

Pascal Goderie

TOPkl $\blacktriangle$ ssers

wiskunde

deel 4

+ **Beka
plus
reeks**

werkboek van
groep

TOPklassers

wiskunde

deel 4

Werkboek

Auteur
Pascal Goderie

Inhoud

Inleiding voor de leerling.....	3
Les 1 Papiergoochelaarij deel 1	4
Les 2 Papiergoochelaarij deel 2	6
Les 3 Kaarsjes aan of uit deel 1	8
Les 4 Kaarsjes aan of uit deel 2	10
Toets 1	12
Les 5 GAME	14
Les 6 SET.....	16
Les 7 Pincode-ezelsbruggetjes deel 1.....	18
Les 8 Pincode-ezelsbruggetjes deel 2.....	20
Toets 2	22
Les 9 Eenwielers deel 1.....	24
Les 10 Eenwielers deel 2.....	26
Les 11 De treinplanner deel 1	28
Les 12 De treinplanner deel 2.....	30
Toets 3	32
Les 13 π keren over cirkels deel 1	34
Les 14 π keren over cirkels deel 2	36
Les 15 AND	38
Les 16 MATCH!	40
Toets 4	42
Eindtoets A	44
Eindtoets B	46

Inleiding voor de leerling

Dag Topklasser,

De kans is groot dat jij *goed* in rekenen-wiskunde bent.

De kans is groot dat jij *beter* met pittige vraagstukken bezig kunt zijn.

De kans is groot dat jij *best* graag hard werkt om een goed antwoord te vinden.

Daarom ligt hier voor je het vierde deel van *Topklassers Wiskunde*.

Dit werkboek staat vol met wiskundige vraagstukken.

Vraagstukken waaraan zelfs ook veel middelbare scholieren hun hart kunnen ophalen.

Jij bent vast iemand die al op de basisschool een extra uitdaging aankan.

En je bent vast iemand die goed kan doorzetten.

Dan zul je vast ook kunnen smullen van alle interessante problemen.

Problemen om alleen of samen met andere Topklassers te lijf te gaan.

Wat vind je er bijvoorbeeld van om wiskundig te onderzoeken hoe je in een klein vel papier een opening kunt maken die groot genoeg is om er vervolgens doorheen te kruipen?

Of eens diep na te denken over de omtrek en de oppervlakte van cirkels of over de puntenaantallen die bij tennistoernooien te verdienen zijn door de topspelers?

Ga er eens lekker voor zitten en laat je verrassen.

Misschien verras jij ons met slimme wiskundige bewijzen!

Als je een les afhebt, vraag dan aan de leerkracht het antwoordenboek.

Veel plezier en succes.

Laat zien dat jij een echte *wiskunde topklasser* bent!

Pascal Goderie

Les 1 Papiergoochelaarij deel 1

Wie kan in een kladblaadje een opening knippen en er vervolgens zelf doorheen kruipen?

Met deze goocheltruc heeft menige basisschoolleerling op een weekopening of weeksluiting andere kinderen verstoeld doen staan. Mogelijk ken je de truc al, misschien ook nog niet. Hoe werkt de truc en waarom werkt de truc zo?

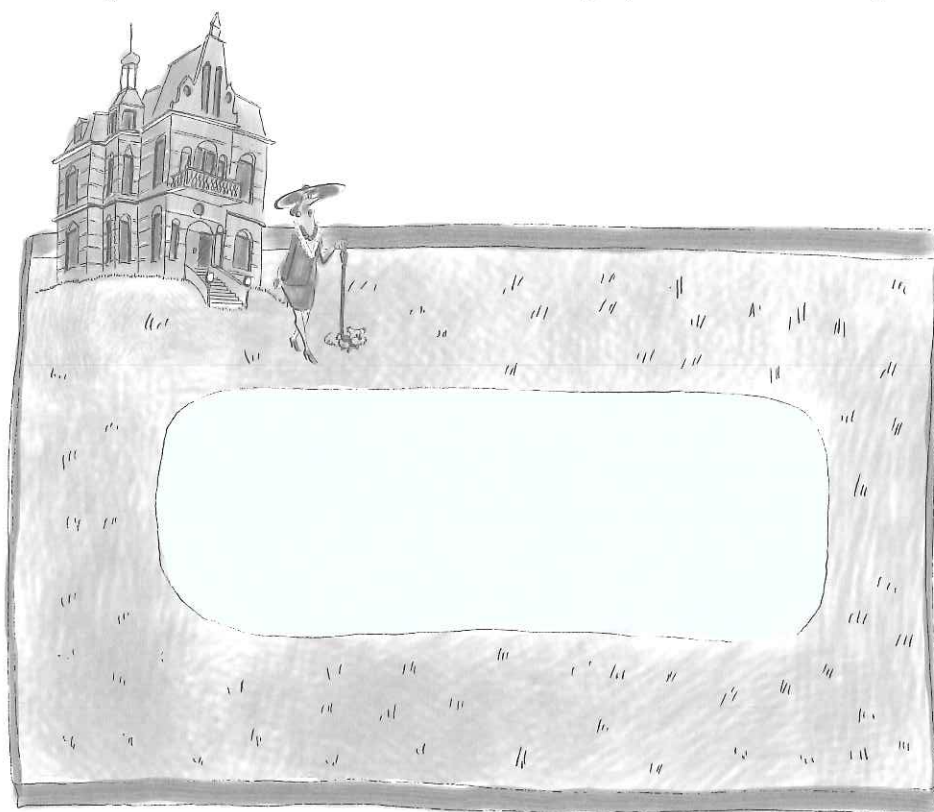
Eerst maar eens proberen.

- 1 Neem om te beginnen een A4'tje. Bedenk een manier waarop je via knippen een opening in het papier kunt maken die zo groot is dat je erdoorheen kunt kruipen. Hoe ga je dat aanpakken?

Of je nu wel of niet al een oplossing hebt gevonden, we maken even een uitstapje naar een op het eerste gezicht heel ander probleem. Bij de verdere uitwerking van dit tweede probleem zal een verband met het eerste probleem zichtbaar worden.

Gravinprobleem

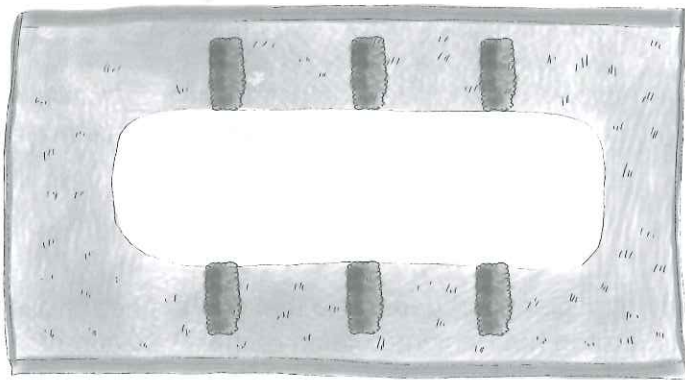
Een gravin wandelt elke dag met haar hond om de vijver van haar omheinde landgoed. Zelf maakt zij graag een zo groot mogelijke wandeling. Haar hond echter weet altijd feilloos de kortste weg te vinden en weigert meer dan een maal de kortst mogelijke route rond de vijver te lopen.



figuur 1

De gravin nodigt een tuinarchitect uit en vraagt hem om enkele aanpassingen voor de tuin te bedenken. Op slim gekozen plaatsen moeten lage heggetjes komen, zodat de kortst mogelijke wandeling om de vijver veel groter wordt.

- 2 Teken in figuur 1 tien heggen die er door hun ligging voor zorgen dat de kortst mogelijke wandeling om de vijver veel groter is dan de oorspronkelijke wandeling.



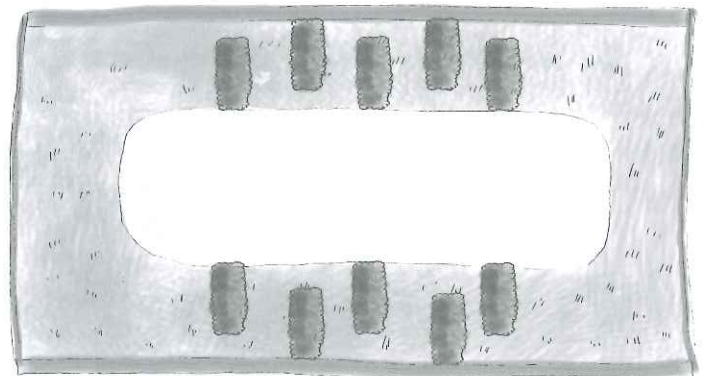
figuur 2

Je zult vast op het idee gekomen zijn om een aantal heggen tegen de rand van het water te plaatsen. Daar moet de hond dan sowieso omheen lopen. (We spreken af dat de hond niet gaat zwemmen.)

Je zult misschien ook bedacht hebben dat de winst nog vrij klein is als alle heggen zoals de eerste zes heggen in figuur 2 worden geplaatst.

De hond zal een route kiezen dicht langs de omheining van het landgoed.

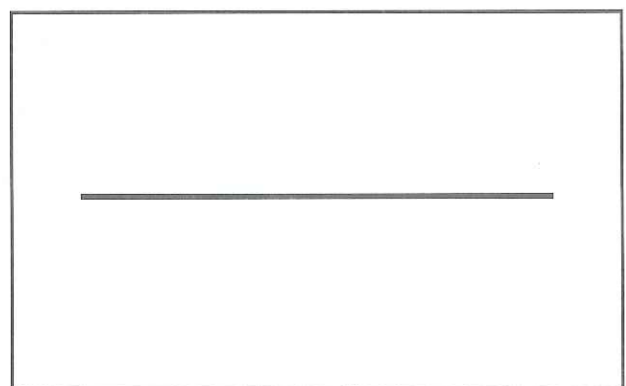
Het is dus zaak om de hond te dwingen wat meer te gaan zigzaggen. Dat kan door de overige vier heggen naar te zetten zoals in figuur 3.



figuur 3

Bij dit soort problemen kan het schematiseren van de afbeelding vaak meer inzicht geven. We kunnen bijvoorbeeld de vijver voorstellen door een dikke streep en van daaruit zoeken naar manieren om de wandelroute te verlengen. Voor de heggen is alleen van belang welke wegen ze openhouden of afsluiten, dus ook die kunnen we door een streep weergeven.

- 3 Teken in figuur 4 de schematische vorm van figuur 3.



figuur 4

De kortst mogelijke wandeling om de vijver is nu een flink stuk langer geworden.

Les 2 Papiergoochelaarij deel 2

Wie kan in een kladblaadje een opening knippen en er vervolgens zelf doorheen kruipen?

In Les 1 startten we met dit probleem, maar al gauw stapten we daar over op het 'Gravinprobleem'. In Les 2 keren we via het Gravinprobleem weer terug bij het 'Papierprobleem'. Hoe werkt de papiertruc en waarom werkt de truc zo?

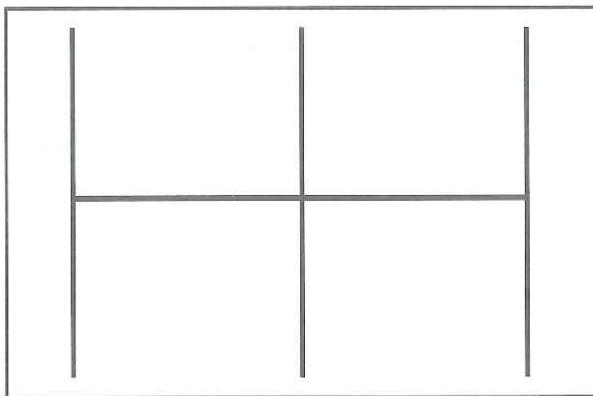
Bekijk opdracht 1 van Les 1 nog eens goed.

- 1 Als je er wel in geslaagd bent om de opening in het papier groot genoeg te maken, hoe heb je dat dan gedaan en kun je achteraf een verband zien tussen het Papierprobleem en het Gravinprobleem? Als de opening niet lukte, maar je ziet inmiddels wel een verband tussen het Papierprobleem en het Gravinprobleem, kun je dan alsnog het Papierprobleem oplossen?

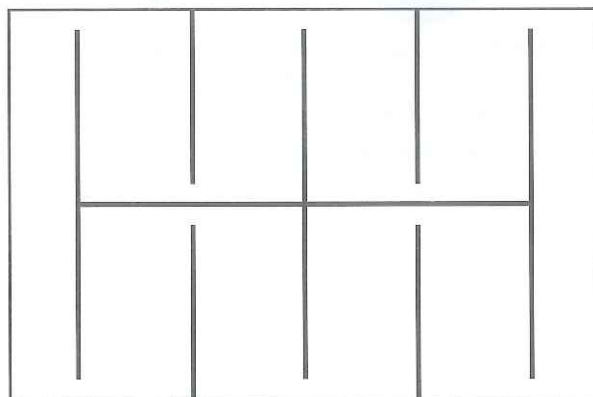


Bij beide problemen moet je proberen een weg zo lang mogelijk te maken. Bij het Gravinprobleem de wandelweg om de vijver heen, bij het Papierprobleem de weg van de papierrand om de opening heen.

- 2 Teken op een A4'tje een vijver en heggen zoals in figuur 1 (pagina 7 bovenaan). Knip vervolgens de getekende lijnen in. Bekijk goed hoe groot de ontstane opening in het papier is. Herhaal dezelfde procedure vervolgens met figuur 2 (pagina 7 bovenaan). Wat kun je zeggen over de grootte van de ontstane opening bij deze figuur? Op welke wijze kun je de opening, of zo je wilt de wandelweg, nog groter maken?



figuur 1



figuur 2

Nu duidelijk is welke knippen in het papier tot een grote opening leiden, wordt het ook interessant om een manier te zoeken om dat snel en handig te doen.

- 3 Bedenk een handige manier om snel de gewenste knippen in het papier te zetten.

Het aantal heggen hoeft natuurlijk niet tot tien beperkt te blijven. Hoe meer heggen op de juiste manier neergezet, hoe langer de wandelweg zal worden en hoe langer dus ook de omtrek van de opening zal worden!

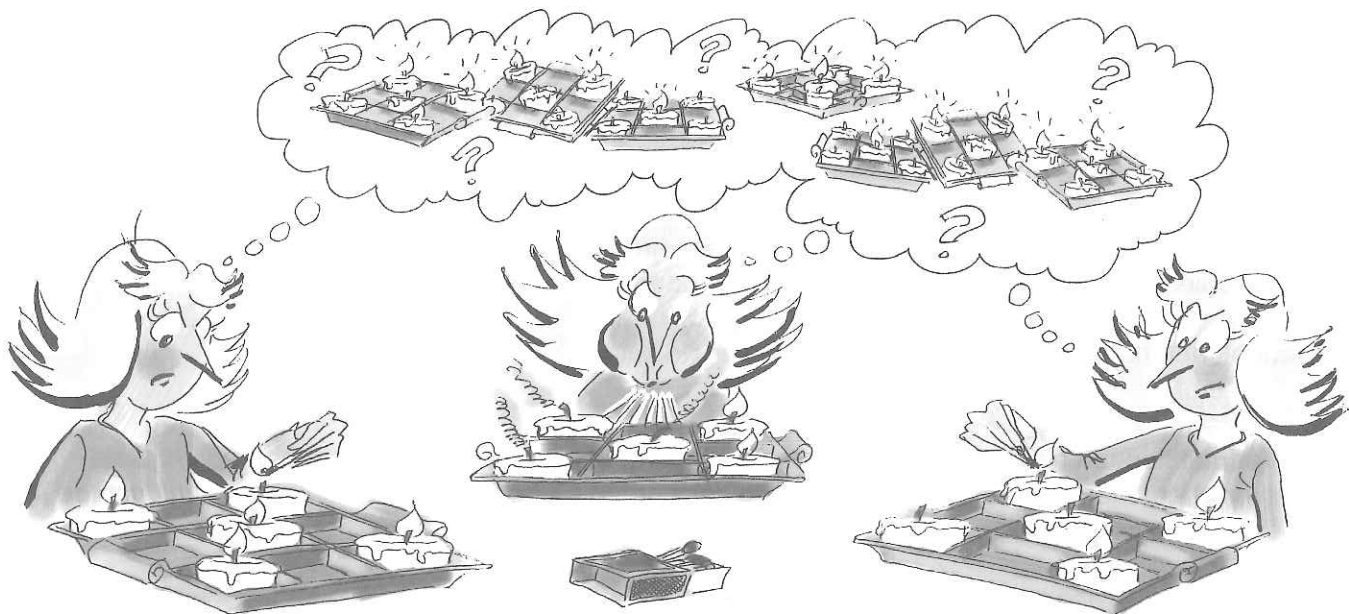
- 4 Maak hieronder een eenvoudige instructie voor de papiertruc. Schets daarbij de verschillende stappen die tot het opmerkelijke resultaat leiden. Bepaal zelf hoe ver je gaat met het aantal 'heggen'.



Les 3 Kaarsjes aan of uit deel 1

In deel 3 van Topklassers Wiskunde staat een probleem over het aantal verschillende opstellingen van kaarsjes in een kaarsenhouder. Bij het eind van de kaarsjeslessen roept het opgeloste probleem alweer een nieuw probleem op.

