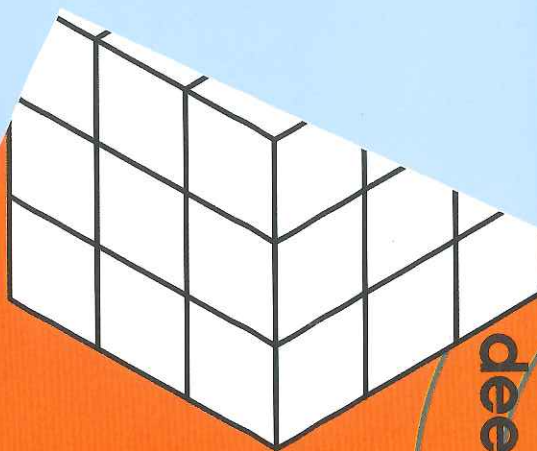
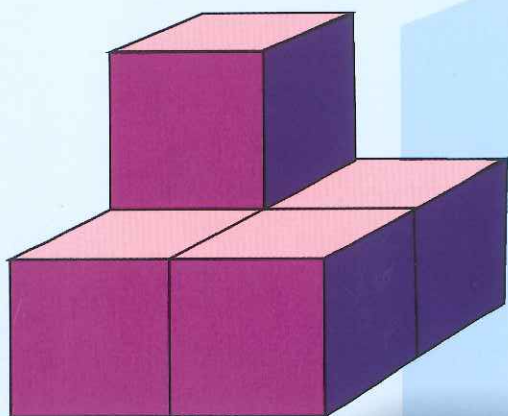


Pascal Goderie

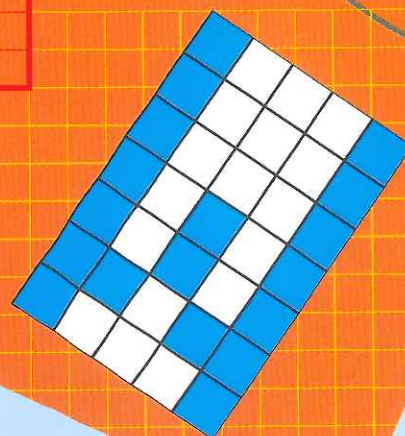
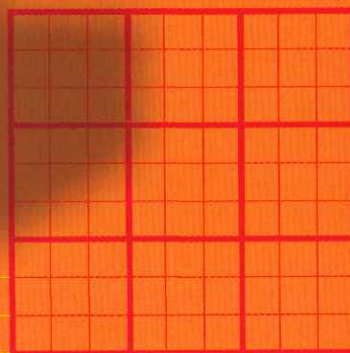
werkboek van
groep

TOPkl▲ssers



wiskunde

deel 5



ThiemeMeulenhoff

TOPklassers

wiskunde

deel 5

Werkboek

Auteur

Pascal Goderie



Inhoud

Inleiding voor de leerling.....	3
Les 1 Een sudoku ontwerpen	4
Les 2 Eén sudoku?	6
Les 3 Het Tabelspel	8
Les 4 Het Ontcijferspel	10
Toets 1	12
Les 5 Zwevende kubussen deel 1	14
Les 6 Zwevende kubussen deel 2	16
Les 7 Bridge	18
Les 8 De getallendoolhof	20
Toets 2	22
Les 9 De meerkamp deel 1	24
Les 10 De meerkamp deel 2.....	26
Les 11 Theaterbezoek deel 1.....	28
Les 12 Theaterbezoek deel 2	30
Toets 3	32
Les 13 De Triokubus	34
Les 14 Er zit perspectief in (de kubussen)	36
Les 15 Kleur op de landkaart.....	38
Les 16 Waar of niet waar	40
Toets 4	42
Eindtoets A	44
Eindtoets B	46

Inleiding voor de leerling

Dag Topklasser,

De kans is groot dat jij *goed* in rekenen-wiskunde bent.

De kans is groot dat jij *beter* met pittige vraagstukken bezig kunt zijn.

De kans is groot dat jij *best* graag hard werkt om een goed antwoord te vinden.

Daarom ligt hier voor je het vijfde deel van *Topklassers Wiskunde*.

Dit werkboek staat vol met wiskundige vraagstukken.

Vraagstukken waaraan zelfs ook veel middelbare scholieren hun hart kunnen ophalen.

Jij bent vast iemand die al op de basisschool een extra uitdaging aankan.

En je bent vast iemand die goed kan doorzetten.

Dan zul je vast ook kunnen smullen van alle interessante problemen.

Problemen om alleen of samen met andere Topklassers te lijf te gaan.

In deel 5 ontwerp je zelf sudoku's en je bedenkt wat een eerlijke puntentelling voor de meerkamp kan zijn. Verder wordt je ruimtelijk voorstellingsvermogen flink op de proef gesteld met doorkijkjes in bouwwerken van kubussen. En daarnaast vind je nog vele andere boeiende onderwerpen.

Ga er eens lekker voor zitten en laat je verrassen.

Misschien verras jij ons met slimme wiskundige bewijzen!

Als je een les afhebt, vraag dan aan de leerkracht het antwoordenboek.

Veel plezier en succes.

Laat zien dat jij een echte *wiskunde topklasser* bent!

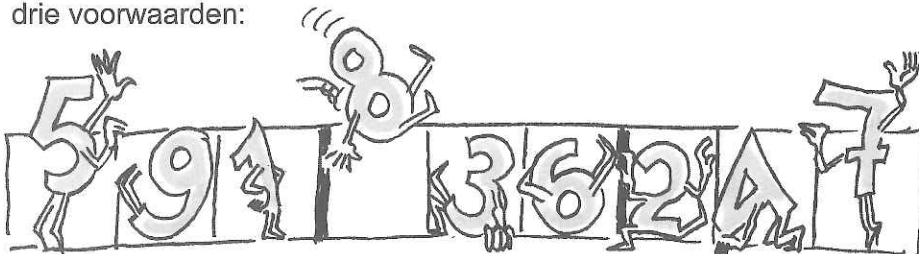
Pascal Goderie

Les 1 Een sudoku ontwerpen

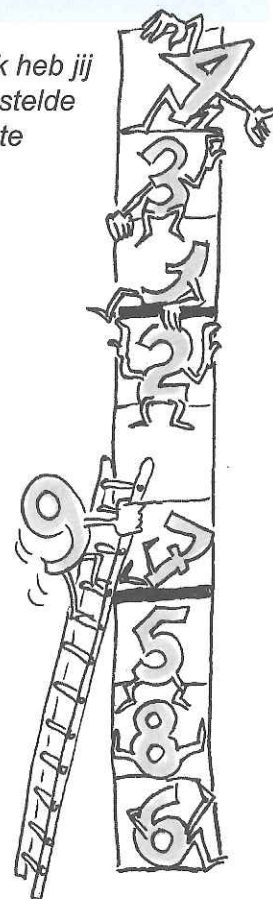
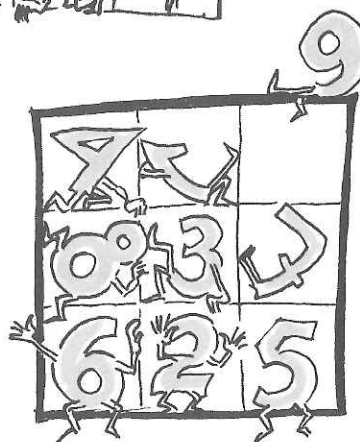
Het oplossen van een sudoku is voor veel mensen een aangenaam tijdverdrijf. Mogelijk heb jij zelf ook wel eens zo'n puzzel opgelost. In deze les bekijken we een sudoku in tegengestelde richting. We vragen je niet om een sudoku op te lossen, maar we vragen je er zelf een te ontwerpen.

Eerst nog even de spelregels van een sudoku.

Een sudoku is een puzzel van negen bij negen vakjes waar al verschillende getallen ingevuld staan. De puzzelaar moet de overige getallen zien te vinden aan de hand van de volgende drie voorwaarden:



- In elke rij komen de getallen 1 tot en met 9 precies één maal voor.
 - In elke kolom komen de getallen 1 tot en met 9 precies één maal voor.
 - In elk deelvierkant komen de getallen 1 tot en met 9 precies één maal voor.
- Met de deelvierkanten bedoelen we de 3 bij 3-vakken met een dikke rand.



Een echte sudoku heeft precies één oplossing. We starten zoals gezegd met de oplossing.

- 1 Vul in diagram 1 negen maal de getallen 1 tot en met 9 in, zodat de oplossing van een sudoku ontstaat.

