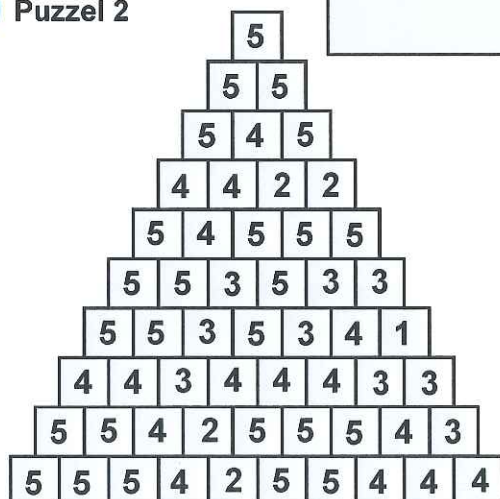
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} \text{ van } \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{8} = 50\% + 12\frac{1}{2}\% = 62\frac{1}{2}\%.$$

Les 16 Logisch denken

1 Puzzel 1



2 Puzzel 2



Toets 4

1

1a 9 cm, want $9 \times 9 = 81$.

1b $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{64} = 8$ $\sqrt{144} = 12$ $\sqrt{169} = 13$

1c oppervlakte: 225 cm² 256 cm² 289 cm²
lengte: 15 cm 16 cm 17 cm

2

2a $(4 + 6)^2 = 10^2 = 100$
 $4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

2b $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ klopt voor alle getallen a en b groter dan 0.

$\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ klopt niet, neem bijvoorbeeld a = 9 en b = 16:

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ klopt wel voor a = 9 en b = 16:

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$$

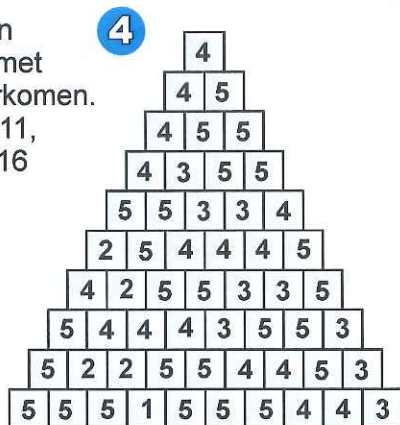
3

3a Op de plaats van het vraagteken staat een 0 of een 1, er staat 06:11 of 16:11 op de klok. Bij 16:11 staat er over 5 minuten 16:16 op de klok. De kans daarop is $\frac{1}{2}$ of 50%, want 06:11 en 16:11 hebben een even grote kans om voor te komen.

3b Op de plaats van het vraagteken kunnen alle cijfers van 0 tot en met 9 met een even grote kans voorkomen. Alleen als er een 6 staat, bij 16:11, dan staat er over 5 minuten 16:16 op de klok. De kans daarop is $\frac{1}{10}$ of 10%.

3c Op de plaats van het vraagteken staat een 0, 1, 2, 3, 4 of 5. Elk van deze zes mogelijkheden heeft een even grote kans om voor te komen. Als er een 1 staat, bij 16:11, dan staat er over 5 minuten 16:11 op de klok. De kans daarop is $\frac{1}{6}$ of $16\frac{2}{3}\%$.

3d Op de plaats van het vraagteken kunnen alle cijfers van 0 tot en met 9 met een even grote kans voorkomen. Alleen als er een 1 staat, bij 16:11, dan staat er over 5 minuten 16:16 op de klok. De kans daarop is $\frac{1}{10}$ of 10%.



Eindtoets A

1 A = (-6, -4) B = (4, -4) C = (8, -2) D = (-2, -2)
E = (-6, 6) F = (4, 6) G = (8, 8) H = (-2, 8)

2

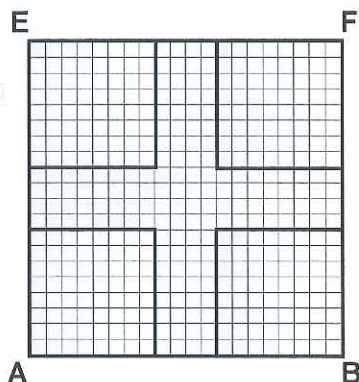
2a 4 vierkanten van 16 cm^2 , bijvoorbeeld zo:

2b $100 \text{ cm}^2 - (4 \times 16 \text{ cm}^2) =$
 $100 \text{ cm}^2 - 64 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$

2c 6 cm, want $6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}.$

3

3a Bij C en bij H.
C: $(8 + -2) : 2 = 6 : 2 = 3$
H: $(-2 + 8) : 2 = 6 : 2 = 3$



- 3b De x-coördinaat van D is even groot als de y-coördinaat, beide -2 . Bij D is het gemiddelde dus -2 .
Het gemiddelde van de x-coördinaat en de y-coördinaat bij E is 0 . $(-6+6) : 2 = 0 : 2 = 0$.

4

- 4a EFGH en BCGF zijn parallellogrammen.

- 4b De oppervlakte van een parallellogram is breedte $\times$ hoogte. Dus de oppervlakte van EFGH $= 10 \times 2 = 20 \text{ cm}^2$.

- 4c Beschouw FB als de breedte van parallellogram BCGF. De hoogte is dan 4 cm , dat kun je op de x-as goed zien. De oppervlakte van BCGF $= 10 \times 4 = 40 \text{ cm}^2$.