Ieder afzonderlijk kaarsje kan namelijk branden, maar het kan ook uit zijn. Wat kunnen we zeggen over het aantal verschillende opstellingen als ook al die verschillende mogelijkheden meetellen met ieder kaarsje aan of uit?



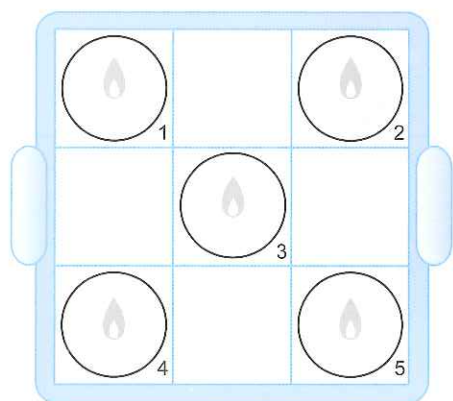
We gaan eerst het geheugen opfrissen. We laten de kaarsjes nog even niet branden.

- 1 Hoeveel verschillende opstellingen zijn er met vijf kaarsjes in een kaarsenhouder met negen vakjes?

Bij elk van deze opstellingen kunnen we één, twee of meer kaarsjes aansteken. En dan kunnen we ook steeds kiezen welke van de vijf we aansteken of uitlaten. We kunnen natuurlijk ook alle vijf de kaarsjes aansteken, of helemaal geen.

Het wordt interessant als we al deze verschillende mogelijkheden als verschillende opstellingen zien.

- 2 Hoeveel verschillende opstellingen zijn er met vijf kaarsjes, die aan of uit kunnen zijn, in een kaarsenhouder met negen vakjes?



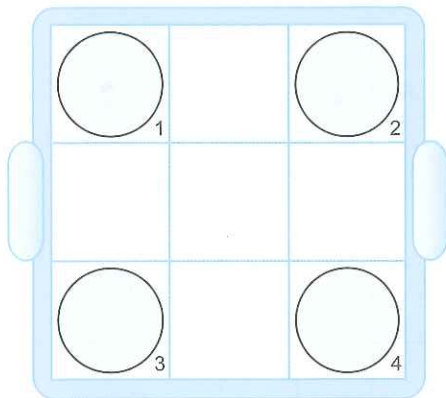
figuur 1



Een vraag die van dienst kan zijn bij vraag 2 en ook bij het vervolg is de volgende.
Neem één opstelling, bijvoorbeeld de opstelling in figuur 1.

- 3 Geef bij deze opstelling achtereenvolgens aan op hoeveel verschillende manieren er nul kaarsjes aan kunnen zijn, op hoeveel manieren één kaarsje aan kan zijn en op hoeveel manieren twee, drie, vier en vijf kaarsjes aan kunnen zijn.

Is dit antwoord in overeenstemming met wat je als antwoord op vraag 2 gevonden hebt?



figuur 2



Zoals gebruikelijk in de wiskunde gaan we ook nu de verbanden nader onderzoeken.
Wat voor verschillen en overeenkomsten zien we als we niet vijf, maar vier kaarsjes in de kaarsenhouder in een vaste opstelling hebben staan?

- 4 Geef bij de opstelling met vier kaarsjes achtereenvolgens aan op hoeveel verschillende manieren er nul kaarsjes aan kunnen zijn, op hoeveel manieren één kaarsje aan kan zijn en op hoeveel manieren twee, drie en vier kaarsjes aan kunnen zijn.

Zie jij al een verband opdoemen? Kun jij zelf volgende stappen in het onderzoek zetten? In Les 4 gaan we verder met het onderzoek, maar misschien ben jij ons voor?



Les 4 Kaarsjes aan of uit deel 2

In Les 3 heb je het aantal manieren onderzocht waarop bepaalde aantallen kaarsjes aan of uit kunnen zijn. In deze les zoeken we verder naar de verbanden, welke patronen worden zichtbaar als je het aantal (brandende) kaarsjes varieert?

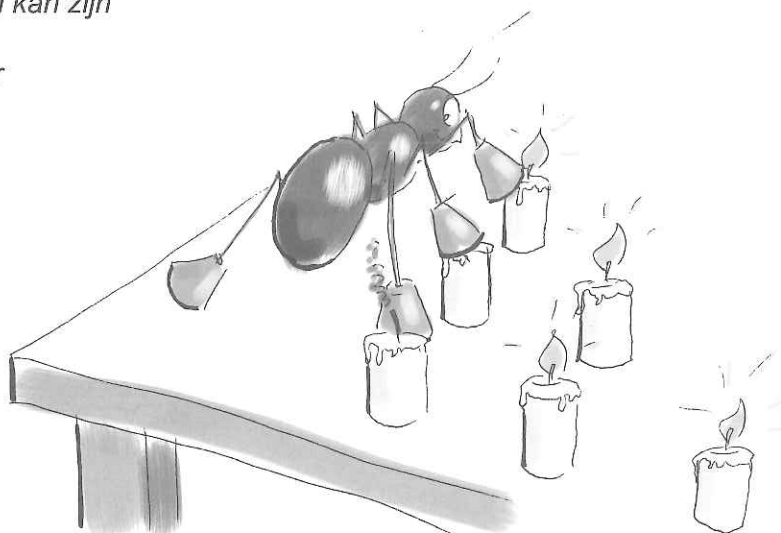
We gaan in deze les uit van een vaste opstelling van de kaarsjes in de kaarsenhouder. Het maakt niet uit welke, bij elke andere opstelling kun je dezelfde redenering toepassen en krijg je met dezelfde aantallen te maken.

- 1 Vul in Tabel 1 de gevraagde aantallen in. Ga steeds bij de verschillende situaties na op hoeveel manieren het betreffende aantal kaarsjes aan kan zijn.

aantal kaarsjes aan (x) \ aantal kaarsjes in de kaarsenhouder (y)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

Tabel 1 Aantal manieren bij y kaarsjes in een vaste opstelling in de houder waarop een aantal van x kaarsjes aan kan zijn

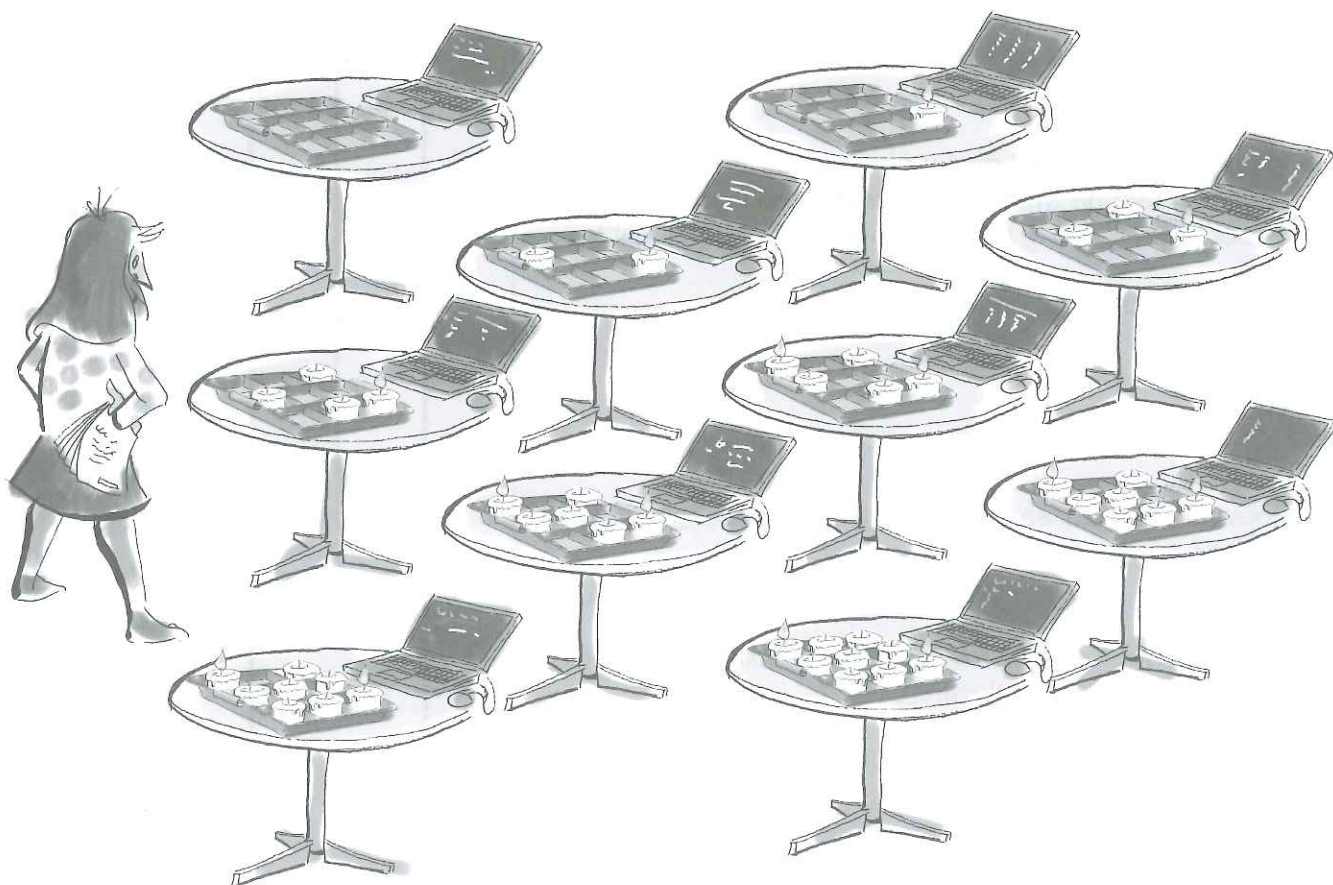
- 2 Er ontstaat een patroon dat ook zichtbaar werd in een van de eerdere delen van *Topklassers Wiskunde*. Herken je het? Kun je op grond van het patroon andere antwoorden voorspellen? En kloppen die antwoorden met je berekeningen?



Nu het aantal manieren voor aan- en-uit-verdelingen van kaarsjes te berekenen is, komt het probleem uit het begin van Les 3 in zicht.

- 3 Bij welk aantal kaarsjes in een kaarsenhouder met negen vakjes is het totale aantal verschillende opstellingen met de kaarsjes aan of uit het grootst? Het omwisselen van twee dezelfde kaarsjes (beide aan of beide uit) geldt niet als twee verschillende opstellingen. Alle verschillende mogelijkheden met ieder kaarsje aan of uit tellen wel apart mee.

Doe eerst een voorspelling van het antwoord. Bereken vervolgens of je voorspelling juist is.



Toets 1

- 1 Een jonge goochelaar doet de papiertruc waarbij hij door een gat in het papier wil kruipen.

Hij heeft eerst een A4'tje gevouwen.
Daarna heeft hij geknipt.

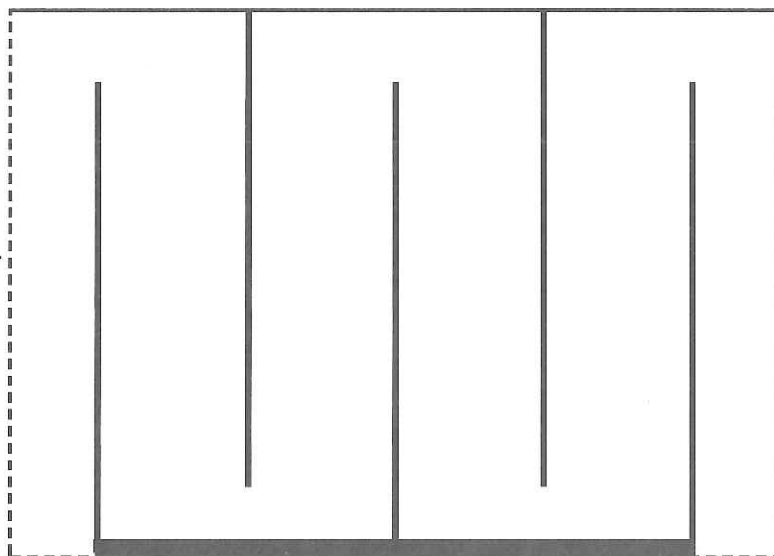
Tot zijn schrik bemerkt hij dat hij niet één
maar twee maal heeft gevouwen.
Eerst in de lengterichting van onder naar
boven en daarna van rechts naar links.
Vervolgens heeft de verstrooide goochelaar
het papier een kwartslag gedraaid en
geknipt zoals in figuur 1 te zien is.

- 1a Wat krijgt hij te zien als hij het papier
openvouwt?

.....

.....

.....



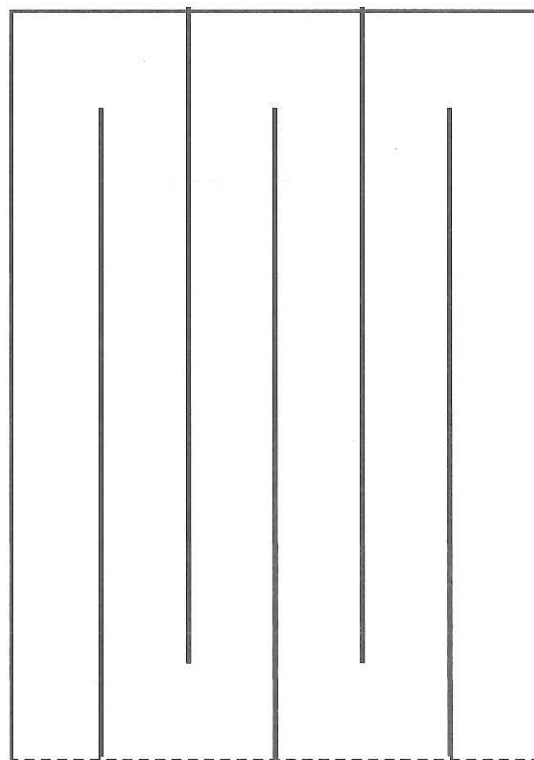
figuur 1

- 1b Teken in figuur 1 hoe de goochelaar in dit geval met enkele extra knippen één groot gat had kunnen krijgen. Geef een knip in het papier aan met een dunne lijn en geef met een dun balkje aan waar een deel van de rand weggeknipt wordt.

Als de goochelaar het papier niet een kwartslag zou
draaien, maar na twee keer vouwen zou knippen in het
papier als in figuur 2, dan krijg je een ander resultaat te
zien.
(rechts 1 vouwrand, onder 2 vouwranden)

- 1c Hoeveel gaten zullen er te zien zijn in het opgevouwen
papier?

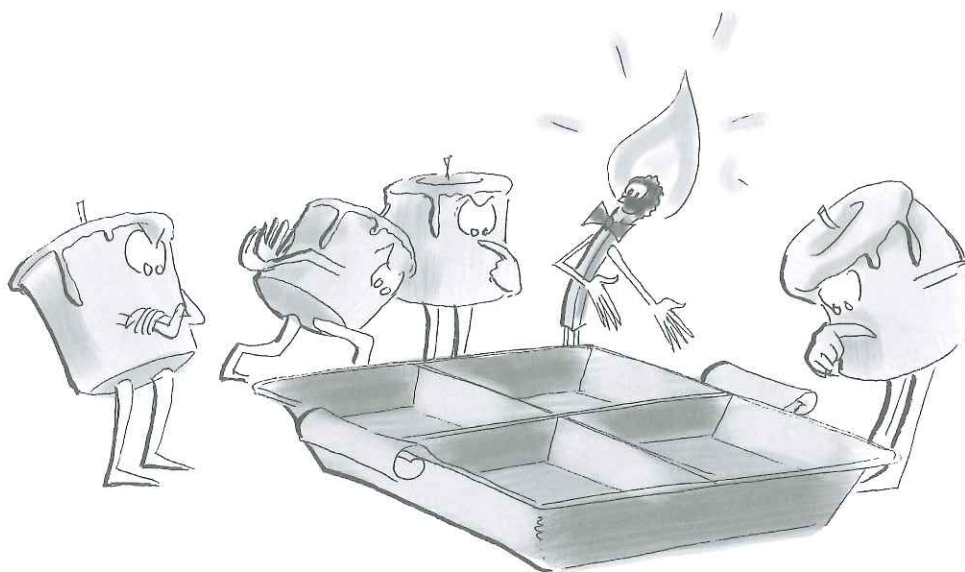
- 1d Teken in figuur 2 (net als bij opgave 1b) extra knippen die
één groot gat zullen opleveren.



figuur 2

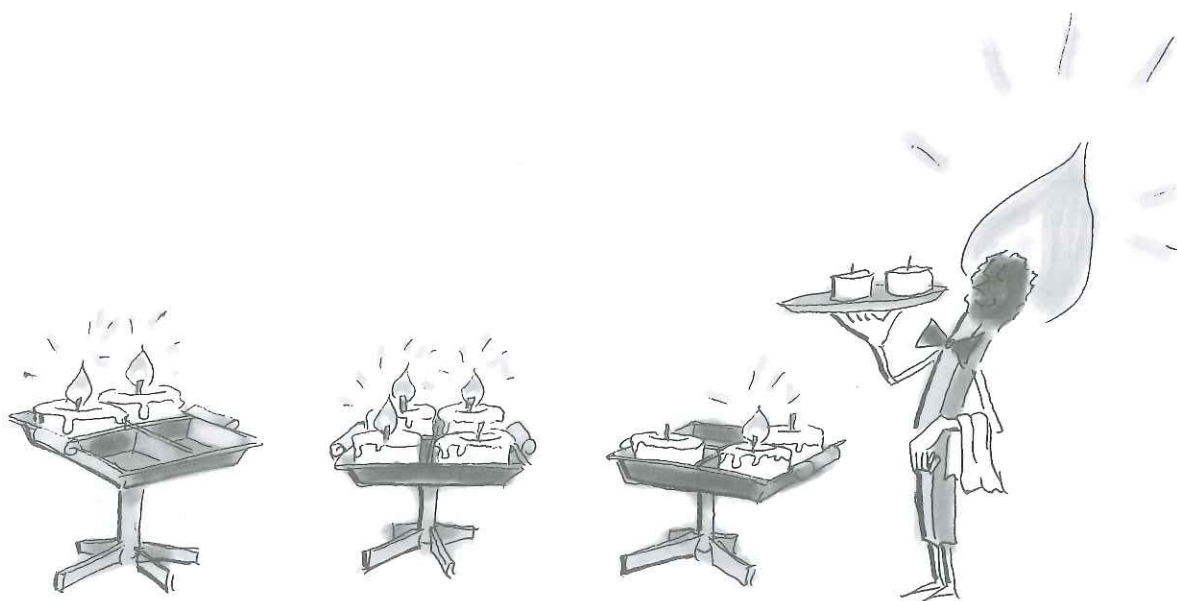
2 Ga uit van de volgende gegevens.