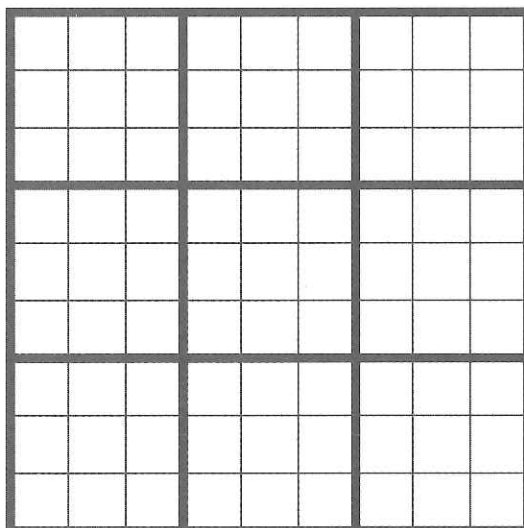


diagram 1

Tip: Verdeel de getallen 1 tot en met 9 over de eerste rij. (Bijvoorbeeld 3-8-7-1-9-5-6-2-4, maar uiteraard is 1-2-3-4-5-6-7-8-9 ook goed.) Laat de getallen één positie opschuiven (in het eerste voorbeeld 8-7-1-9-5-6-2-4-3) en maak daar rij vier, vijf of zes van. Laat vervolgens de getallen weer een positie opschuiven en plaats ook deze getallen in een geschikte rij. Ga op deze manier alle rijen af in een volgorde die tot het gewenste resultaat leidt.

2 Wat is een geschikte volgorde om de rijen af te gaan bij deze manier?

3 Neem in diagram 2 alle getallen van diagram 1 over op negen getallen na, laat daarbij in elke kolom één positie open.

Dit levert een sudoku op die wel heel eenvoudig op te lossen is. De getallen die op de open plaatsen ingevuld moeten worden zijn te achterhalen, omdat steeds uit de acht andere getallen in een kolom duidelijk wordt wat het ontbrekende getal is.

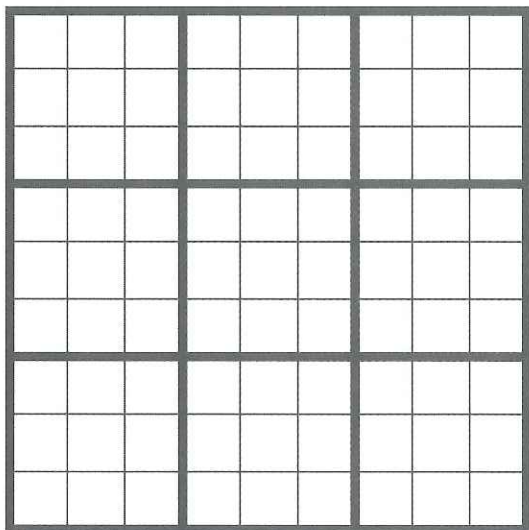


diagram 2

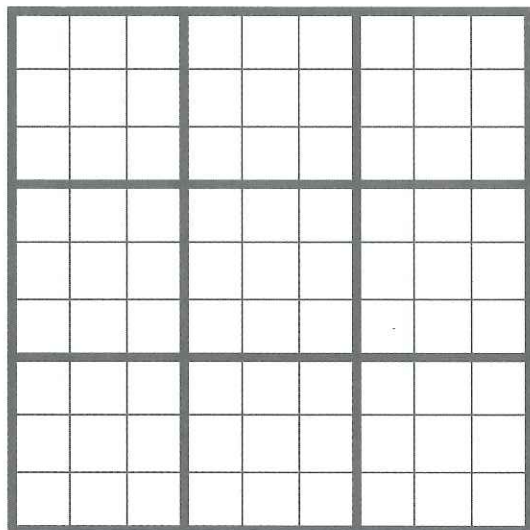


diagram 3

4 Omcirkel in diagram 2 een aantal getallen die met behulp van niet-omcirkelde getallen in het diagram te achterhalen zijn. Neem in diagram 3 alle getallen van diagram 2 over behalve de omcirkelde getallen. Omcirkel vervolgens in diagram 3 getallen die ook via andere getallen te achterhalen zijn. Zet volgende stappen in diagram 4 en daarna ook in diagram 5.

Bedenk daarbij dat het combineren van gegevens extra informatie kan opleveren.

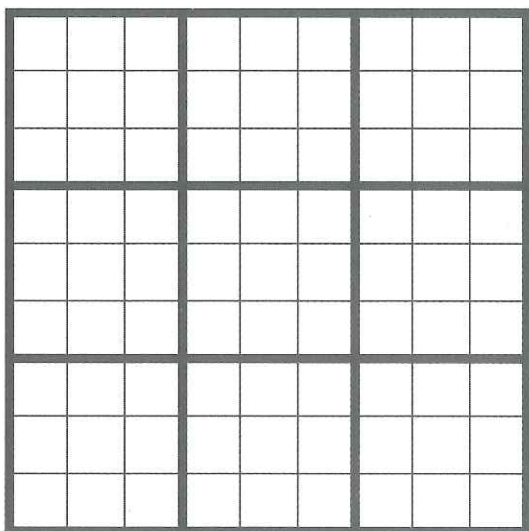


diagram 4

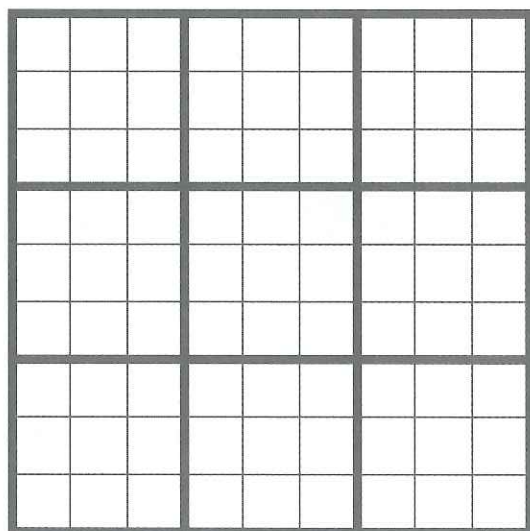


diagram 5

De sudoku in diagram 5 is mogelijk al interessant genoeg om iemand anders voor te zetten. Je kunt natuurlijk ook proberen nog een paar stappen verder te gaan en er een hele pittige sudoku van te maken. Wie kan jouw sudoku oplossen?

Les 2 Eén sudoku?

Als je eenmaal een sudoku ontworpen hebt, zoals in Les 1, hoeft het niet bij één te blijven. In deze les bekijken we hoe één sudoku een hele verzameling varianten kan opleveren.

Neem je sudoku uit diagram 5 van Les 1 over in diagram 1 op deze pagina. (Als je de sudoku nog pittiger gemaakt hebt kun je natuurlijk ook de pittige versie overnemen.)

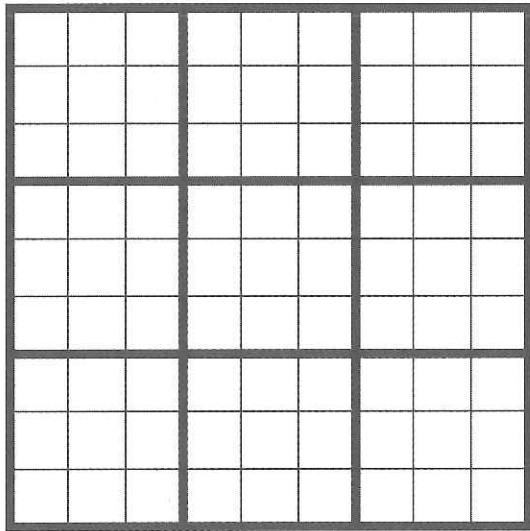


diagram 1

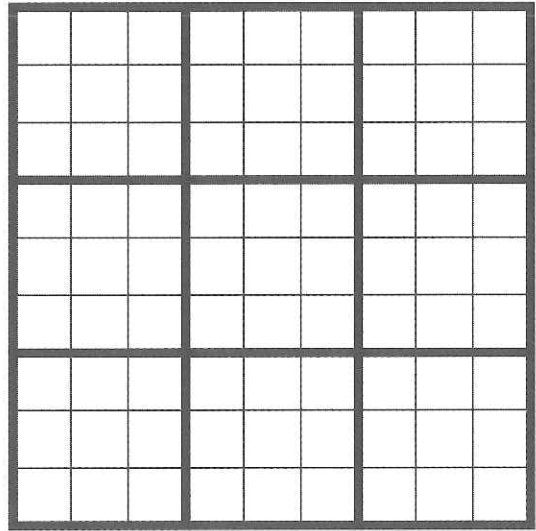


diagram 2

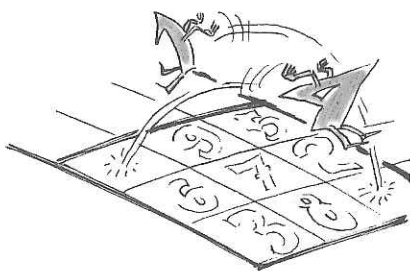
Een kleine verandering ontstaat door bijvoorbeeld alle drieën en alle achten om te wisselen.