5

- 5a Alleen 4 en -6 komen voor op de dobbelsteen én als x-coördinaat van een van de genoemde punten. De kans op 4 of -6 is $\frac{1}{3}$ (twee van de zes verschillende mogelijkheden).

- 5b Er zijn 6 verschillende mogelijkheden voor een worp x en er zijn 6 verschillende mogelijkheden voor een worp y .
Dus zijn er $6 \times 6 = 36$ verschillende mogelijkheden voor een worpencombinatie (x,y) .
De punten A, B, E en F vormen vier van die mogelijkheden. De kans op één van die vier is $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.
De punten C, D, G en H kunnen niet geworpen worden.

- 5c Net als bij opgave 5b zijn er 36 verschillende mogelijkheden voor een worpencombinatie (x,y) . Omdat je nu zelf mag kiezen wat de x-coördinaat wordt en wat de y-coördinaat, kun je het punt A $= (-6,-4)$ maken van zowel de worpencombinatie $(-6,-4)$ als ook van de worpencombinatie $(-4,-6)$.
Zo ook heb je voor de punten B, E en F een dubbele kans.
Er zijn nu dus acht mogelijkheden om op deze manier één van de punten A, B, E en F te werpen. De kans daarop is $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

6

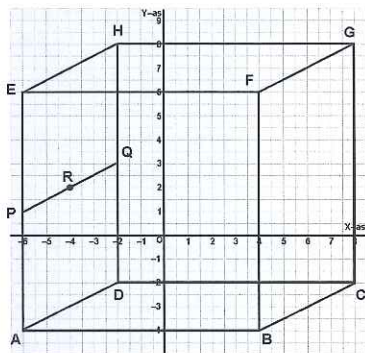
- $x = \sqrt{16} = 4$.
 $x + y = 0$, dus $y = -x = -4$.
Het gaat om het punt B $(4,-4)$.

- 7** De coördinaten van T zijn $(-2, -6)$.
AD is even lang als AT en BD is even lang als BT.
Je vindt het punt T door het punt D te spiegelen in de lijn AB.

8

- 8a** Punt $P = (-6, 1)$, zie afbeelding. De x-coördinaat van P is -6 , net als bij E en A. De y-coördinaat van P is 1 en ligt precies tussen 6 en -4 in (de y-coördinaten van E en A).
- 8b** Punt $Q = (-2, 3)$, zie afbeelding. De x-coördinaat van Q is -2 , net als bij H en D. De y-coördinaat van Q is 3 en ligt precies tussen 8 en -2 in (de y-coördinaten van H en D).

- 8c** Punt $R = (-4, 2)$, zie afbeelding. De x-coördinaat van R ligt precies tussen -6 en -2 in (de x-coördinaten van P en Q). De y-coördinaat van R ligt precies tussen 1 en 3 in (de y-coördinaten van P en Q).



Eindtoets B

- 1** $-x = \sqrt{16} = 4$, dus $x = -4$; $x = y$, dus $y = -4$; $A = (-4, -4)$
- 2** Een worp met twee gewone dobbelstenen levert in alle gevallen in totaal minstens 2 op. De kans k daarop is dus 1.
Het gemiddelde van x en y is 1:
 $(x + y) : 2 = 1 \rightarrow x + y = 2 \rightarrow x = 2 - y$ (I)
Ook geldt: $x - y = 10 \rightarrow x = 10 + y$ (II)
Uit I en II volgt: $2 - y = 10 + y \rightarrow y + y = 2 - 10 = -8 \rightarrow$
 $y = -8 : 2 = -4$
 $x = 10 + y = 10 + -4 = 6$
 $B = (6, -4)$
- 3** C ligt op de x-as, dus de y-coördinaat is 0.
De kans dat je met een gewone dobbelsteen minstens 4 gooit, is $\frac{1}{2}$. De kans dat je in twee worpen beide keren minstens 4 gooit, is $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. In de tabel zie je dat een kwart van de mogelijkheden die situatie geeft.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Dus $x = 4$ en
 $y = 0$.
 $C = (4,0)$

- 4 DC is even lang als AB en heeft dezelfde horizontale richting als AB. De afstand van A naar B = 10. Hieruit volgt: $D = (-6,0)$.

- 5 $x + 10 = y \rightarrow y = x + 10$ (I)
 $x + y = 2 \rightarrow y = 2 - x$ (II)
 Uit I en II volgt:
 $x + 10 = 2 - x \rightarrow x + x = 2 - 10 = -8 \rightarrow x = -8 : 2 = -4$
 $y = x + 10 = -4 + 10 = 6$
 $E = (-4,6)$

- 6 $x = y \rightarrow x^2 = y^2$ (I)
 $x^2 + y^2 = 72$ (II)
 Uit I en II volgt: $x^2 + x^2 = 72 \rightarrow x^2 = 72 : 2 = 36$
 x is groter dan 0, dus $x = \sqrt{36} = 6$; $y = x = 6$; $F = (6,6)$

- 7 $y = \sqrt{100} = 10$
 $x + y = 14 \rightarrow$
 $x = 14 - y = 14 - 10 = 4$
 $G = (4,10)$

- 8 $x = 0 + 4 - 17 - -21 + -14 = -6$
 $y = 0 - 9 - -15 - 2 + 7 + -1 = 10$
 $H = (-6,10)$

Een kubus.