- In de kaarsenhouders passen vier kaarsjes.
- Er kunnen geen, een of meer kaarsjes in de houder gezet zijn.
- De kaarsjes in de houder kunnen ieder apart aan zijn of uit.



Het omwisselen van twee dezelfde kaarsjes (beide aan of beide uit) geldt niet als twee verschillende opstellingen. Alle verschillende mogelijkheden met ieder kaarsje aan of uit tellen wel apart mee.

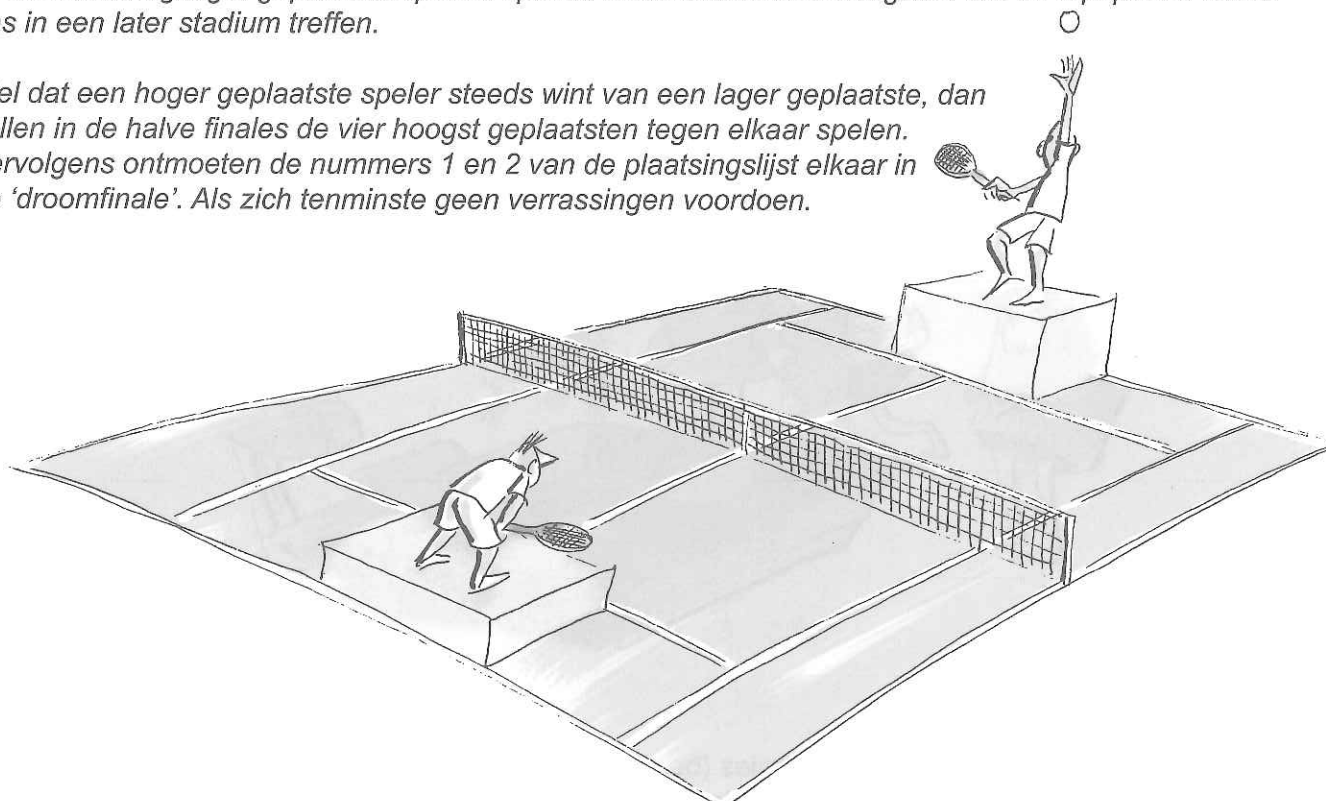
Hoeveel verschillende opstellingen zijn er in totaal? Laat zien hoe je dit aantal berekent.



Les 5 GAME

Bij de meeste tennistoernooien is er vooraf een wedstrijdschema opgesteld. De spelers worden ingedeeld op grond van een plaatsingslijst en wel zo dat hoger geplaatste spelers steeds tegen overeenkomstig lager geplaatste spelers spelen. Zodoende is de kans groter dat de topspelers elkaar pas in een later stadium treffen.

Stel dat een hoger geplaatste speler steeds wint van een lager geplaatste, dan zullen in de halve finales de vier hoogst geplaatsten tegen elkaar spelen. Vervolgens ontmoeten de nummers 1 en 2 van de plaatsingslijst elkaar in de 'droomfinale'. Als zich tenminste geen verrassingen voordoen.



Aan het Topklassers Tennistoernooi doen zestien topspelers mee. De plaatsingslijst voor het Topklassers Tennistoernooi baseert zich op gegevens uit vier toernooien. Elk van deze toernooien telt even zwaar.

W staat voor de winnaar, F voor de verliezend finalist. HF betekent dat de speler niet verder is gekomen dan de halve finale, KF niet verder dan de kwartfinale en bij AF is de speler uitgeschakeld in de achtste finale. In onderstaande lijsten staan enkel de spelers genoteerd die meedoen aan het Topklassers Tennistoernooi. Als een van de zestien topspelers bij een toernooi niet vermeld staat, dan deed hij niet mee of werd hij voortijdig uitgeschakeld.

Melbourne	Parijs	Londen	New York
W: André Velmoge	Alexander Ec	André Velmoge	Martin Hass
F: Alexander Ec	André Velmoge	Alexander Ec	Thierry Montipach
HF: Martin Hass Thierry Montipach	Eric Mag Dirk Phortos	Gerald Laver Eric Mag	Ingmar Beertak Alexander Ec
KF: Ingmar Beertak Emilio Duce Cedric Kerta Eric Mag	Ingmar Beertak Emilio Duce Thierry Montipach Esteban Sibelan	Hadi Cortudar Emilio Duce Thierry Montipach Dirk Phortos	Hadi Cortudar Emilio Duce Cedric Kerta André Velmoge
AF: Hadi Cortudar Gerald Laver Dirk Phortos Rob Runet Tim Se Esteban Sibelan	Peter Bansick Martin Hass Cedric Kerta Gerald Laver Rob Runet Tim Se	Ingmar Beertak Martin Hass Cedric Kerta Faraji Nardohe Rob Runet Tim Se Esteban Sibelan	Peter Bansick Gerald Laver Eric Mag Dirk Phortos Rob Runet Esteban Sibelan

1 Maak op grond van de gegevens op de vorige pagina een plaatsingslijst.
Kies zelf criteria op grond waarvan je de volgorde in de plaatsingslijst maakt. Belangrijk hierbij is dat je de argumenten voor je keuze goed kunt verdedigen.

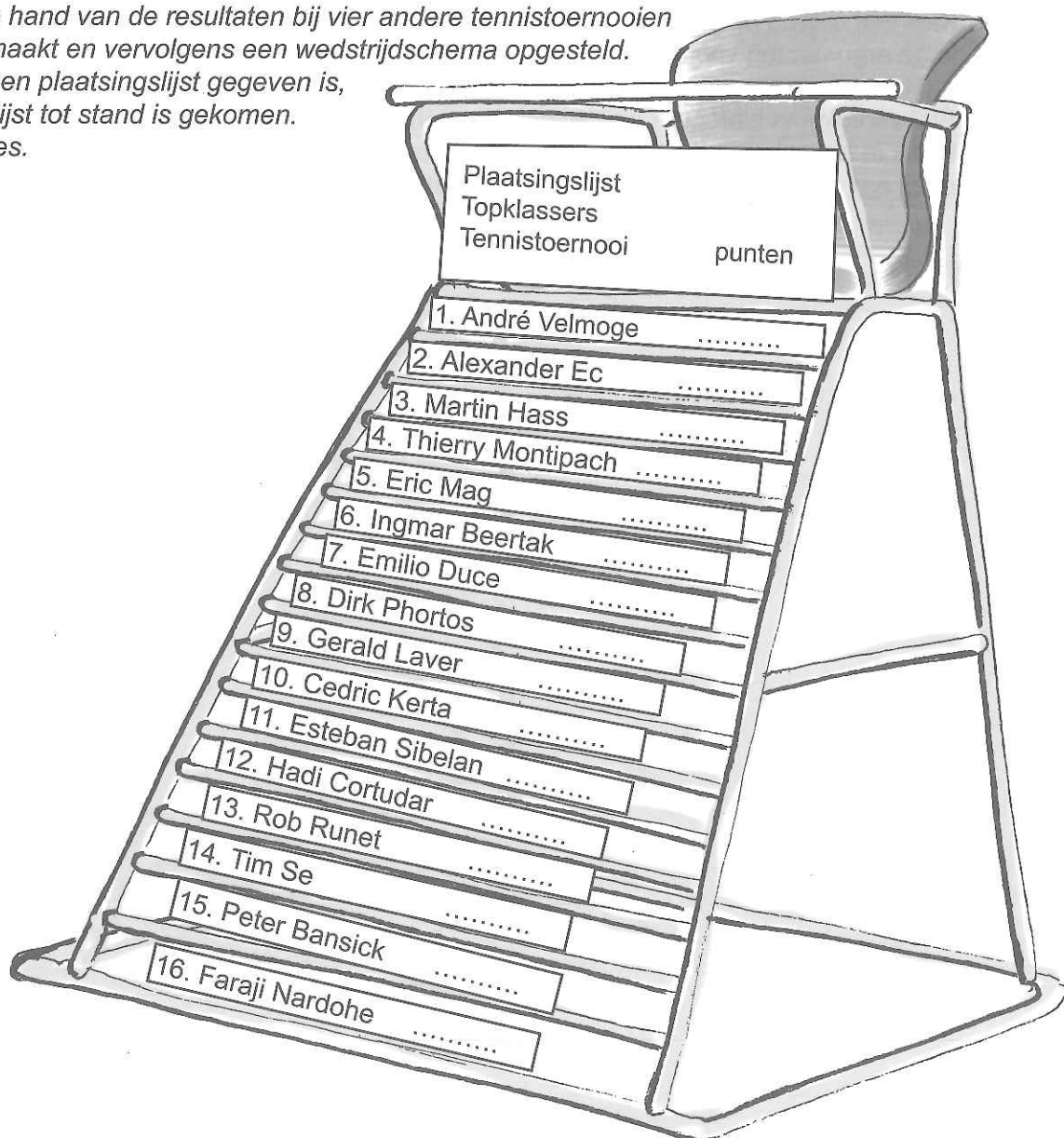
2 Stel vervolgens hieronder een wedstrijdschema op voor het Topklassers Tennistoernooi.
Maak in het schema duidelijk, welke winnaars tegen elkaar spelen in de vervolgwedstrijden. Als eenmaal de winnaars bekend zijn, dan moet je alle wedstrijden kunnen invullen.

3 Bij iedere speler vormen de voorletter plus alle letters van de achternaam een anagram van een bepaalde tennisterm. Noteer deze zestien termen onder het wedstrijdschema in de volgorde die overeenkomt met jouw plaatsingslijst.

1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16

Les 6 SET

In Les 5 heb je aan de hand van de resultaten bij vier andere tennistoernooien een plaatsingslijst gemaakt en vervolgens een wedstrijdschema opgesteld. Andersom kun je als een plaatsingslijst gegeven is, onderzoeken hoe die lijst tot stand is gekomen. Dat doen we in deze les.



- 1 Voor deze plaatsingslijst geldt de hoogst behaalde klassering niet als belangrijkste criterium. Uit de posities van welke spelers op de lijst blijkt dit?



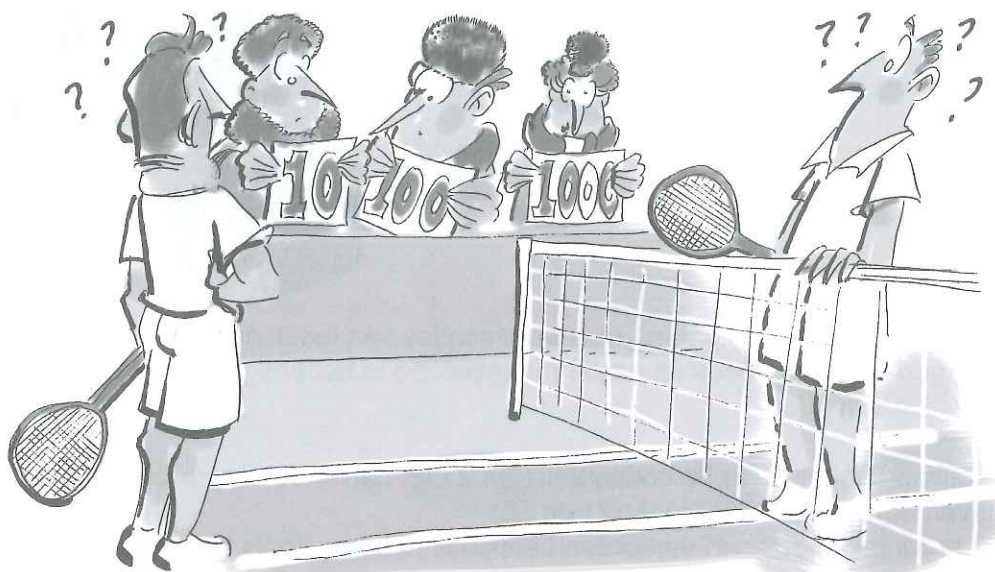
De plaatsingslijst is dus op een andere manier tot stand gekomen. Bij elk van de vier genoemde toptoernooien in Les 5 is uitgegaan van eenzelfde waarderingssysteem, waarbij aan iedere behaalde klassering een aantal punten wordt toegekend.

Op welke manier zouden de punten verdeeld kunnen zijn?

- 2 Bedenk een waarderingssysteem dat de plaatsingslijst op de vorige pagina tot gevolg heeft. Geef in tabel 1 bij iedere klassering aan hoeveel punten die klassering oplevert. Tel per speler alle punten uit de vier toernooien bij elkaar op en noteer het totaal achter de naam van de speler op de plaatsingslijst. Probeer alle spelers bij deze verdeling te laten uitkomen op een verschillend puntentotaal.

<i>bereikte resultaat</i>	<i>winnaar</i>	<i>finale</i>	<i>halve finale</i>	<i>kwartfinale</i>	<i>achtste finale</i>
<i>aantal punten</i>					

tabel 1



- 3 Bekijk de volgende puntenverdeling:

<i>bereikte resultaat</i>	<i>winnaar</i>	<i>finale</i>	<i>halve finale</i>	<i>kwartfinale</i>	<i>achtste finale</i>
<i>aantal punten</i>	1000	700	450	250	150

tabel 2

- 3a Welk probleem zou de puntenverdeling uit tabel 2 opleveren bij het opstellen van de plaatsingslijst?

- 3b Hoe zou jij dit probleem oplossen? Hoe ziet de volgorde op jouw plaatsingslijst er bij deze puntenverdeling uit?

Les 7 Pincodes-ezelsbruggetjes deel 1

We leven in een wereld die bol staat van de informatie. Gelukkig is het niet voortdurend noodzakelijk alles te onthouden, als je maar weet waar je de benodigde kennis snel kunt vinden. Sommige informatie is wel handig om paraat te hebben, bijvoorbeeld je pincode.