- 1 Is er bij zo'n verwisseling nog steeds sprake van een sudoku met precies één oplossing? Wat zijn dan de gevolgen voor die oplossing?



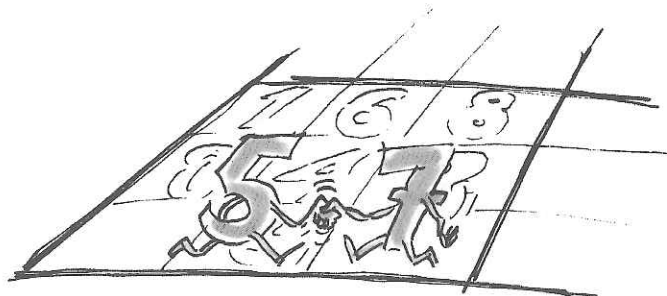
Hieruit volgt dat het niet bij één getalwisseling hoeft te blijven.

- 2 Kies welke getallen je wilt vervangen door andere getallen. Noteer alle verwisselingen.



Een voorbeeld: Elke 1 vervang je door een 4, elke 4 vervang je door een 8, elke 8 vervang je door een 2 en elke 2 vervang je door een 1. Elke 7 vervang je door een 3 en omgekeerd vervang je elke 3 door een 7. Alle vijven, zessen en negens laat je staan.

- 3 Zet in diagram 2 de sudoku die ontstaat uit diagram 1 na alle door jou gekozen getalwisselingen.



- 4 Welke veranderingen in het diagram kun je nog meer bedenken die een 'nieuwe' sudoku opleveren? Mag je bijvoorbeeld ook rijen of kolommen met elkaar verwisselen? Zo ja, welke wisselingen zijn toegestaan?

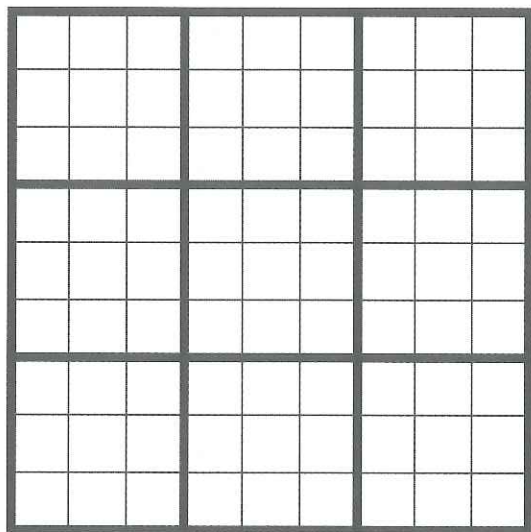


diagram 3

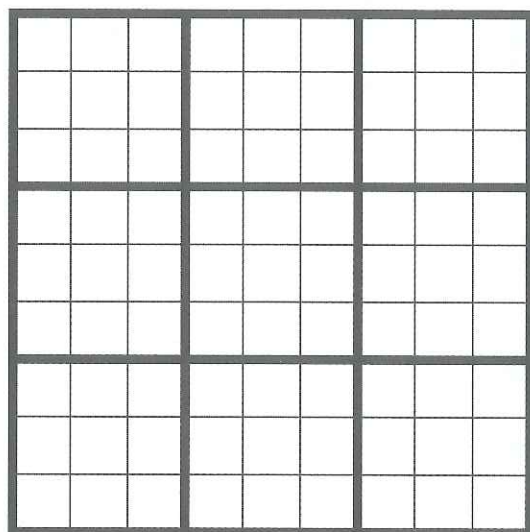


diagram 4

- 5 Geef aan welke rijen je wilt verwisselen en ook welke kolommen.
- 6 Zet in diagram 3 de sudoku die ontstaat uit diagram 2 na de door jou gekozen wisselingen van rijen en kolommen.
- 7 Welke van de volgende veranderingen hebben een nieuwe sudoku tot gevolg?
- één deelvierkant een kwartslag draaien
 - het gehele diagram een kwart, halve of driekwart slag draaien
 - drie deelvierkanten die op één verticale lijn liggen verwisselen met drie andere deelvierkanten die op één verticale lijn liggen

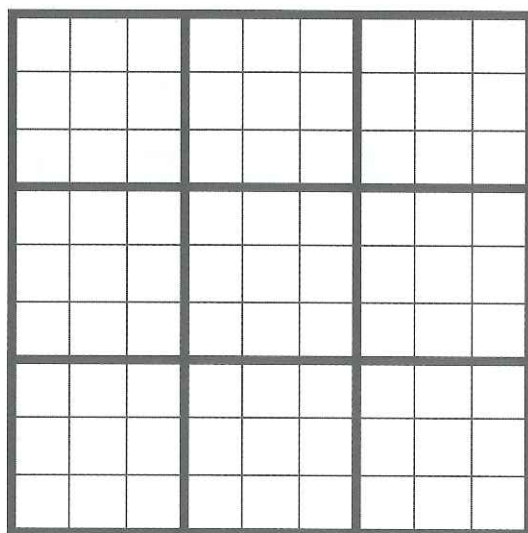


diagram 5

- 8 Verander diagram 3 met behulp van toegestane wisselingen tot een nieuwe sudoku in diagram 5. Gebruik eventueel diagram 4 als tussenstap. Los de sudoku vervolgens zelf op.

Als controle kun je alle gemaakte verwisselingen ook toepassen op de oplossing van je oorspronkelijke sudoku. Is dit de oplossing van de sudoku die je net hebt opgelost?

Les 3 Het Tabelspel

Op deze pagina staat een tabel die tevens kan dienen als spelbord. Het gaat erom te achterhalen wat de getallen in de tabel voorstellen. Je kunt natuurlijk in je eentje naar de oplossing zoeken, maar je kunt er ook samen met iemand anders een spel van maken.

11	9	1	-	1	*	-	-	-	1	-	2	1
10	*8	1	2	1	2	-	2	1	3	2	1	
9	7	1	-	1	-	-	-	2	1	2	*	1
8	6	1	2	1	2	-	3	*	2	3	2	1
7	5	1	*	1	-	6	1	2	1	2	1	
6	4	1	2	1	3	2	4	3	*	4	2	1
5	3	1	-	2	2	*	2	2	2	1	2	1
4	2	1	3	4	5	2	3	3	3	*	2	1
3	1	*	2	5	4	2	2	2	2	1	2	2
2	0	1	2	1	2	5	*	2	1	2	1	11
1	?	1	2	*	3	4	5	6	7	8	9	10
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

Welke speler weet als eerste wat alle getallen in de tabel betekenen?

Door met een pion over het spelbord te gaan kun je aanwijzingen verzamelen. Er is één pion, waar beide spelers mee spelen, en het spel begint met die pion op vak A1.

Als je aan de beurt bent, werp je met twee dobbelstenen. Je verplaatst vervolgens de pion een aantal stappen in horizontale richting en een aantal stappen in verticale richting. Je kiest het aantal ogen van een van de twee dobbelstenen als horizontale aantal stappen en het aantal ogen van de andere dobbelsteen als verticale aantal.

Kom je op een vak met een sterretje dan mag je op pagina 9 de aanwijzing lezen die bij dat vak hoort. In de volgende beurt gaat de andere speler verder vanuit de plaats waar de pion op dat moment staat. Alleen in je eigen beurt mag je een oplossing noemen.

Op de kaartjes op de pagina hiernaast staan de aanwijzingen die kunnen helpen bij het ontraadselen van de tabel. Je kunt natuurlijk ook met echte kaartjes werken. Die leg je dan omgekeerd op tafel met de aanduiding op de rug (bijvoorbeeld A10). Als je met de pion op vak A10 komt, mag je het kaartje A10 omdraaien en de aanwijzing lezen.

Spreek met elkaar af wat je doet met de kaartjes die al gelezen zijn. Komt een gelezen kaartje terug in het spel, zodat de andere speler de betreffende aanwijzing later nog kan lezen, of mag elk kaartje maar door één speler gelezen worden? Misschien wil je nog andere spelregels toevoegen. Ga je gang en ontsluit het raadsel van de tabel.

D 1
de tafel van 3

G 2
30 en 60

B 3
1 en 10

J 4
27 en 72

F 5
30 en 35

C 7
geen enkele 5

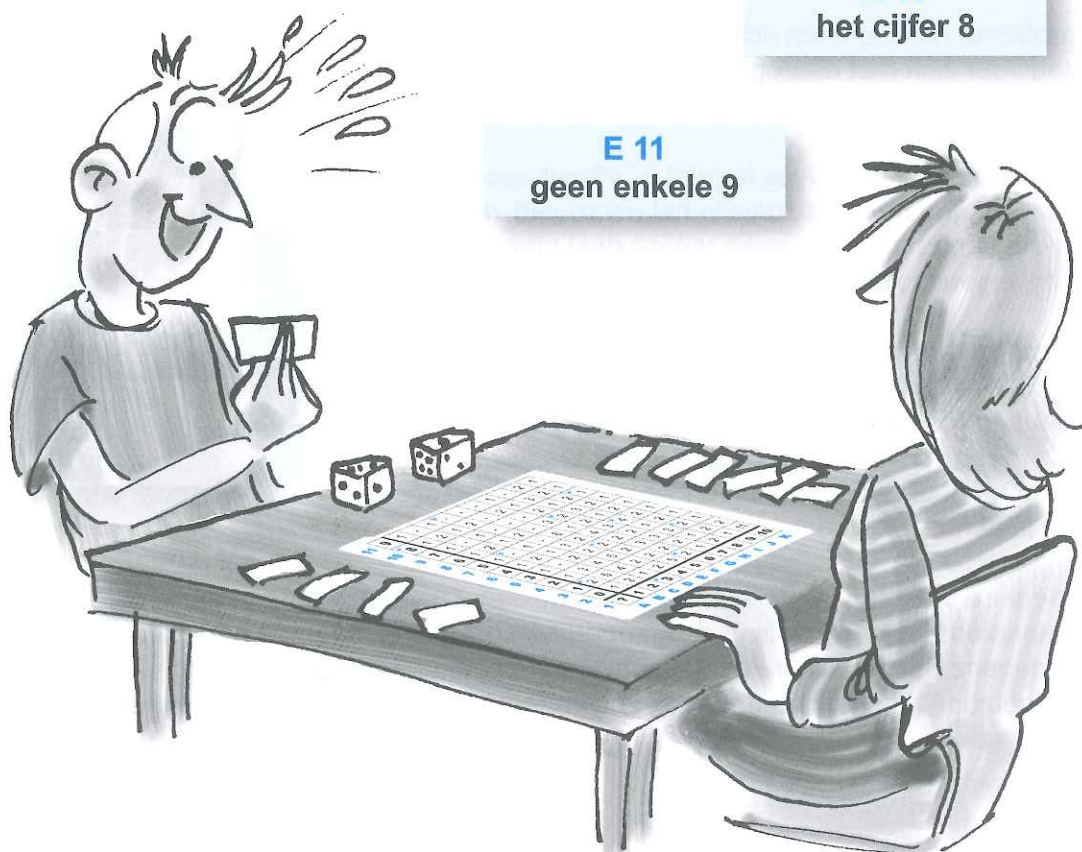
I 6
24, 40, 48 en 64

H 8
56 en 63

K 9
70

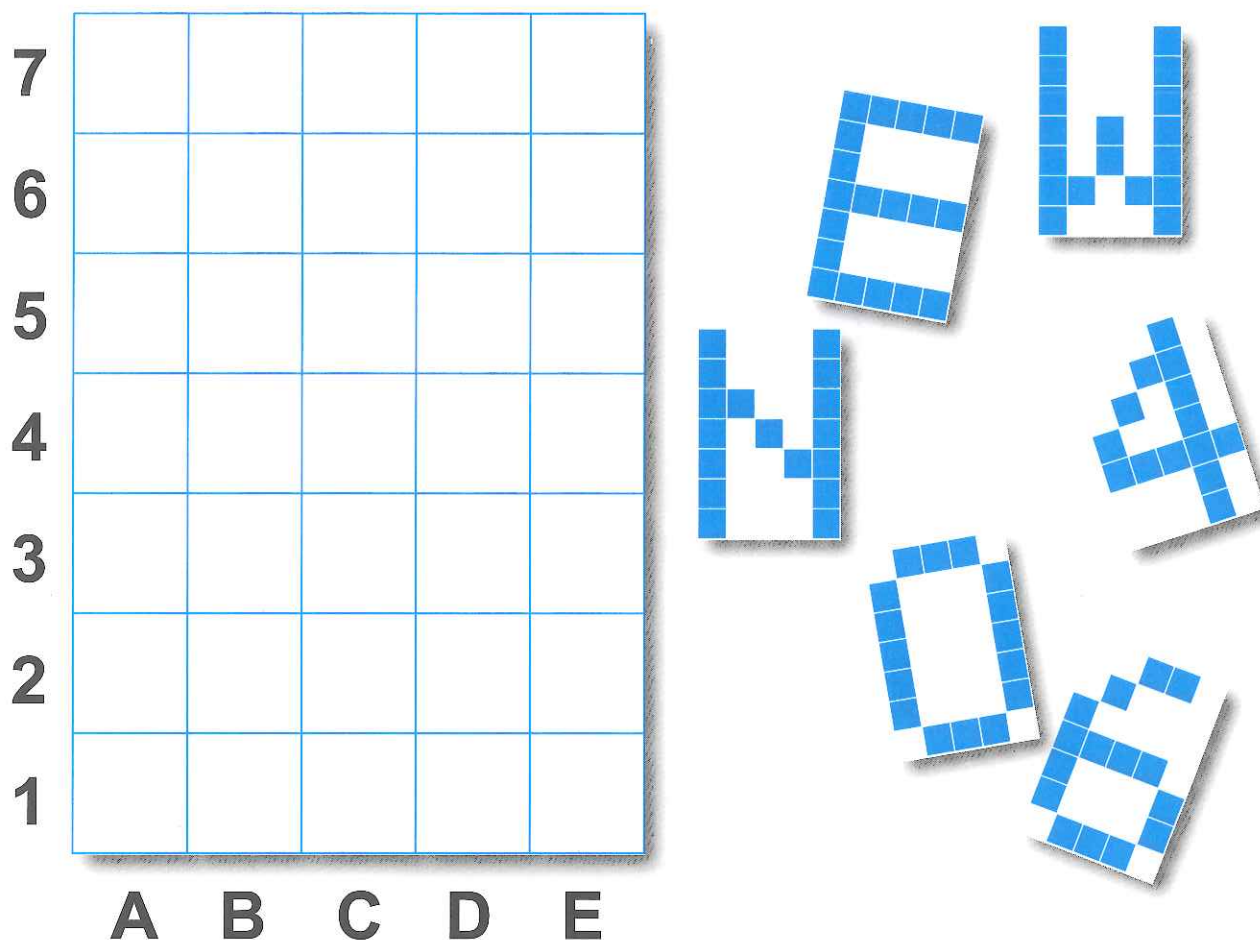
A 10
het cijfer 8

E 11
geen enkele 9



Les 4 Het Ontcijferspel

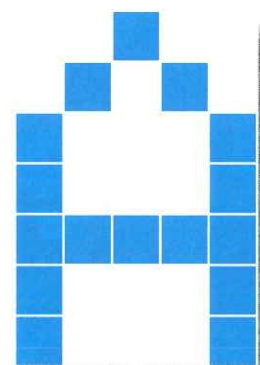
Nadeel van het spel in Les 3 is dat je het niet meer kunt spelen als de tabel eenmaal ontraadseld is. In deze les gaat het ook om een spel waarin ontcijferd moet worden. Dit spel is echter wel vaker te spelen.



In het Ontcijferspel proberen twee spelers achter elkaars letter of cijfer te komen. Beide spelers hebben een eigen blad voor zich met daarop twee 'displays' in het klein, zoals afgebeeld op pagina 11.