In de huidige maatschappij blijft het echter niet bij één cijfercode. Steeds vaker hebben mensen meer dan één betaalpasje en moeten ze ook de toegangscode van de mobiele telefoon of andere beveiligingscodes onthouden. Met al die codes kunnen ezelsbruggetjes heel prettig zijn. Het ezelsbruggetje hoeft niet de hele code te verklappen, maar is wel voldoende om je op het spoor te zetten van de precieze code.



In de puzzel op de volgende pagina moeten pincodes van ieder vier cijfers ingevuld worden. De omschrijvingen bestaan steeds uit ezelsbruggetjes die in het ene geval iets meer verklappen, in het andere geval iets minder.

Twijfel je bijvoorbeeld tussen de codes 2531 en 2135, dan is de omschrijving *tafel 7* voldoende om aan te geven dat het om 2135 gaat. (21 en 35)

Een omschrijving kan ook een verborgen betekenis hebben, zoals bij een cryptogram.

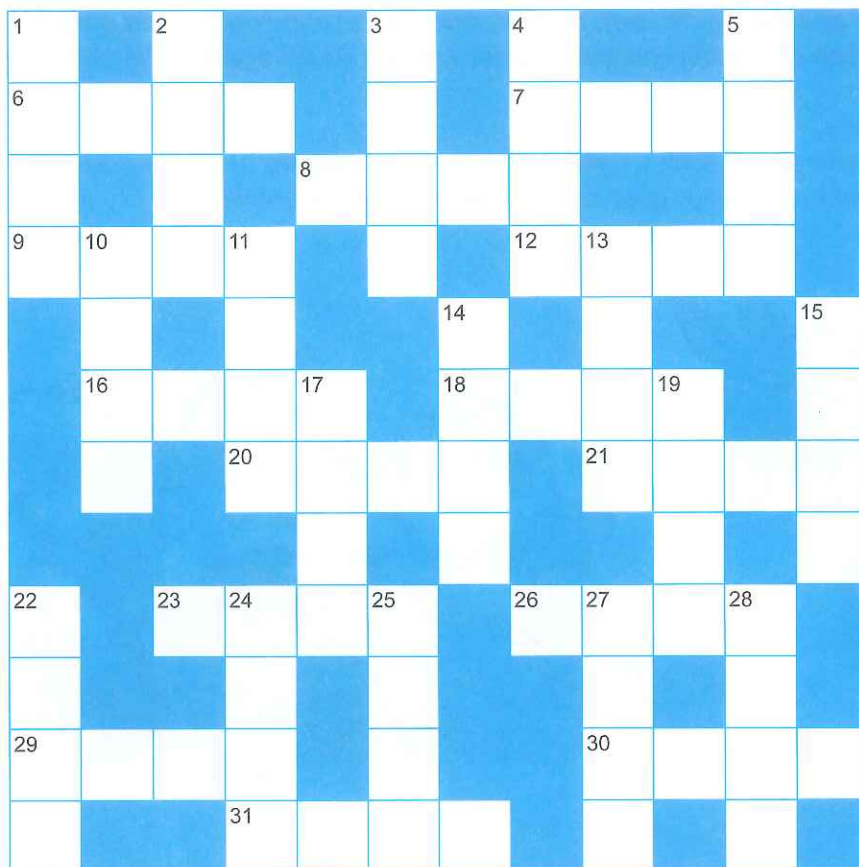
Het volgende voorbeeld staat niet in de puzzel, dit is een kwestie van weten.

Hoewel ..., je kunt het natuurlijk ook opzoeken in dit *informatietijdperk*!

1 Welke pincode hoort er bij *eau de cologne*?



2 Los onderstaande pincodepuzzel op.



horizontaal

- 6. 10 boven en onder 60
- 7. 47, min 5
- 8. op 1 na de helft, 60
- 9. 10, keer 5
- 12. samen 101, midden dubbel 2
- 16. 6 en 14 keer 7
- 18. 5, plus 2, 6, plus 2
- 20. Gouden Eeuw 59
- 21. 62, min 5
- 23. vorige eeuw 5
- 26. James Bond in kwadraat
- 29. 3 terugtellen vanaf 7
- 30. kwadraten
- 31. en nog 10 verder, op 1 na dubbel

verticaal

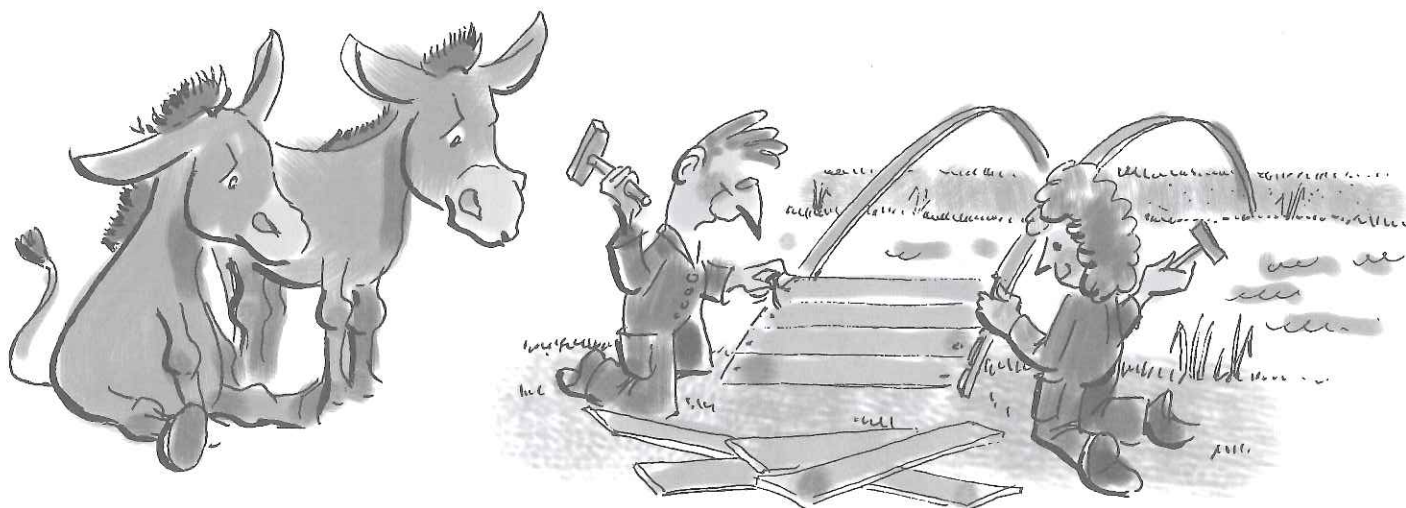
- 1. 11 keer 521
- 2. 19 en 7 keer 5
- 3. 9000 min 1
- 4. tafel 9, James Bond min 0
- 5. O!, 220 volt min 1
- 10. mobiel plus 1, kwadraat min 1
- 11. 9 van 1000
- 13. samen en dubbel 6
- 14. 1000 min 8 keer 51
- 15. dubbel 6, samen 10
- 17. 17 kwadraat keer 30
- 19. 8 tellen vanaf 2
- 22. 10, keer 3
- 24. product 9, som 9
- 25. 6000 min 62
- 27. het dubbele van 21 kwadraat
- 28. 97, omgedraaid min 10



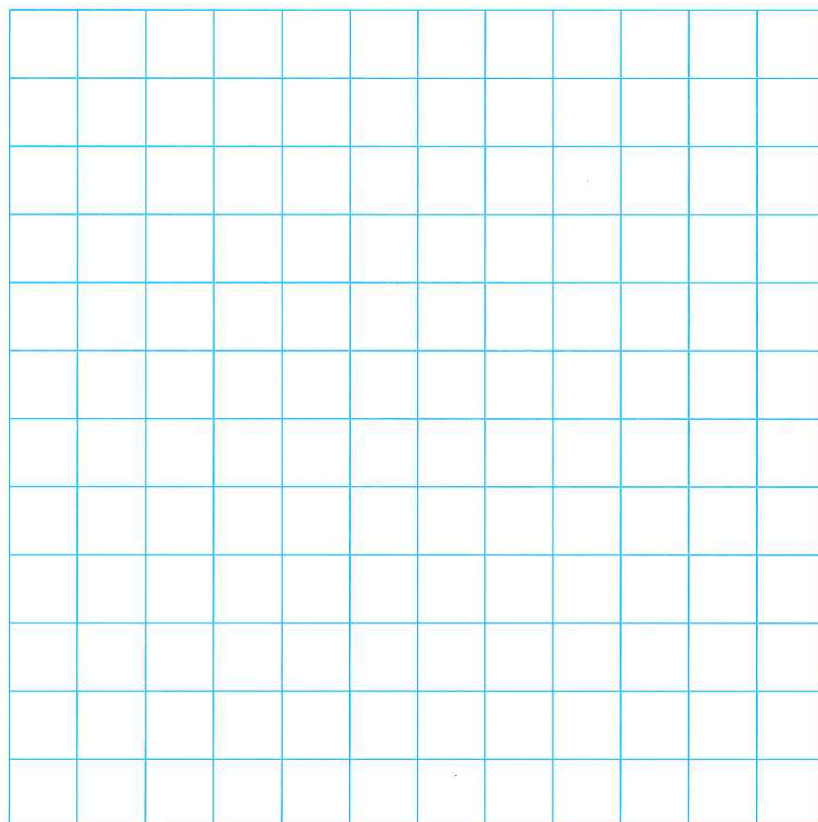
Les 8 Pincode-ezelsbruggetjes deel 2

De ezelsbruggetjes in de pincodepuzzel van Les 7 geven op verschillende manieren informatie over de pincodes. In sommige gevallen is de code meteen duidelijk, bijvoorbeeld bij de omschrijving van 3 verticaal. In andere gevallen heb je informatie uit andere codes nodig, zoals bij de omschrijving van 30 horizontaal.

Zelf zou je misschien bij een aantal codes heel andere ezelsbruggetjes bedenken. In deze les krijg je daar volop de gelegenheid toe, want je gaat zelf een pincodepuzzel ontwerpen.



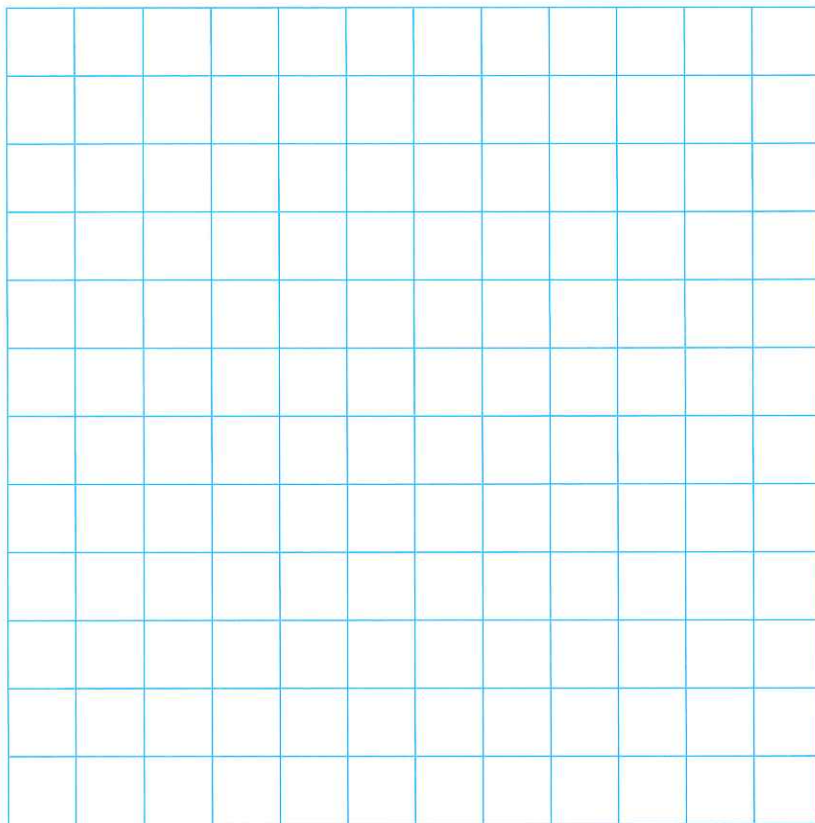
- 1 Maak in figuur 1 het diagram met de oplossing. Bepaal welke hokjes je donker maakt en in welke hokjes je cijfers plaatst. Vul vervolgens de zelfbedachte pincodes in.



figuur 1

- 2** Maak nu het onderstaande diagram gereed voor de puzzelaar die jouw puzzel gaat oplossen. Maak de hokjes waar geen cijfers ingevuld moeten worden donker en zet het getal dat de omschrijving aangeeft in het klein linksboven in het beginhokje.
Zet onder het diagram alle horizontale en verticale omschrijvingen. Vraag aan de leerkracht of je je origineel mag kopiëren, zodat anderen jouw puzzel kunnen maken.

Pincodepuzzel van



horizontaal

verticaal

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Toets 2

- 1 Vul het toernooischema van het *Meisjes Top Acht Toernooi* verder in. Maak daarbij gebruik van de gegevens op deze pagina.

<i>bereikte resultaat</i>	<i>winnaar</i>	<i>finale</i>	<i>halve finale</i>	<i>kwartfinale</i>
<i>aantal punten</i>	500	300	200	100

tabel 1

- Het schema is ingedeeld op grond van een plaatsingslijst van de acht meisjes
- Hoger geplaatste speelsters spelen tegen overeenkomstig lager geplaatsten
- Tessel, Thara en Tyrza behalen op dit toernooi bij elkaar 600 punten
- Thara behaalt evenveel punten als Toyah en Tum samen
- In de halve finale speelt Tyrza tegen de winnaar van de wedstrijd Tessel - Trynke
- Trynke schakelt in de kwartfinale een hoger geplaatste speelster uit
- Tyrza behaalt 200 punten minder dan je volgens de plaatsing zou verwachten
- Tika behaalt 200 punten minder dan je volgens de plaatsing zou verwachten
- Thara behaalt het aantal punten dat je volgens de plaatsing zou verwachten
- Teun is lager geplaatst dan Tum, maar hoger dan Toyah

Wie is de winnares van het *Meisjes Top Acht Toernooi*?



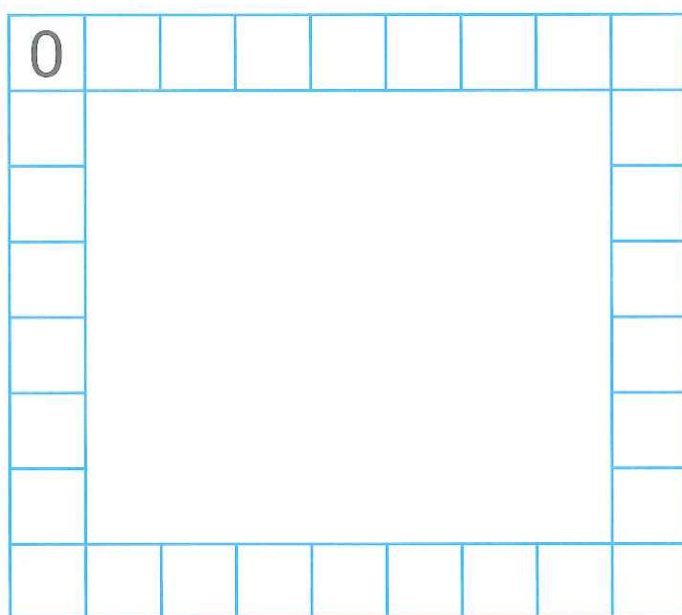
2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tien codes van ieder vier cijfers zijn in figuur 1 geslingerd. Je moet de codes rechtsom lezen en het laatste cijfer van elke code is tevens het eerste cijfer van de volgende code.

Elk cijfer komt in figuur 1 drie maal voor, alle gebruikte cijfers staan op het bovenstaande bord.

Los met behulp van onderstaande omschrijvingen de pincodepuzzel op. De omschrijvingen staan in de goede volgorde.