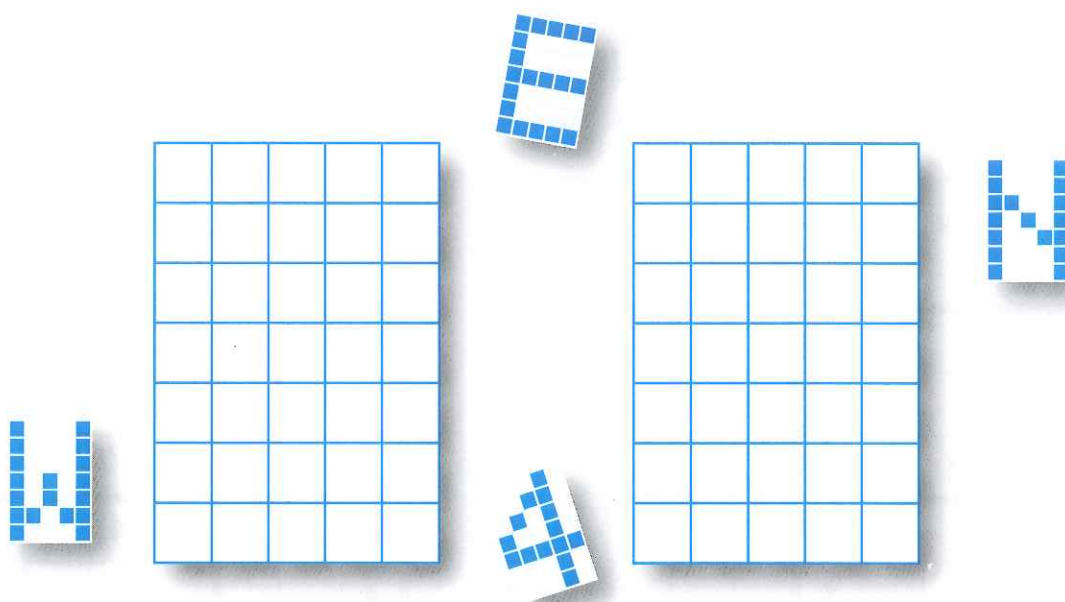
Op het ene display kleurt elke speler hokjes in (niet zichtbaar voor de andere speler), zodat een letter of cijfer ontstaat zoals in het voorbeeld van figuur 1. Het andere display is om aan te tekenen welke vakjes deel uitmaken van het cijfer of de letter van de tegenspeler.

Het spelbord heeft vijf bij zeven vakken. Vaak worden letters en cijfers in een dergelijke verhouding op een lichtkrant afgebeeld. Het met een pion voortbewegen over het spelbord gaat na het werpen van twee dobbelstenen op dezelfde manier als in het spel van Les 3. Van het vak waarop een speler met de pion terechtkomt moet de tegenspeler verklappen of het bij diens letter of cijfer gekleurd is of niet.

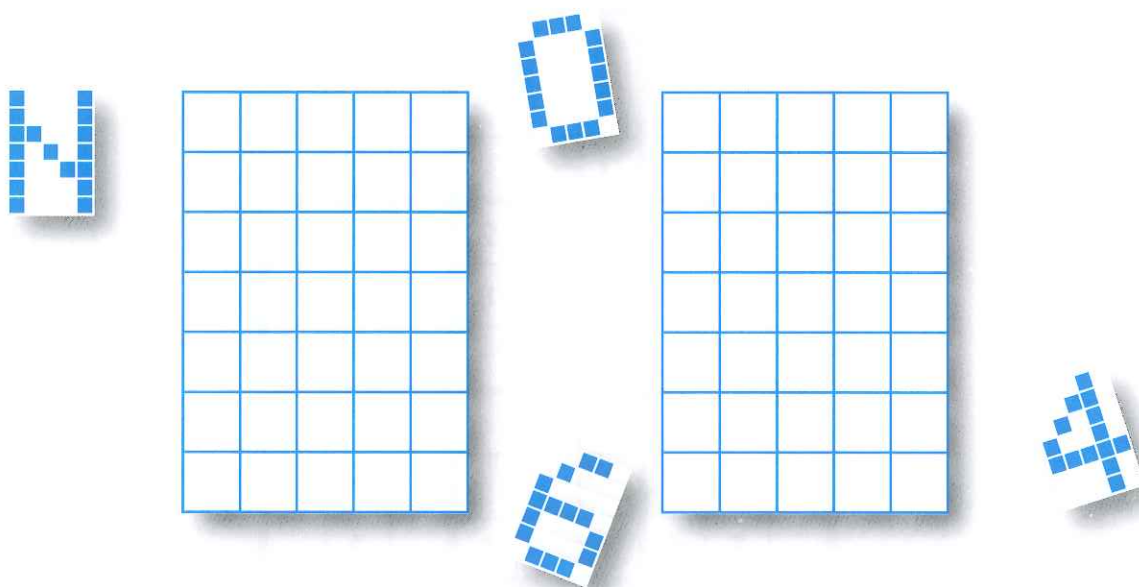


figuur 1

Maak met elkaar verdere afspraken over de spelregels die gelden. Over de pogingen die je mag doen kun je bijvoorbeeld afspreken dat je alleen in je eigen beurt een oplossing mag noemen. Een andere spelregel kan zijn dat degene die het minste aantal pogingen nodig heeft om de oplossing van de ander te vinden de winnaar is. Maar je kunt daar ook zelf varianten op bedenken. Probeer het spel zo aantrekkelijk mogelijk te maken.



wedstrijdformulier van



wedstrijdformulier van

Toets 1

1 Sudoku 2 is afgeleid van sudoku 1 en sudoku 3 is weer afgeleid van sudoku 2.

1a Door welke verwisselingen kun je van sudoku 1 naar sudoku 2 komen?

1b En door welke verwisselingen kun je van sudoku 2 naar sudoku 3 komen?

1c Los alle drie de sudoku's op.

				5		7		9
4		6			9		2	
			1					
	3	4			7	8		
		7			1			
			2			5	6	
		5	6		8		1	
	7	8				3	4	

sudoku 1

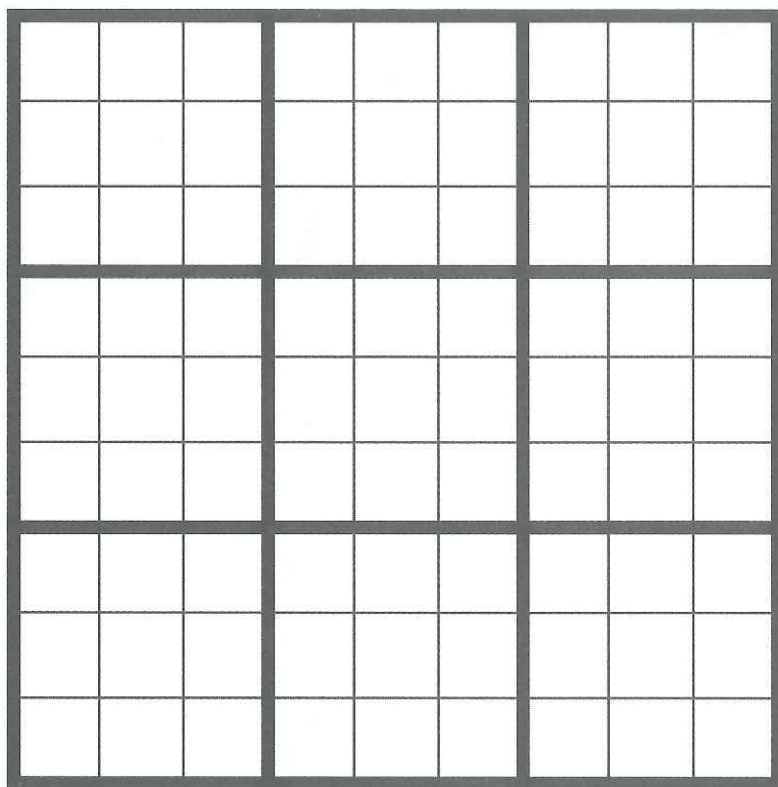
			1			4	5	
2	7			5				9
					6			
7		3		4		8		
4				6				
					9	1		2
1				8	2			6
8		4				3		7

sudoku 2

2			7		6		9	
						5		
1	8		3			4		
9					2			6
	4	6			8		5	
						1		
	3		4					
							7	
	7	4	8		1		2	

sudoku 3

- 2 Neem in onderstaand diagram een van de sudoku's van de vorige pagina over.
Of ontwerp er zelf een.



Bedenk een spel voor twee spelers.
Doel van het spel is het oplossen van de sudoku.

Noteer hieronder de spelregels die jij bedacht hebt.
Vraag vervolgens aan de leerkracht of twee klasgenoten het spel mogen spelen.



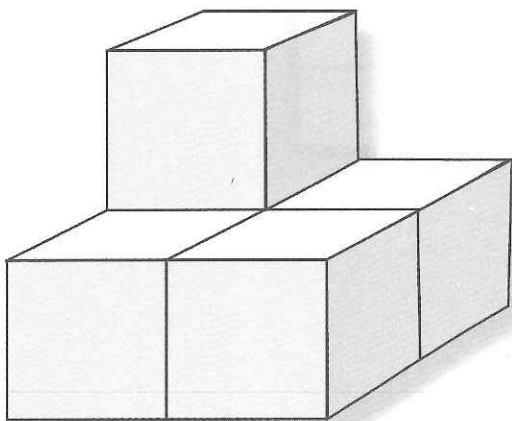
Les 5 Zwevende kubussen deel 1

Al vroeg op de basisschool wordt een plattegrond met hoogtegetallen gebruikt als middel om bouwwerken van kubussen te beschrijven. Het gaat dan wel om bouwwerken die vanaf het grondvlak opgebouwd worden. Kunnen we ook gebruikmaken van een plattegrond bij bouwwerken waarin niet iedere kubus op het grondvlak of op een andere kubus rust?

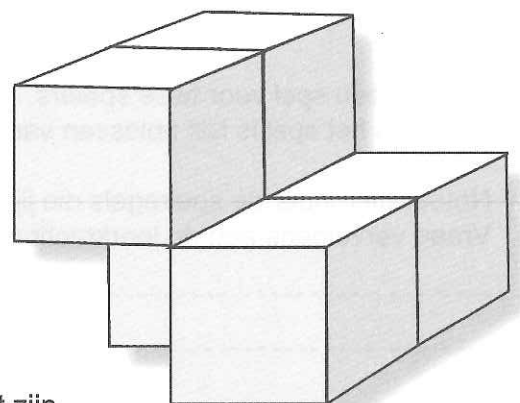
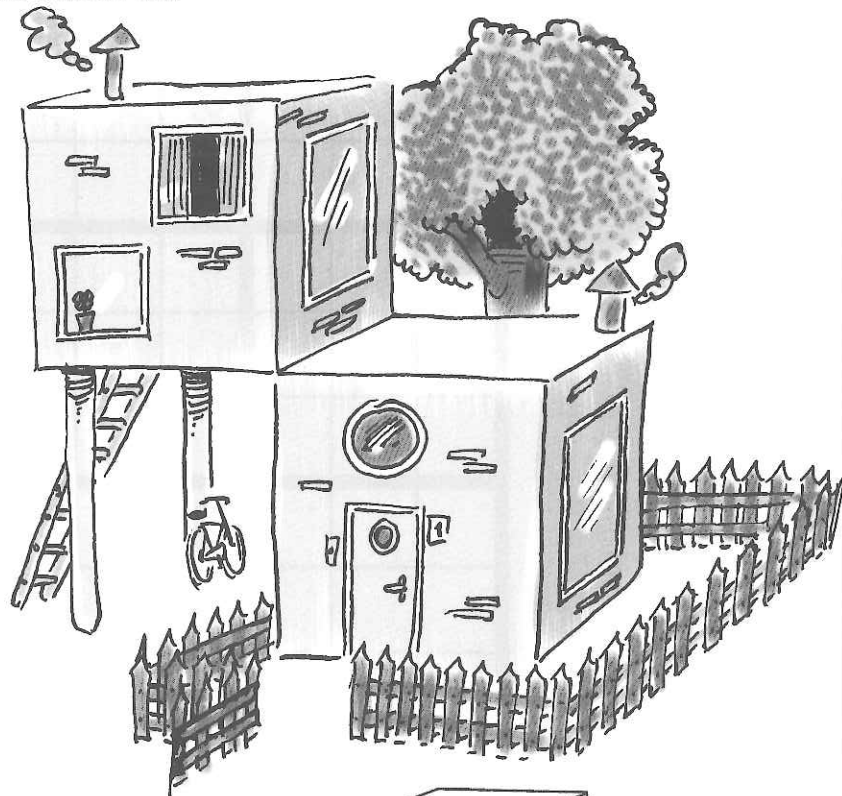
Bij de plattegrond in figuur 1 stellen we ons een bouwwerk voor als bouwwerk 1.

2	1
1	1

figuur 1



bouwwerk 1



bouwwerk 2

De hoogtegetallen geven aan hoeveel kubussen er op het betreffende deel van het grondvlak boven op elkaar geplaatst zijn.

In bouwwerk 2 bevindt zich onder een van de kubussen een lege ruimte. (We gaan er voor het gemak van uit dat de kleefkracht tussen de zijvlakken groot genoeg is.)

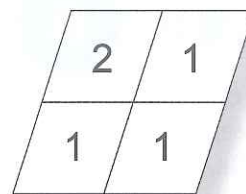
- 1 Hoe kan bouwwerk 2 beschreven worden, kan dat door middel van een plattegrond met hoogtegetallen? Zie je toch een overeenkomst met bouwwerk 1?

We bekijken de beide bouwwerken van bovenaf en kijken nog eens naar figuur 1.

- 2 Wat valt er op, als we figuur 1 als een doorzichtig scherm zien waar we van bovenaf doorheen kijken? Een getal in figuur 1 is dan niet meer een hoogtegetal, maar een getal dat aangeeft hoeveel kubussen zich loodrecht onder de betreffende positie bevinden.

Om verwarring met de gebruikelijke hoogtegetallen te voorkomen, noemen we in dit werkboek de getallen die aangeven hoeveel kubussen zich in een bepaalde kijklijn bevinden *doorkijkgetallen*.

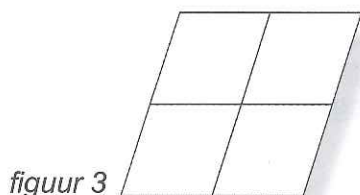
Om diezelfde reden geven we de *doorkijkplattegrond* een andere vorm:



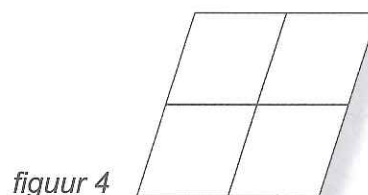
figuur 2

De doorkijkplattegrond van bovenaf in figuur 2 is op bouwwerk 1 en bouwwerk 2 van toepassing. Omdat die doorkijkplattegrond dus nog niet onderscheidend is, maken we ook een doorkijkplattegrond vanaf de voorkant. Hierbij geven de getallen aan hoeveel kubussen zich in de horizontale kijklijn achter de betreffende positie bevinden.

- 3 Teken in figuur 3 de doorkijkplattegrond recht van voren bij bouwwerk 1.
Teken in figuur 4 de doorkijkplattegrond recht van voren bij bouwwerk 2.



figuur 3



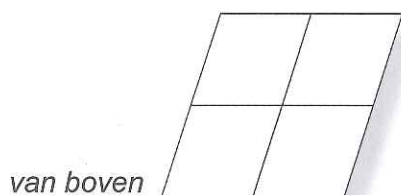
figuur 4

- 4 Zijn er behalve bouwwerk 1 nog meer bouwwerken die zowel aan de doorkijkplattegrond van boven in figuur 2 als aan de doorkijkplattegrond van voren in figuur 3 voldoen?
En zijn er behalve bouwwerk 2 nog meer bouwwerken die zowel aan de doorkijkplattegrond van boven in figuur 2 als aan de doorkijkplattegrond van voren in figuur 4 voldoen?

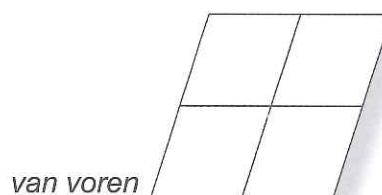
- 5 Bedenk een bouwwerk (niet meer dan twee kubussen hoog, breed en diep) waarbij de doorkijkplattegrond van boven en de doorkijkplattegrond van voren samen nog niet voldoende informatie geven. Met andere woorden, er moeten minstens twee bouwwerken zijn waarop beide plattegronden van toepassing zijn.

Van elke kubus moet minimaal één zijvlak tegen het zijvlak van een andere kubus rusten. Bovendien moeten via die zijvlakken alle kubussen van het bouwwerk met elkaar in verbinding staan.

Vul de bijbehorende doorkijkplattegronden in:



van boven



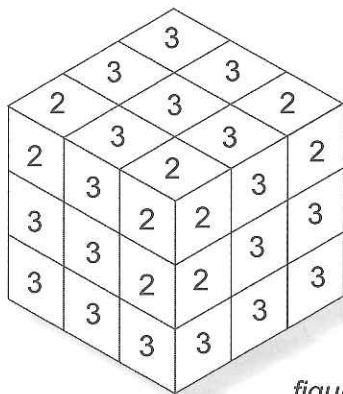
van voren

Teken hieronder de bouwwerken die aan beide plattegronden voldoen.

Les 6 Zwevende kubussen deel 2

In Les 5 introduceerden we een nieuw soort plattegrond, de doorkijkplattegrond. Je kunt die plattegrond vergelijken met een doorzichtig scherm dat je recht boven of recht voor een bouwwerk houdt. De getallen op de doorkijkplattegrond geven aan hoeveel kubussen zich in de kijklijn onder of achter een bepaalde positie op de plattegrond bevinden.