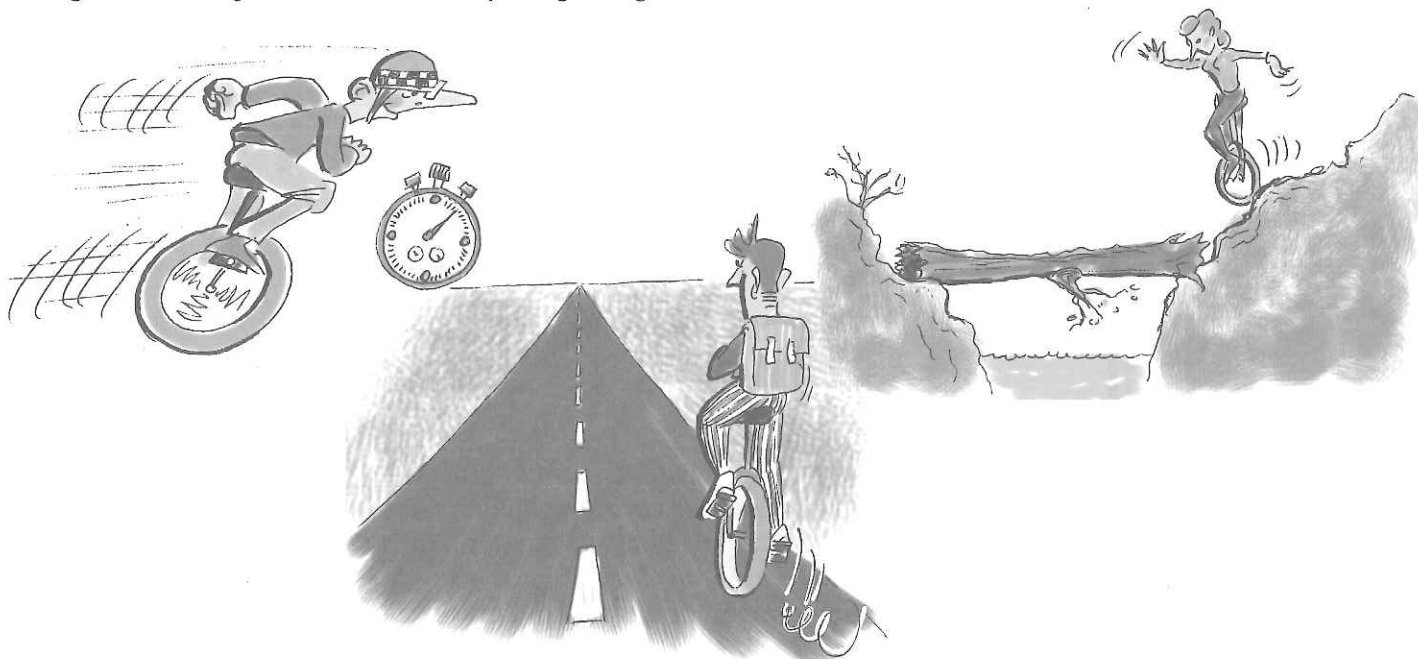
figuur 1

- mobiel kwadraat
- drie maal zeven jaar vóór de eerste druk van dit werkboek
- samen 100
- 5 en negen op de manier van het liedje
- drie machten van drie op volgorde
- tafel acht en negen dubbel
- 100 jaar na de eerste druk van dit werkboek
- 18.000 min vier keer de voorgaande code
- 1 naar beneden
- 80 kwadraat

1608 8743 3592 2756 6941

Les 9 Eenwielers deel 1

Eenwiel fietsen kun je tegenwoordig op meer plaatsen tegenkomen dan alleen in het circus. Ook op sportgebied vinden mensen uitdaging in het berijden van een eenwiel. Voorbeelden hiervan zijn racen, lange-afstandsrijden of zelfs trials op bergachtig terrein.



Stel nu dat je op een eenwiel fietst en je vindt dat je niet snel genoeg vooruit komt. Het wiel is tamelijk klein, terwijl de fiets geen versnelling heeft. Ook al heb je de kracht om sneller te trappen, je moet dan veel te snel ronddraaien.

- 1 Wat zou je aan de fiets kunnen veranderen, waardoor je per omwenteling van de pedalen een grotere afstand aflegt? (Een versnelling monteren mag niet.)

Er worden je twee mogelijkheden voorgelegd waarbij in beide gevallen de vorm van het wiel gelijk blijft. Of de omtrek van het wiel wordt twee keer zo groot, of de oppervlakte van het wiel wordt twee keer zo groot. (Met de oppervlakte van het wiel bedoelen we de oppervlakte van het wiel vanaf de zijkant gezien als cirkeloppervlak.) Waar kies je voor?

- 2 Kies je voor een wiel met een twee keer zo grote omtrek of voor een wiel met een twee keer zo grote oppervlakte?

Aan jou, Topklasser, de vraag om je antwoord zo goed mogelijk toe te lichten. Waarom kies je voor de omtrek, of waarom voor de oppervlakte? Bij welke van de twee mogelijkheden denk je per omwenteling van het wiel de grootste afstand af te leggen?

Gebruik voor je uitleg de volgende pagina.





Ik kies voor een wiel met
 een twee keer zo grote omtrek / een twee keer zo grote oppervlakte
(doorhalen wat niet van toepassing is)

Hieronder maak ik duidelijk waarom ik dat vind.



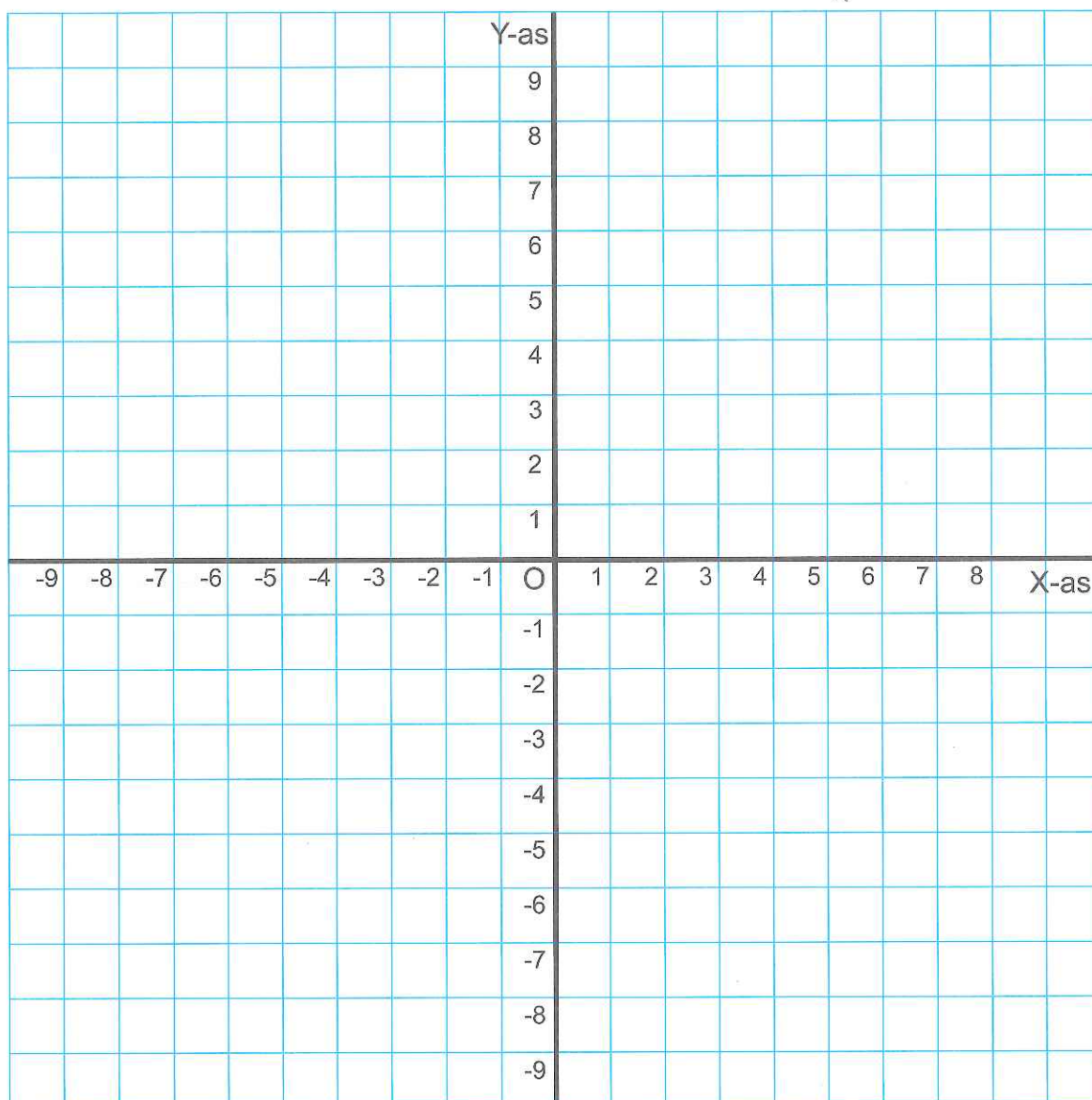
Tip: Vierkante wielen zijn bij het fietsen niet zo handig, bij dit probleem kunnen ze evenwel een handige rol spelen. In Les 10 zullen we onderzoeken hoe.

Les 10 Eenwieliers deel 2

In Les 9 gaat het om de vraag wat meer meters oplevert per omwenteling, een twee maal zo grote omtrek of een twee maal zo grote oppervlakte van een wiel. In deze les lossen we dit probleem op voor een eenwieler met een 'vierkant' wiel.



- 1 Teken in het assenstelsel van figuur 1 een cirkel door het punt $(4,0)$ met de oorsprong O als middelpunt. Teken vervolgens een vierkant met alle vier de hoekpunten op de cirkel.

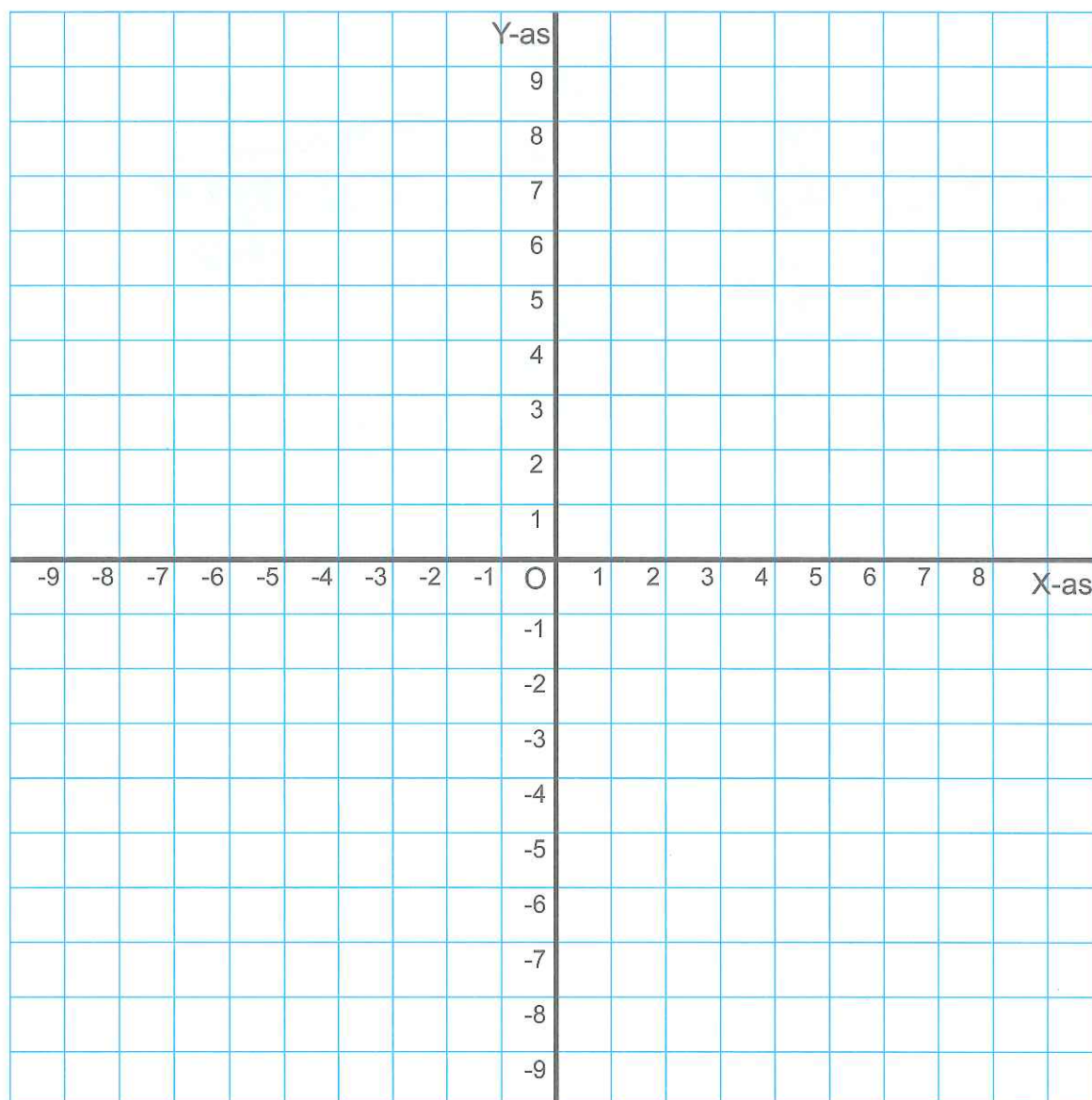


figuur 1

Het vierkant in figuur 1 wordt gelijkmatig opgerekt, totdat de omtrek van het vierkant twee maal zo groot is.

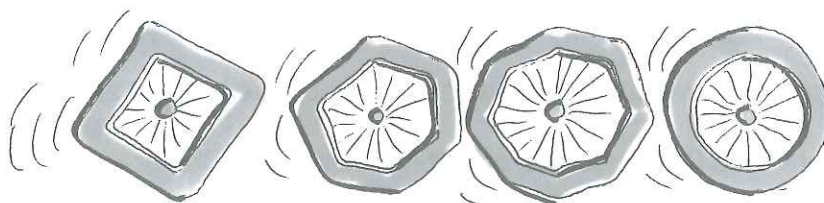
- 2 Teken het vierkant dat zo ontstaat. Teken ook de cirkel waar de vier hoekpunten van het nieuwe vierkant op liggen.

- 3 Teken in het assenstelsel van figuur 2 alleen de twee vierkanten van figuur 1, dus zonder de cirkels. Laat vervolgens op meetkundige wijze zien (bijvoorbeeld met behulp van stippellijnen) hoe vaak het kleine vierkant in het grote vierkant past.



figuur 2

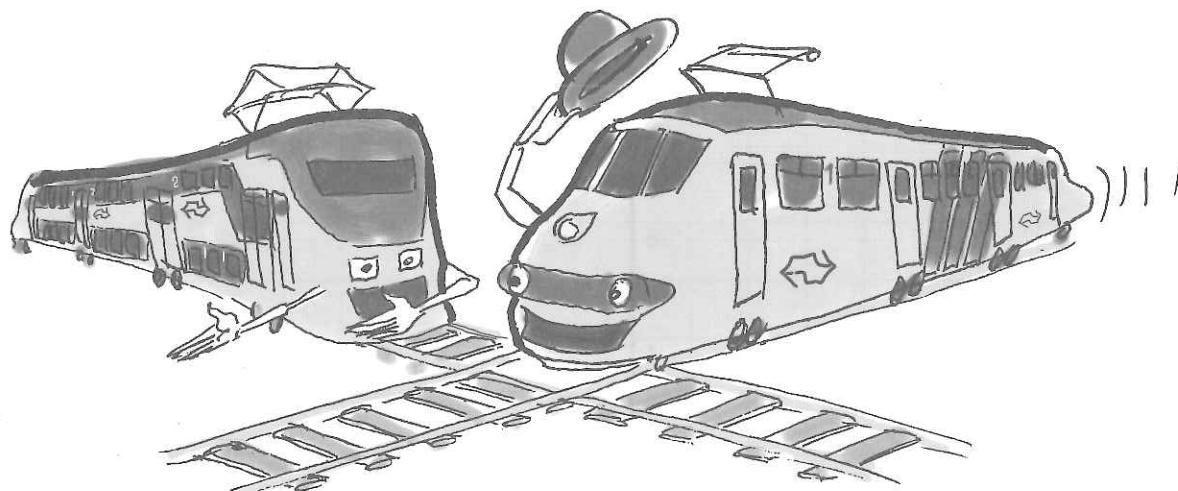
- 4 Hoe verhouden zich dus de oppervlaktes van de twee vierkanten?



- 5 Stel dat er te fietsen zou zijn met een vierkant wiel, wat levert dan meer meters op per omwenteling, een twee keer zo grote omtrek van het wiel of een twee keer zo grote oppervlakte van het wiel? Wat betekent dit voor het antwoord op diezelfde vraag bij een 'rond' wiel?

Les 11 De treinplanner deel 1

Het merendeel van het treinverkeer in Nederland verloopt over dubbelspoor. Er zijn echter nog enkele trajecten met enkelspoor. Op een enkelsporig traject rijden treinen uit beide richtingen over hetzelfde spoor, de treinen kunnen elkaar alleen op de stations kruisen.



Elk half uur rijden er op het traject Utrecht – Baarn een trein heen en een trein terug. Steeds geldt dezelfde dienstregeling met een half uur verschil (of een veelvoud daarvan).

Reisadvies Utrecht → Baarn

Vertrek 13:05 → Aankomst 13:38

Tijd	Station / Halte
13:05	Utrecht Centraal
13:09	Utrecht Overvecht
13:16	Bilthoven
13:21	Den Dolder
13:27	Soest Zuid
13:29	Soest
13:33	Soestdijk
13:38	Baarn

Reisadvies Baarn → Utrecht

2009

Vertrek 13:21 → Aankomst 13:54

Tijd	Station / Halte
13:21	Baarn
13:26	Soestdijk
13:29	Soest
13:32	Soest Zuid
13:37	Den Dolder
13:40	Bilthoven
13:46	Utrecht Overvecht
13:54	Utrecht Centraal

Een deel van de spoorlijn Utrecht – Baarn heeft enkelspoor. Welk traject zal dat zijn?

- 1 Is het traject Utrecht – Den Dolder enkelsporig of het traject Den Dolder – Baarn? Verklaar je antwoord aan de hand van de vertrekstaten.

.....

- 2 Waar kruisen treinen elkaar op de spoorlijn Utrecht – Baarn?

.....

- 3 Hoeveel treinen zijn er minimaal nodig voor deze dienstregeling? Licht je antwoord toe. _____
- 4 De trein uit de richting Baarn komt met een kleine vertraging om 15:01 uur in Soest aan. Wat is het gevolg voor de trein die onderweg is naar Baarn? _____



- 5 Door een defect staat gedurende vijf minuten een treinstel stil tussen Soest en Soest Zuid. Maakt het voor de gevolgen uit of het gaat om de trein die onderweg is naar Baarn of de trein die afkomstig is uit Baarn? Verklaar je antwoord. _____
- 6 Hoeveel procent van de tijd is er van de treinen uit de dienstregeling Utrecht – Baarn geen enkele trein die stilstaat op station Utrecht of op station Baarn? _____

Licht je antwoord toe met behulp van een grafiek. Mogelijk kun je daarbij onderstaande figuur gebruiken. Of je bedenkt zelf een andere manier om je antwoord te verduidelijken.



Les 12 De treinplanner deel 2

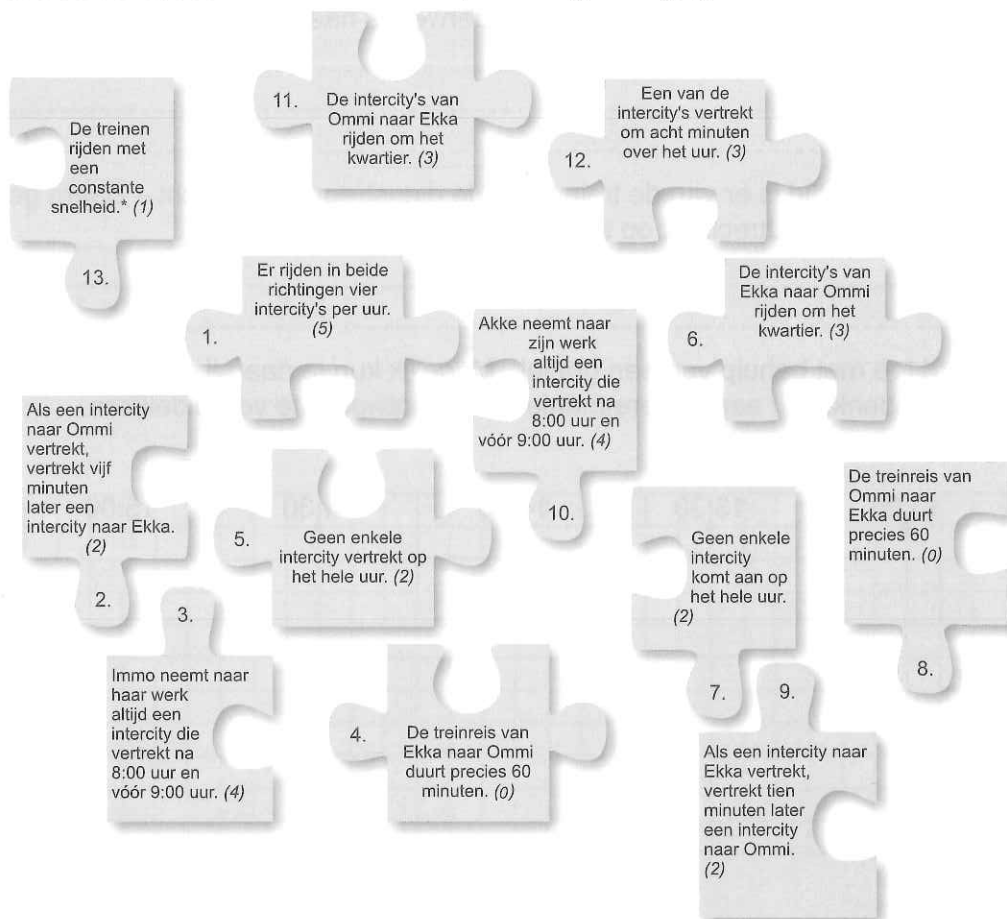
Het is elk jaar voor de Nederlandse Spoorwegen een heel gepuzzel om een kloppende dienstregeling te ontwerpen. Er moet rekening worden gehouden met veel verschillende factoren, waarvan sommige zwaarder wegen dan andere.

Les 12 staat ook in het teken van puzzelen met een dienstregeling. Bovendien kennen we gewichten toe aan verschillende factoren die al dan niet een rol van betekenis spelen.



Immo en Akke zijn goede vrienden. Akke woont in Ekka en heeft zijn werk in Ommi. Immo daarentegen woont in Ommi en werkt in Ekka. Beiden hebben een openbaarvervoerkaart en reizen met de trein naar hun werk.

Over het treinverkeer tussen Ekka en Ommi zijn de volgende gegevens bekend:



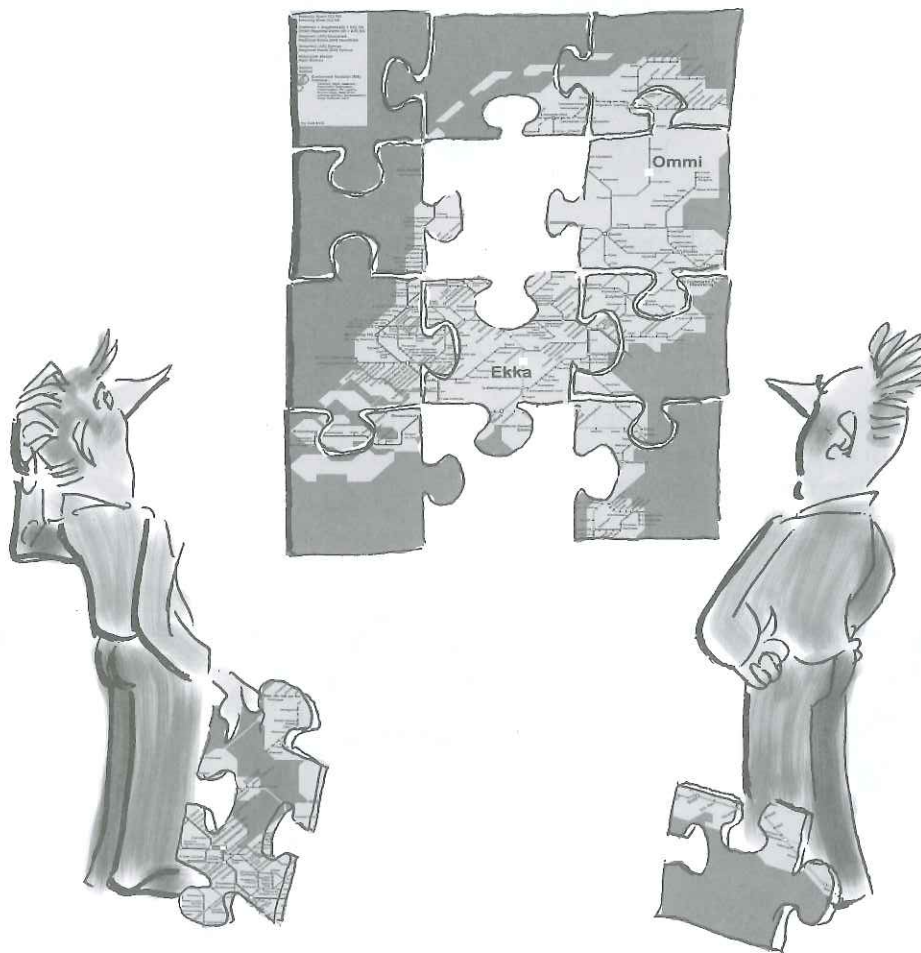
* Op de te verwaarlozen verschillen na bij start (snelheid maken) en bij aankomst (remmen).

De avond voor een werkdag stuurt Akke een sms'je naar Immo. Akke weet nog niet welke trein hij zal nemen en weet dat ook nog niet van Immo. Wat hij wel weet is dat de kans dat hun intercity's elkaar kruisen vóór 9:00 uur groter is dan 50%.

De volgende dag sms't Immo vanuit de trein dat de kans wat haar betreft vandaag 75% is. "Zonder deze informatie", antwoordt Akke, "zou ik nu op precies 50% uitgekomen zijn".

- 1 Zullen vandaag de treinen van Immo en Akke (en met heel veel geluk ook hun blikken) elkaar kruisen? Hoe laat is Akke vertrokken en hoe laat Immo?

- 2 Leg uit / laat zien hoe je vraagstuk 1 hebt opgelost.

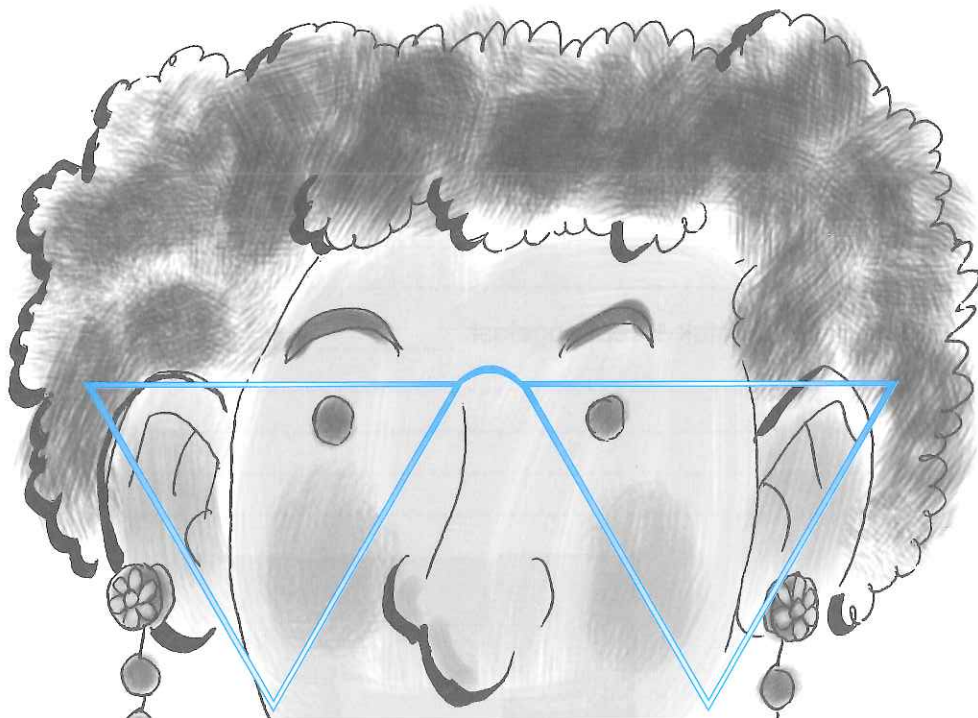


Niet alle gegevens op de puzzelstukjes op de vorige pagina zijn nodig om de antwoorden van vraagstuk 1 te vinden. Op elk puzzelstukje staat tussen haakjes een aantal punten dat het gewicht bij de betreffende aanwijzing aangeeft.

- 3 Welke gegevens zijn voldoende om vraagstuk 1 op te lossen? Wat is het minimale aantal gewichtspunten dat nodig is?

Toets 3

1



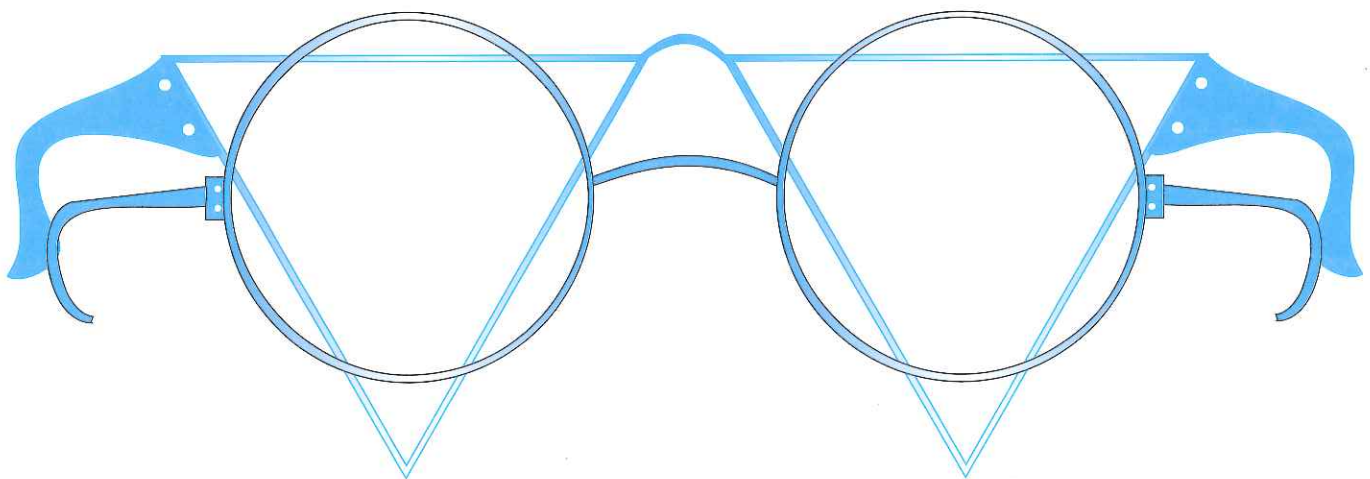
De bril voor mevrouw Lens is te groot. De opticien denkt er wel vier precies dezelfde brillen van te kunnen maken.

1a

Teken in de bril hoe de opticien elk glas zou kunnen snijden in vier gelijke driehoeken.

1b

De opticien wil hetzelfde titanium gebruiken voor de monturen van de kleinere brillen. Hoeveel titanium heeft hij extra nodig om alle vier de brillen te kunnen maken? Het gaat bij deze vraag alleen om het titanium rondom de glazen.



2

De twee brilmonturen op de tafel hebben beide titanium rond de glazen. Van alle zijden van de gelijkzijdige driehoeken komt precies de helft buiten de cirkel uit. De opticien heeft vier 'ronde' brillen en drie 'hoekige' brillen in zijn winkel.

Zit er meer titanium verwerkt in de vier ronde brillen of in de drie hoekige brillen? Licht je antwoord toe met behulp van de tekening van de brillen.

3

Volgens de dienstregeling ontmoet elke sneltrein van Berda naar Litbrug onderweg vier kruisende treinen.

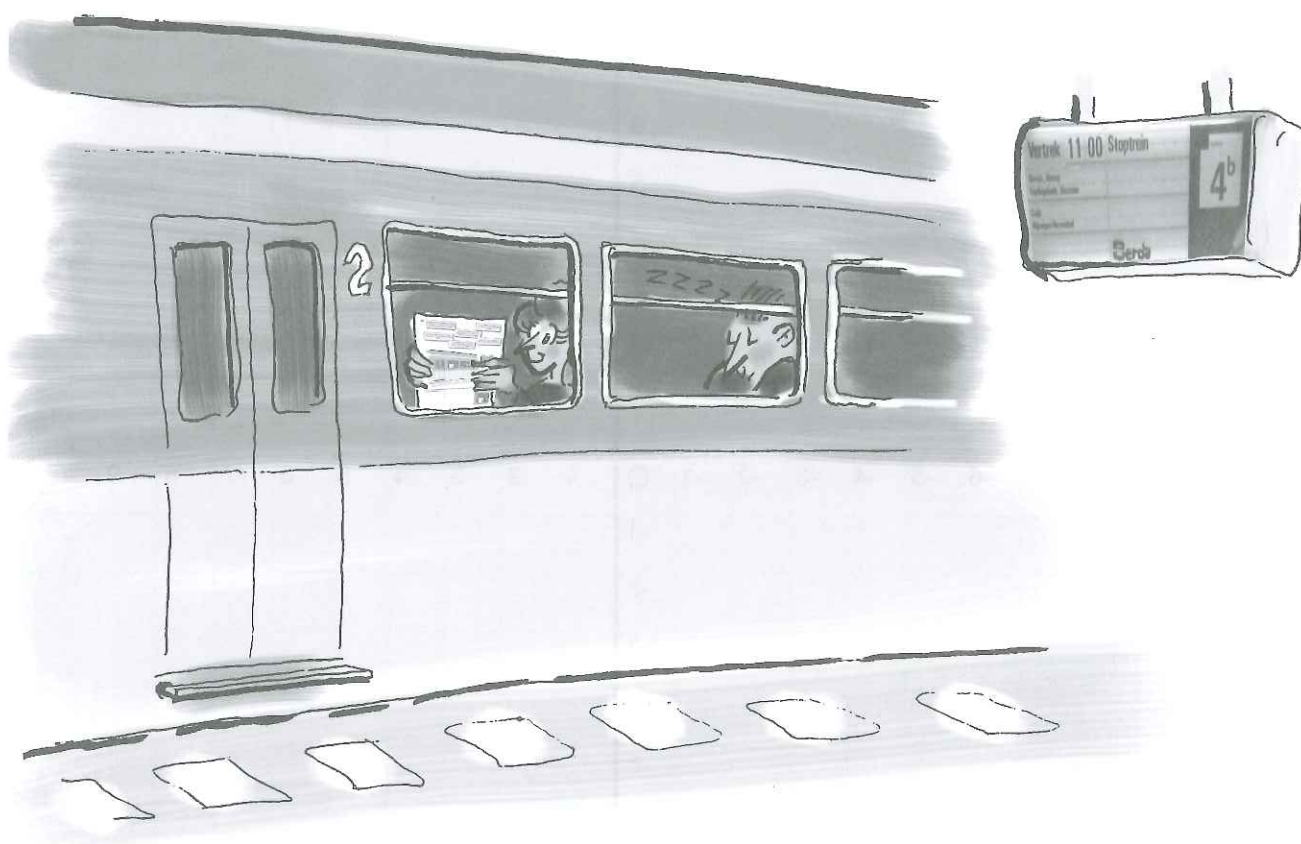
De reistijden van Berda naar Litbrug en van Litbrug naar Berda zijn gelijk.