Je kon in Les 5 ontdekken dat in sommige gevallen een doorkijkplattegrond van boven en een doorkijkplattegrond van voren samen nog niet voldoende zijn om eenduidig een bouwwerk te beschrijven. In deze les onderzoeken we of er wel eenduidigheid is als we er ook nog een doorkijkplattegrond van opzij aan toevoegen.



figuur 1

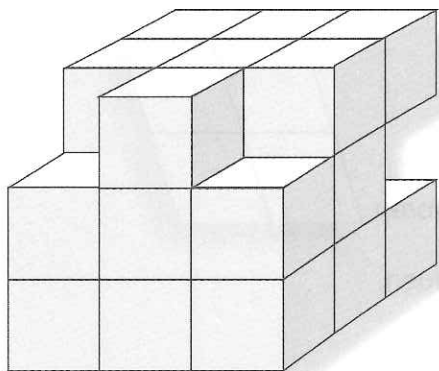
In figuur 1 hebben we drie doorkijkplattegronden gecombineerd. In de bovenste ruit staat de doorkijkplattegrond van bovenaf, in de linkerruit staat de doorkijkplattegrond recht van voren en in de rechterrui staat de doorkijkplattegrond van rechts opzij.

1 Op de kubussen na die zichtbaar ontbreken, is elk van de vier onderstaande bouwwerken opgebouwd uit drie keer drie keer drie kubussen.

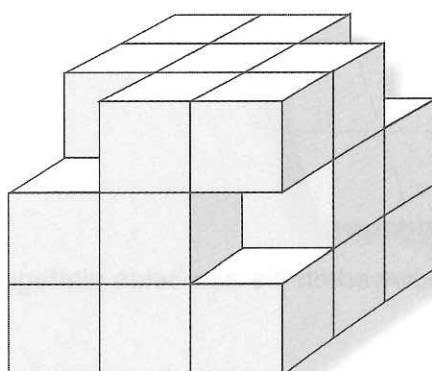
1a Welke van deze vier bouwwerken voldoen aan de doorkijkplattegrond van boven?

1b Welke van deze vier bouwwerken voldoen aan de doorkijkplattegrond van voren?

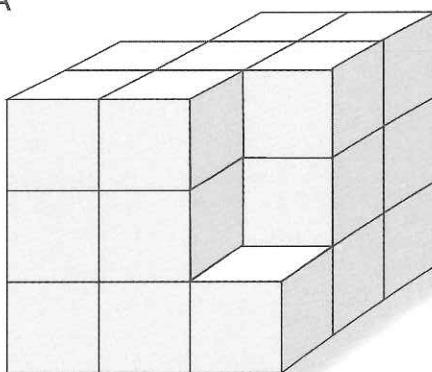
1c Welke van deze vier bouwwerken voldoen aan de doorkijkplattegrond van (rechts) opzij?



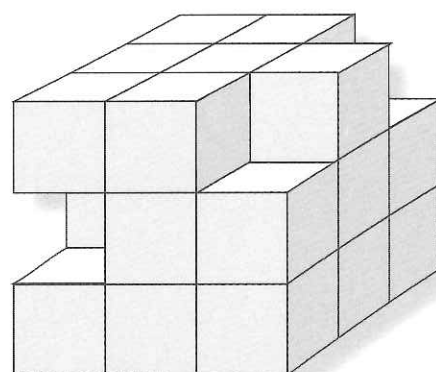
bouwwerk A



bouwwerk B



bouwwerk C



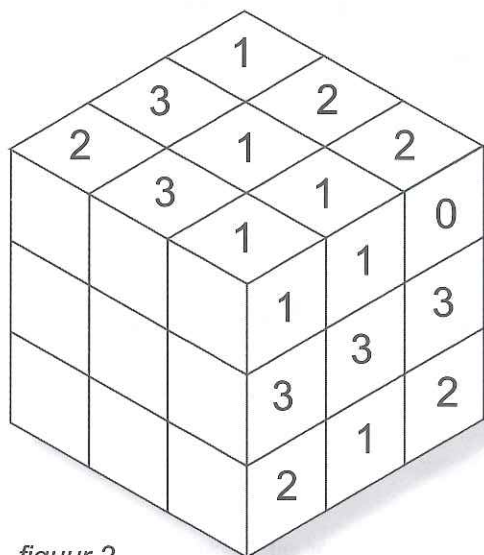
bouwwerk D

- 1d Uit het voorgaande blijkt dat er precies één bouwwerk is dat voldoet aan alle drie de doorkijkplattegronden van figuur 1, namelijk bouwwerk

Ook valt op te maken dat je in deze situatie aan twee van de drie plattegronden niet voldoende hebt om een volledig beeld van de constructie te hebben.

In de volgende situatie zijn twee doorkijkplattegronden wel voldoende om de constructie van het bouwwerk te doorzien.

- 2 Vul in figuur 2 de ontbrekende getallen in op de doorkijkplattegrond van voren.

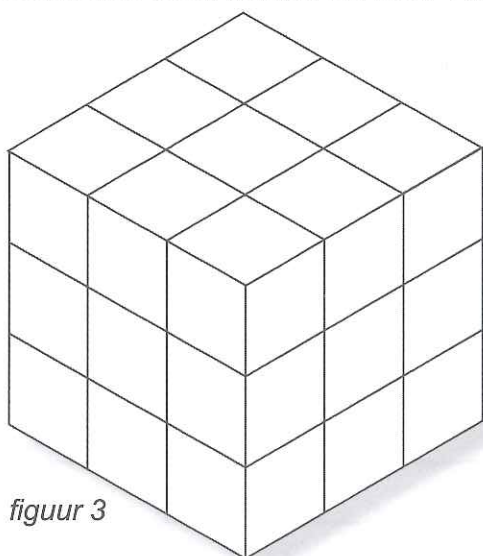


figuur 2



We keren terug naar de vraag uit het begin van de les.

- 3 Zijn drie doorkijkplattegronden altijd voldoende om een bouwwerk eenduidig te beschrijven? Als je denkt dat het antwoord op deze vraag ja is, probeer dat dan te bewijzen. Als je denkt dat het antwoord nee is, ga dan op zoek naar een tegenvoorbeeld. Bedenk in dat geval een beschrijving met drie doorkijkplattegronden waaraan minstens twee verschillende bouwwerken voldoen. Vul in figuur 3 de bijbehorende doorkijkgetallen in.

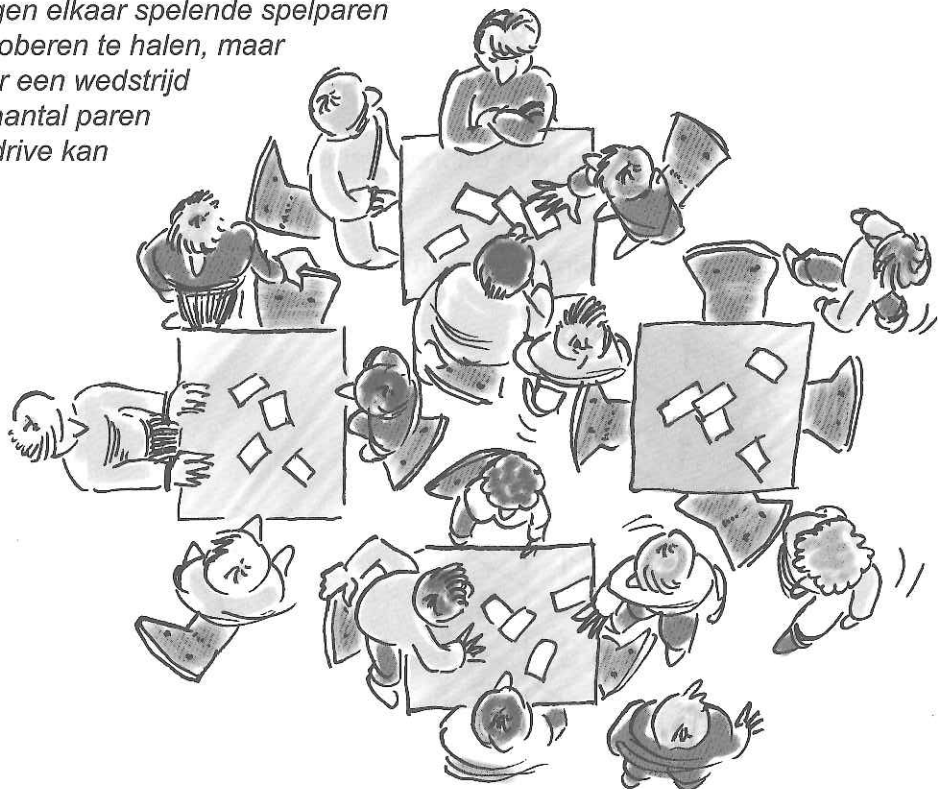


figuur 3

- 4 Geef een beschrijving van de bouwwerken die je bij opgave 3 hebt gevonden. Kun je een schematische manier bedenken die eenduidig aangeeft over welk bouwwerk het gaat?