Vandaag komt de sneltrein naar Litbrug van 10:25 uur een tijd stil te staan.

De tijdsintervallen tussen de vertrektijden van de treinen van Litbrug naar Berda zijn gelijk.

Alle treinen in de richting Berda rijden volgens de dienstregeling.

De tijdsduur van het stilstaan is een derde deel van de totale reistijd van de vertraagde trein.



Hoeveel kruisende treinen ontmoet de sneltrein naar Litburg van 10:25 uur vandaag?
Verklaar je antwoord.

.....

.....

.....

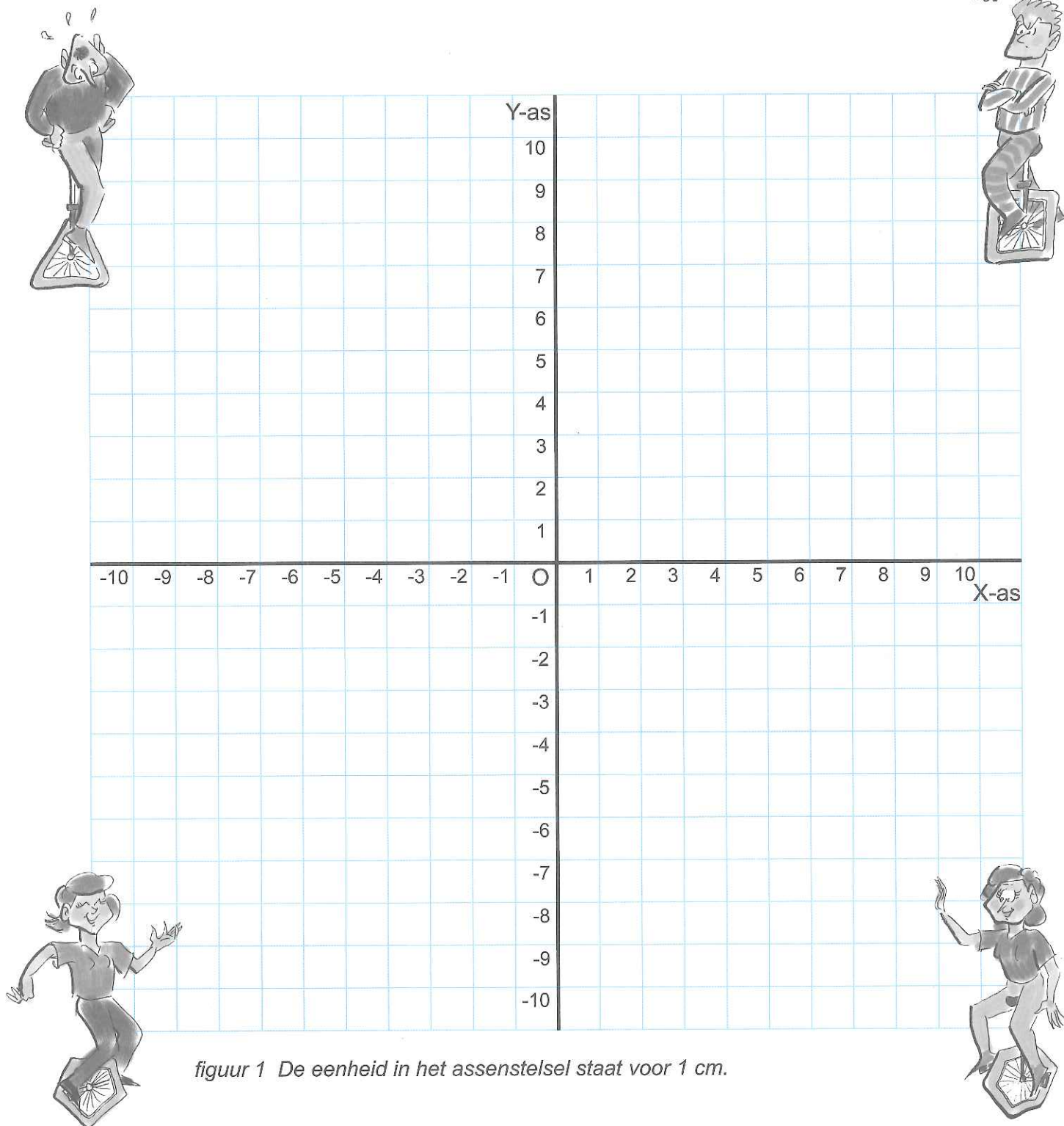
.....



Les 13 π keren over cirkels deel 1

In deze en de volgende les doen we onderzoek naar de omtrek en de oppervlakte van cirkels. We bekijken de rol die regelmatige veelhoeken hierbij kunnen spelen.

- 1 Teken in het assenstelsel van figuur 1 een cirkel met middelpunt O en straal 10. Teken vervolgens een regelmatige zeshoek met alle hoekpunten op de cirkel. Gebruik daarbij een passer en een liniaal, maar de liniaal alleen om verbindingslijnen te tekenen.



figuur 1 De eenheid in het assenstelsel staat voor 1 cm.

- 2 Beschrijf hoe je met behulp van de passer de zeshoek hebt geconstrueerd. _____

- 3 Hoe groot is de omtrek van de zeshoek?

We zoeken naar een betere benadering voor de omtrek van de cirkel.

- 4 Construeer in figuur 1 vanuit de regelmatige zeshoek een regelmatige twaalfhoek met alle hoekpunten op de cirkel. (*tip: denk aan spiegellijnen*)

In de figuur is goed te zien dat de omtrek van de twaalfhoek al een betere benadering is voor de omtrek van de cirkel dan de omtrek van de zeshoek. Een van de grote wiskundigen uit de Oudheid, Archimedes, ging nog een aantal 'verdubbel'stappen verder. Hij berekende zelfs de omtrek van een veelhoek met 96 zijden!



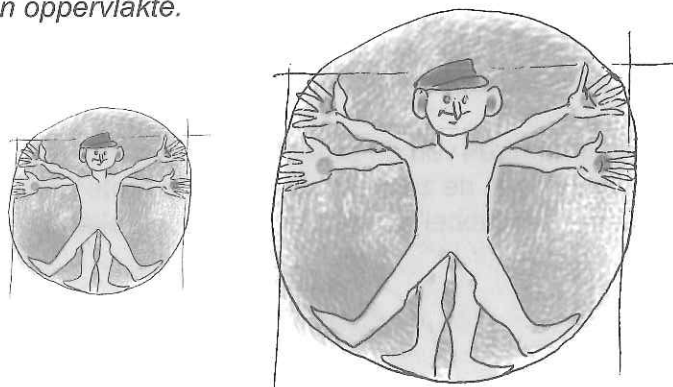
Bij het berekenen van de omtrek van de twaalfhoek krijg je met wortels van getallen te maken. Dat is ook het geval bij de oppervlakte van de zeshoek. Des te opvallender is het dat de oppervlakte van de twaalfhoek een geheel getal is.

- 5 Hoe groot is de oppervlakte van de twaalfhoek?

- 6 Schets hieronder (in woorden en/of door middel van een tekening) hoe je de oppervlakte van de twaalfhoek hebt berekend.

Les 14 π keren over cirkels deel 2

In Les 13 gaat het om hoe regelmatige veelhoeken kunnen helpen de omtrek van een cirkel te benaderen. Ook de oppervlakte van een cirkel kan via veelhoeken benaderd worden. Hoe meer zijden een regelmatige veelhoek met alle hoekpunten op de cirkel heeft, hoe minder de oppervlakte van de veelhoek zal verschillen met die van de cirkel. In deze les onderzoeken we de cirkel verder, en wel het verband tussen omtrek en oppervlakte.



Vergroting van figuren als een driehoek, vierkant of andere veelhoek waarbij alle afmetingen twee keer zo groot worden, heeft een twee keer zo grote omtrek tot gevolg.

Bij cirkels wordt de omtrek twee keer zo groot als de straal van de cirkel (en dus ook de diameter van de cirkel) twee keer zo groot wordt. Dat zal je na Les 13 zeker niet verbazen.

Archimedes (zie Les 13) vond met zijn benaderingsmethode een waarde voor de vaste verhouding tussen omtrek en diameter van de cirkel die al nauwkeuriger was dan 3,14. Het precieze getal dat die verhouding aangeeft noemen we π .

- 1 Wat geven de puntjes aan in $\pi = 3,14159\dots$?
- 2 Hoe groot is de omtrek van de cirkel in figuur 1 van Les 13? (uitgedrukt in π)
- 3 De omtrek van de twaalfhoek is $12 \times 10 \times \sqrt{2-\sqrt{3}}$, dat is ongeveer 62,12 cm. Hoeveel procent van de omtrek van de cirkel is dat minder? Geef het percentage in tienden nauwkeurig.
- 4 Hoe groot is de omtrek van een cirkel met straal r ? (uitgedrukt in π)

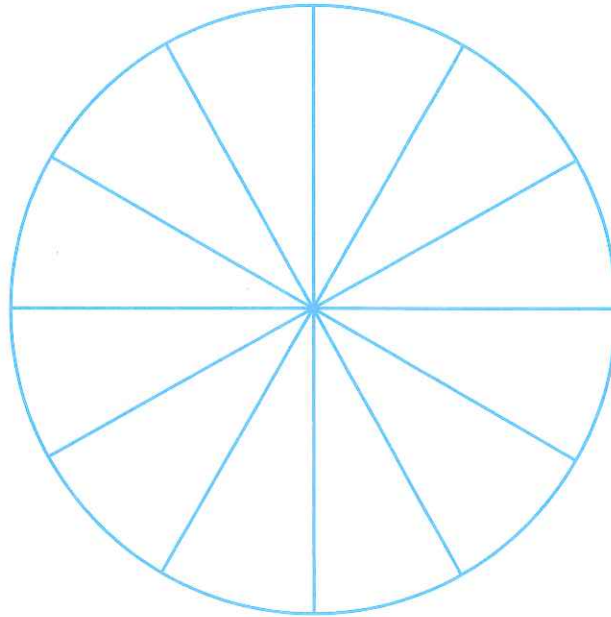


Als je van een vierkant de omtrek weet, kun je de oppervlakte afleiden.

- 5 Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met omtrek 76 cm? Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met omtrek k cm?

De vraag is nu of we uit de omtrek van een cirkel ook de oppervlakte af kunnen leiden.

- 6 Neem een vel papier en teken daarop een cirkel met een straal van minstens 8 cm. Verdeel vervolgens de cirkel in twaalf even grote taartpunten en knip de punten uit.



Probeer de twaalf taartpunten zodanig neer te leggen dat de figuur die als geheel ontstaat maar heel weinig verschilt van een figuur waarvan je de oppervlakte kunt bepalen (geen cirkel).

- 7 Hoe groot is de oppervlakte van een cirkel met straal r ? (uitgedrukt in π)

- 8 Kijk nog eens naar figuur 1 uit Les 13. Hoeveel procent minder dan de oppervlakte van de cirkel is de oppervlakte van de twaalfhoek? Geef het percentage in tienden nauwkeurig. Kun je het verschil verklaren met je antwoord op vraag 3?



Tip: bij de opdrachten 6 en 7: zie Topklassers Wiskunde deel 1 Les 8.

Les 15 AND

In Les 5 en Les 6 heb je je kunnen verdiepen in de vraag hoe een plaatsingslijst tot stand komt. De plaatsingslijst is gebaseerd op een rangschikking waarin spelers hoger kunnen komen naarmate ze meer toernooipunten verdienen.

In Les 15 en Les 16 doen we verder onderzoek naar de puntenverdeling.

Waar moet een goede puntenverdeling aan voldoen? Het is logisch dat de winnaar van een toernooi meer punten verdient dan de verliezend finalist en dat die op zijn beurt weer meer verdient dan een speler die in de halve finale uitgeschakeld wordt.

We kunnen bij elk resultaat het aantal te verdienen punten met een letter aangeven:

- W: aantal punten winnaar
- F: aantal punten verliezend finalist
- H: aantal punten verliezend halvefinalist
- K: aantal punten verliezend kwartfinalist
- A: aantal punten verliezend achtste-finalist.

Nu geldt in wiskundeterminen $W > F$, $F > H$, $H > K$ en $K > A$ of ook wel $W > F > H > K > A$.

Zowel de puntenverdeling $W = 5$, $F = 4$, $H = 3$, $K = 2$, $A = 1$ voldoet hieraan, als de puntenverdeling $W = 81$, $F = 27$, $H = 9$, $K = 3$, $A = 1$.



- 1 Welke nadelen kun jij bij deze puntenverdelingen bedenken?

Bekijk de volgende puntenverdeling. (Zie ook Les 6.)

bereikte resultaat	winnaar	finale	halve finale	kwartfinale	achtste finale
aantal punten	1000	700	450	250	150

tabel 1

Wat zouden uitgangspunten geweest kunnen zijn om tot een dergelijke verdeling te komen? Laten we eerst eens kijken of er in de rij een regelmaat te ontdekken valt.

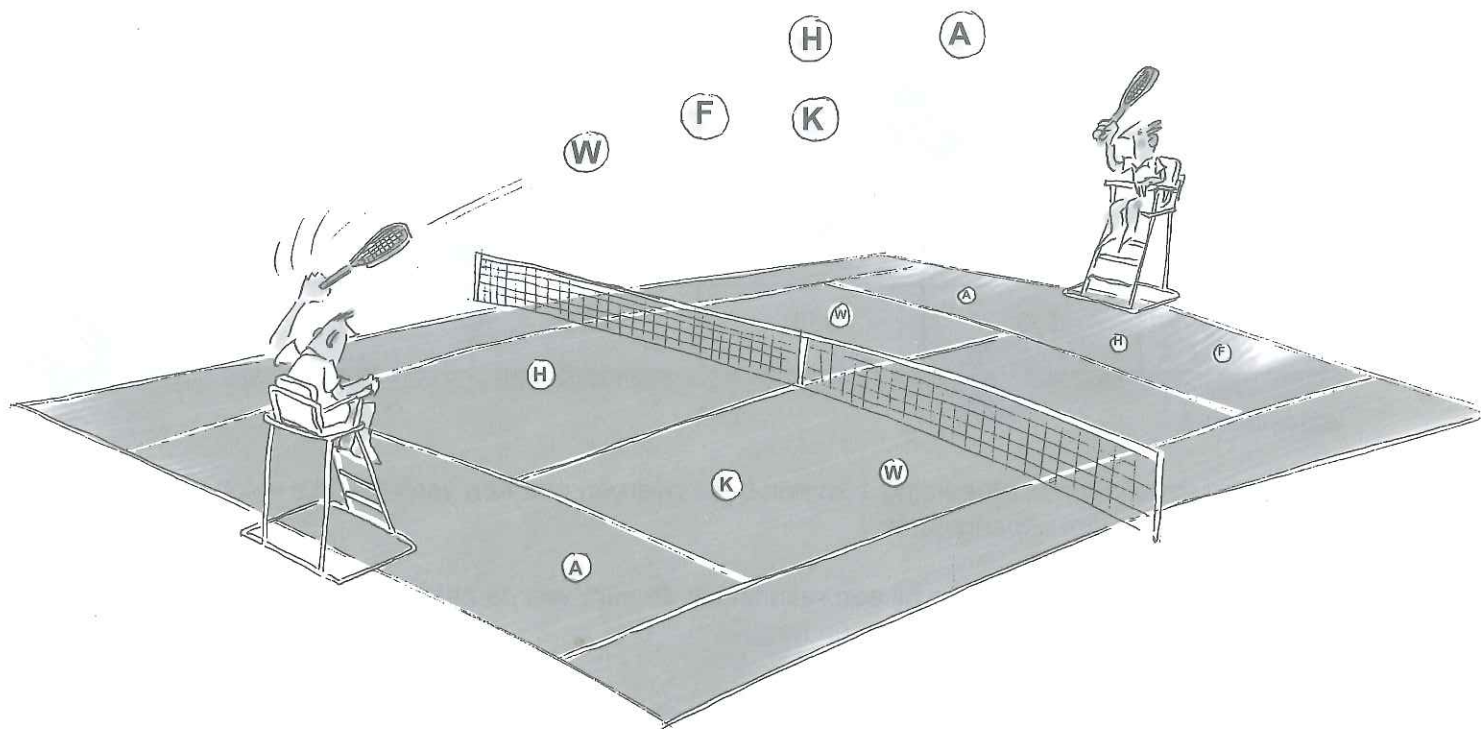
- 2 Is de rij 150, 250, 450, 700, 1000 een rekenkundige rij? (steeds hetzelfde verschil tussen opeenvolgende termen)
- Is de rij 150, 250, 450, 700, 1000 een meetkundige rij? (de voorgaande term wordt steeds met een bepaald getal vermenigvuldigd)
- Welke vermenigvuldigingsfactoren of quotiënten vind je bij $250 : 150$, $450 : 250$, $700 : 450$ en $1000 : 700$?

Er is dus helaas geen verband dat ons duidelijkheid geeft. Daarom zoeken we verder naar uitgangspunten die mogelijk tot de puntenverdeling in tabel 1 leiden.

Laten we eens kijken naar de volgende uitgangspunten:

- Twee verloren finales leveren meer punten op dan drie verloren halve finales.
- Twee verloren halve finales leveren meer punten op dan één verloren finale.

3 Beschrijf de twee bovengenoemde uitgangspunten in wiskundetermen met F en H. Kun je deze uitgangspunten ook combineren tot één regel in de vorm: $\dots < \dots < \dots$?



Je zou deze twee uitgangspunten kunnen formuleren voor elk tweetal opeenvolgende resultaten. Dan leveren bijvoorbeeld twee verloren halve finales meer op dan drie verloren kwartfinales, maar minder dan vier verloren kwartfinales.

4 Voldoen alle aantallen van de puntenverdeling in tabel 1 aan de twee uitgangspunten?

5 Voldoet de puntenverdeling die jij zelf in Les 6 bedacht hebt aan de twee uitgangspunten?

- Een ander uitgangspunt waar je aan zou kunnen denken is $W + H > 2F$.

6 Wat betekent dit uitgangspunt in woorden?

Als de twee uitgangspunten uit opgave 3 gelden, dan geldt vanzelf ook $W + H > 2F$!

7 Kun je dit aantonen?

Les 16 MATCH!

In Les 15 deden we onderzoek naar mogelijke uitgangspunten voor een puntenverdeling bij tennistoernooien. In deze les vervolgen we onze wiskundige zoektocht en stuiten daarbij onder andere op de rij van Fibonacci!

Als we de puntenverdeling in afbeelding 1 toetsen aan een of meerdere uitgangspunten, blijkt er meestal net iets niet te kloppen. (Zie Les 15) Mogelijk spelen bij de verdeling andere factoren een rol waar we nog geen rekening mee gehouden hebben.

Denk bijvoorbeeld aan de deelbaarheid van de getallen. Bij kleinere en minder belangrijke toernooien moet naar verhouding steeds een deel van de punten worden uitgedeeld. Bovendien is het mogelijk dat niet voor alle resultaten dezelfde uitgangspunten gelden.

<i>bereikte resultaat</i>	<i>winnaar</i>	<i>finale</i>	<i>halve finale</i>	<i>kwartfinale</i>	<i>achtste finale</i>
<i>aantal punten A-toernooi</i>	1000	700	450	250	150
<i>aantal punten B-toernooi</i>	500	350	225	125	75

afbeelding 1

De puntenverdelingen in afbeelding 1 komen bijna overeen met een verdeling die volgt uit een ander wiskundig interessant uitgangspunt:

- Het aantal te behalen punten bij een resultaat is de som van de behaalde punten bij de twee resultaten die daaraan voorafgaan (in rang).

1 Wat betekent dit (in formuletaal) voor H, K en A?

2 Vul tabel 1 verder in vanuit het hierboven genoemde uitgangspunt.

<i>bereikte resultaat</i>	<i>winnaar</i>	<i>finale</i>	<i>halve finale</i>	<i>kwartfinale</i>	<i>achtste finale</i>
<i>aantal punten</i>				250	150

tabel 1

3 Aan welke van de uitgangspunten uit Les 15 voldoet de puntenverdeling in tabel 1?

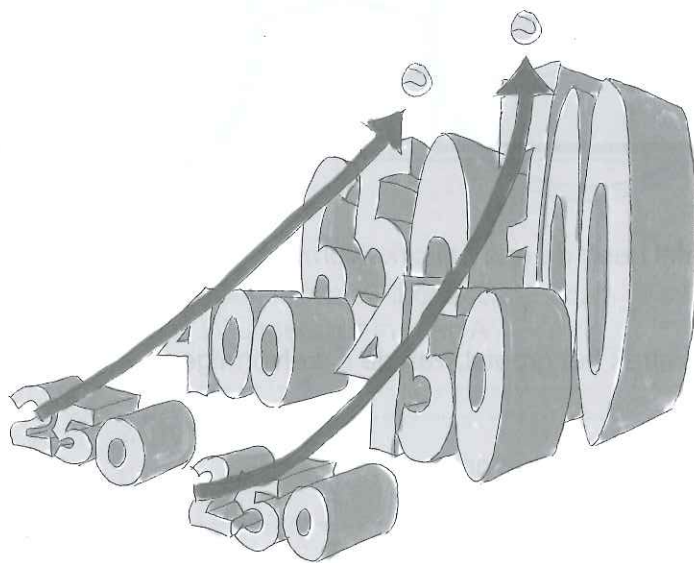
Deze puntenverdeling houdt verband met de *rij van Fibonacci*, want ook daarin is elk getal gelijk aan de som van de twee voorgaande getallen. Alleen de begingetallen in de rij van Fibonacci zijn anders, namelijk 0 en 1.

4 Als je de puntenaantallen in tabel 1 in dezelfde verhouding zo ver mogelijk vereenvoudigt vind je vijf getallen uit de rij van Fibonacci. Welke vijf getallen zijn dat van klein naar groot? En welke getallen gaan er in de rij van Fibonacci vooraf aan deze vijf getallen?

We gaan onderzoeken of we in de 'Fibonacci'-verdeling in tabel 1 een meetkundige rij kunnen ontdekken.

- 5 Bereken van elk tweetal opeenvolgende getallen uit tabel 1 het quotiënt, te beginnen met $250 : 150$.
(Reken uit in duizendsten nauwkeurig.)

Het zal je opvallen dat de rij 150, 250, 400, 650, 1050 meer op een meetkundige rij lijkt dan de rij 150, 250 450, 700, 1000.



- 6 Bereken de vijf volgende getallen uit de rij 150, 250, 400, 650, 1050 en bereken van elk tweetal opeenvolgende getallen het quotiënt. (In duizendsten nauwkeurig.)

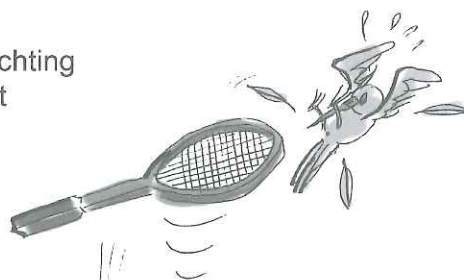
Als je berekeningen kloppen, benadert het quotiënt een vaste waarde. Dit zet ons op het spoor van het volgende uitgangspunt:

- Door van een resultaat het aantal behaalde punten met een vaste factor te vermenigvuldigen vind je het aantal punten van het resultaat van één rang hoger.

Als je de 'Fibonacci'-verdeling voortzet, gaat de rij inderdaad richting meetkundige rij. Maar verder dan 1050 heeft niet veel zin, want wat gaat er boven *winnaar van het toernooi*?

Tenzij je de vijf bij opgave 6 gevonden getallen als nieuwe puntenverdeling gaat gebruiken...

In mogelijke puntenverdelingen valt nog veel interessante wiskunde ontdekken. En anders in de rij van Fibonacci wel. Maar we zullen het bij deze 'viersetter' laten!



**GAME, SET
AND MATCH!**

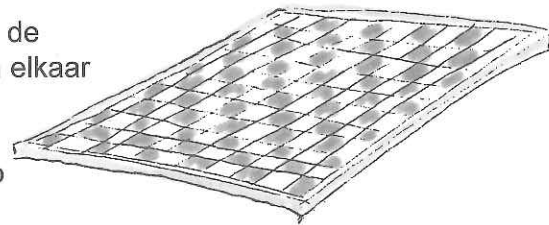


Eindtoets A

In deze Eindtoets A nemen de lessenparen (1/2, 3/4, enz.) het tegen elkaar op. Net als bij een wedstrijdschema voor een tennistoernooi spelen de hoger genummerde lessen tegen overeenkomstig laag genummerde lessen. Dus Les 15/16 speelt tegen Les 1/2.

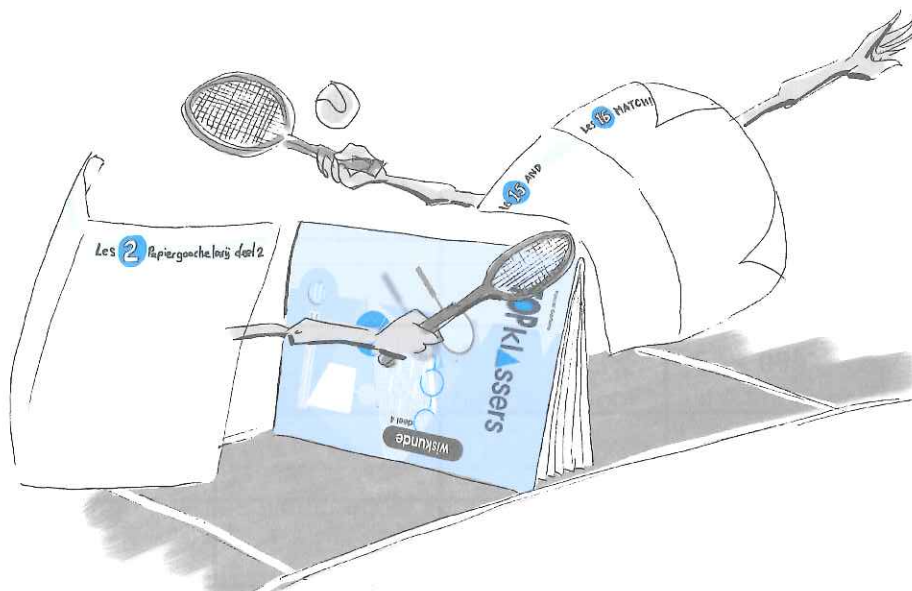
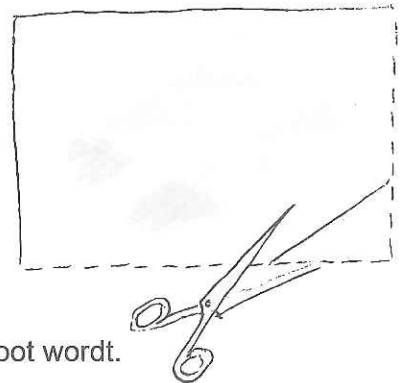
Over elk lessenpaar wordt één vraag gesteld. De vraag moet duidelijk maken over welke lessen het gaat. De antwoorden worden uitgedrukt in een getal. Winnaar van een kwartfinale is het lessenpaar met een groter getal als antwoord dan het andere lessenpaar.

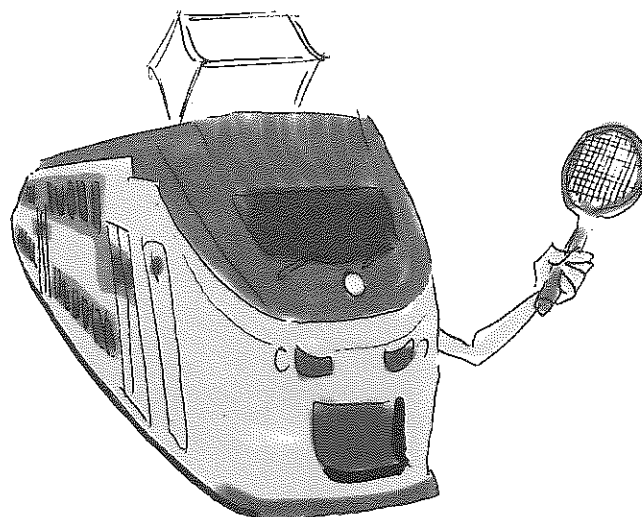
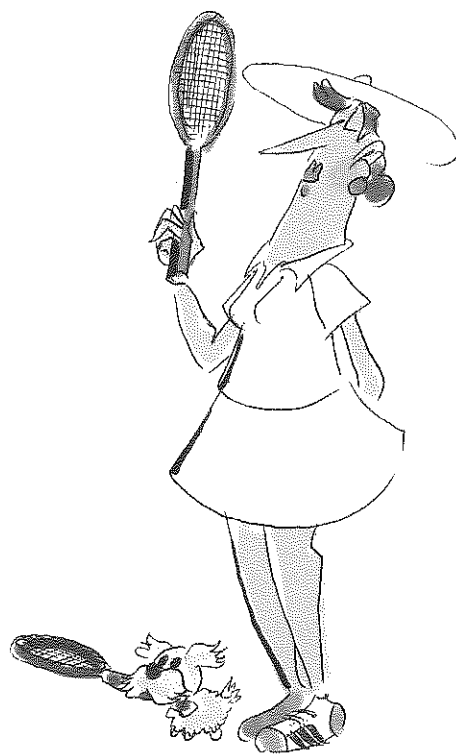
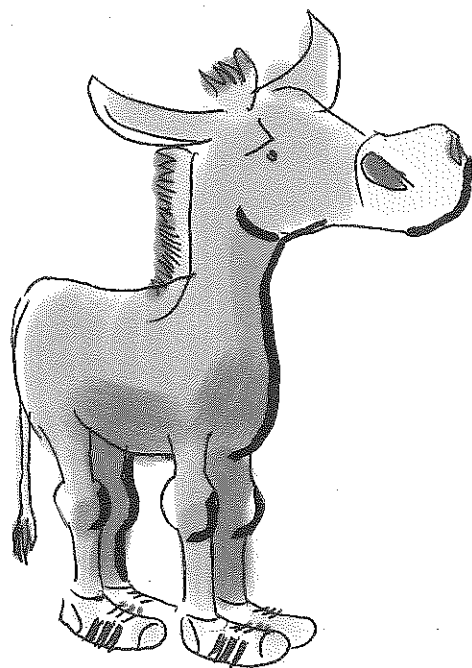
Vul in het schema op de volgende bladzijde de wedstrijden plus de uitslagen in. Vul ook in welke lessen het in de halve finale tegen elkaar op moeten nemen.



- a** Hoeveel verschillende opstellingen zijn er met één damsteen op een dambord van elf bij elf vakjes?
- b** De treinreis van Heen naar Weer duurt 37 minuten. Er vertrekken treinen om het uur, de eerste vertrekt om 6:44 uur. De terugreis duurt ook 37 minuten en ook de treinen terug vertrekken om het uur. De eerste vertrekt om 6:36 uur. De dienstregeling wordt met twee treinen uitgevoerd. Hoeveel procent van de tijd tussen 7:00 uur en 8:00 uur rijden beide treinen niet?
- c** Vouw een vel papier drie maal dubbel. Knip een hoek uit het papier waar de enkele vouw en de dubbele vouw bij elkaar komen.

Hoeveel gaten zitten er in het papier?
- d** Wat is de x-coördinaat van het andere snijpunt met de X-as van de cirkel door O met middelpunt (9,3)?
- e** Een cirkel wordt gelijkmatig vergroot, zodat de omtrek dertien keer zo groot wordt. Hoeveel keer zo groot wordt de oppervlakte van de cirkel?
- f** Welk nummer op de plaatsingslijst heeft de tegenstander van de speler die op nummer 38 staat bij een lijst van 64 spelers?
- g** Welk getal is het achtste getal van de rij van Fibonacci?
- h** Wat is de som van de cijfers in de pincode die hoort bij twee kwadraten, beide groter dan nul, samen 100?





Eindtoets B

In Eindtoets A heb je uitgerekend welke lessenparen de halve finale bereikten.
In Eindtoets B kies je zelf welke lessenparen in de halve finale uitkomen.

Bedenk opdrachten bij de betreffende lessen met een getal als antwoord.
Uitdagende opdrachten op het niveau van een wiskunde topklasser.

Laat een andere topklasser uitrekenen wie de finale gaan spelen.

Halve finale 1



Halve finale 2



De finale wordt gespeeld door:



Illustraties

Beeldstormers/Marcel Westervoorde, Alphen a/d Rijn

Vormgeving en lay-out

Beeldstormers/Marcel Westervoorde, Alphen a/d Rijn

Eerste druk, eerste oplage 2009

© 2009 Bekadidact, Baarn

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

ISBN 978 90 262 4217 5