Les 7 Bridge

Bridge is een kaartspel waarbij logisch denken een belangrijke rol speelt. Tijdens het spel als de twee tegen elkaar spelende spelparen ieder zoveel mogelijk slagen proberen te halen, maar ook vooraf als er schema's voor een wedstrijd gemaakt moeten worden. Het aantal paren dat deelneemt aan zo'n bridgedrive kan soms flink oplopen.



Een bridgedrive wordt gespeeld in meerdere ronden. Per ronde worden door elk paar vier spellen gespeeld tegen dezelfde tegenstander. Zo mogelijk speelt in een nieuwe ronde ieder paar aan een andere tafel tegen een andere tegenstander.

Tevoren worden per tafel de vier spellen klaargelegd. Elk paar krijgt te maken met deze vier spellen in de ronde dat het paar aan de betreffende tafel speelt. Hierdoor zijn de omstandigheden voor ieder paar zoveel mogelijk gelijk.

Als het niet lukt om alle paren tegen elkaar uit te laten komen, kiest men er soms ook voor om alle 'even' paren tegen alle 'oneven' paren te laten spelen.

- 1 Maak een schema voor vier ronden aan vier tafels met de paren 1 tot en met 8. Elk paar speelt iedere ronde aan een verschillende tafel. Elk oneven paar speelt een keer tegen elk van de even paren.

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3	Tafel 4
Ronde 1	1 – 2	3 – 4	5 – 6	7 – 8
Ronde 2				
Ronde 3				
Ronde 4				

- 2 Maak een schema voor vijf rondes aan vijf tafels met de paren 1 tot en met 10. Elk paar speelt iedere ronde aan een verschillende tafel. Elk oneven paar speelt een keer tegen elk van de even paren.

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3	Tafel 4	Tafel 5
Ronde 1	1 – 2	3 – 4	5 – 6	7 – 8	9 – 10
Ronde 2					
Ronde 3					
Ronde 4					
Ronde 5					

- 3 Bij een andere bridgedrive spelen tien paren vijf rondes aan vijf tafels. Daarover zijn de volgende gegevens bekend.

- Elk paar speelt iedere ronde aan een verschillende tafel.
- Elk oneven paar speelt een keer tegen elk van de even paren.
- Elk oneven paar verhuist bij iedere nieuwe ronde een tafelnummer verder.
(tafel 1 → tafel 2 → tafel 3 → tafel 4 → tafel 5 → tafel 1 enz.)
- Paar 7 speelt in de tweede ronde tegen paar 6.
- Paar 5 speelt in de laatste ronde tegen paar 4.
- Paar 1 speelt in de derde ronde tegen de winnaar van de bridgedrive.



Welk paar wint de bridgedrive?

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3	Tafel 4	Tafel 5
Ronde 1	1 – 10	3 – 8	5 – 6	7 – 4	9 – 2
Ronde 2					
Ronde 3					
Ronde 4					
Ronde 5					

Les 8 De getallendoolhof

De auteur van *Topklassers Wiskunde* is ook de bedenker van *Ajodakt Rekentoppers Groep 4*, dat zijn rekenkaarten met pittige problemen voor jullie mogelijke opvolgers in groep 4.

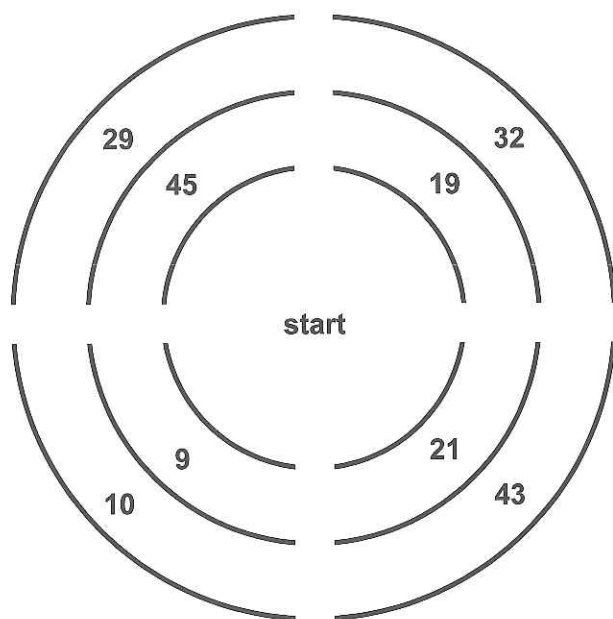
De 'groep 4 rekentoppers' zoeken bij de Getallendoolhof naar de enig mogelijke oplossing. De uitdaging voor jullie, 'topklassers in de bovenbouw', is om zelf zo'n probleem te bedenken en je af te vragen hoe je zeker weet dat er maar één oplossing bestaat.

1 Vergelijk de volgende twee problemen.

Hoeveel oplossingen heeft Getallendoolhof A?

Getallendoolhof A

In de doolhof moeten nog weggetjes worden afgesloten.



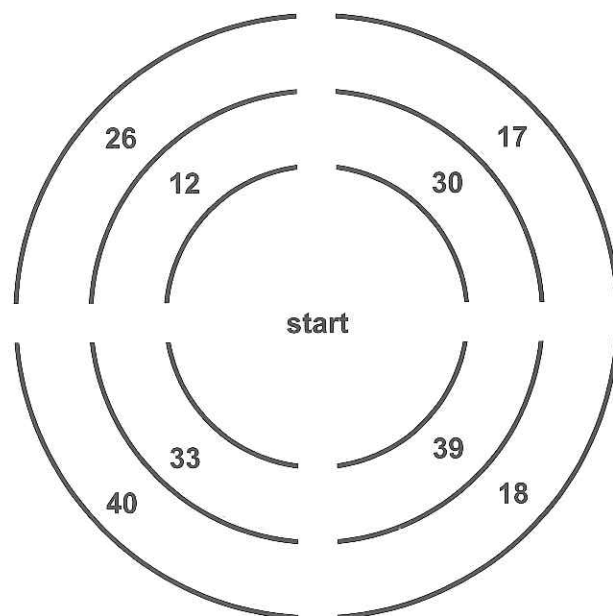
Zet hekjes zodat je maar op één snelle manier naar de uitgang kunt.

Doe het zo, dat je bij die kortste weg precies honderd punten verzamelt.

Hoeveel oplossingen heeft Getallendoolhof B?

Getallendoolhof B

In de doolhof moeten nog weggetjes worden afgesloten.



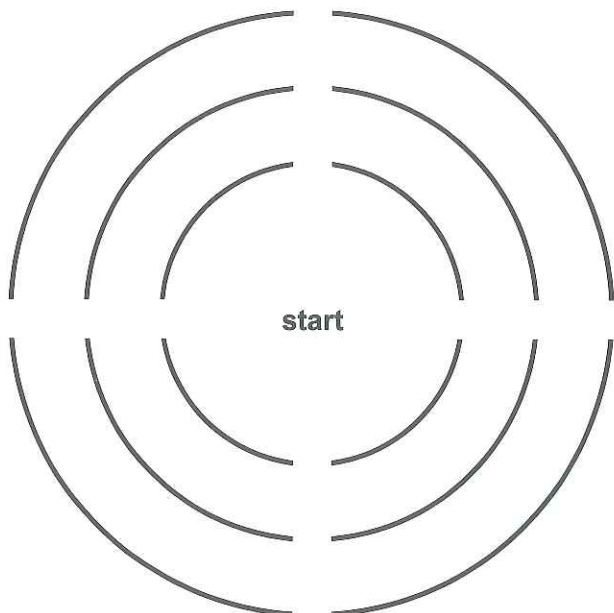
Zet hekjes zodat je maar op één snelle manier naar de uitgang kunt.

Doe het zo, dat je bij die kortste weg precies honderd punten verzamelt.

- 2 Plaats acht getallen in onderstaande getallendoolhof. Kies de getallen zo, dat er precies één oplossing is. Hoe kun je dit voor elkaar krijgen zonder de opgave te flauw te maken? Je wilt tenslotte een rekentopper uit groep 4 uitdagen.

Getallendoolhof C

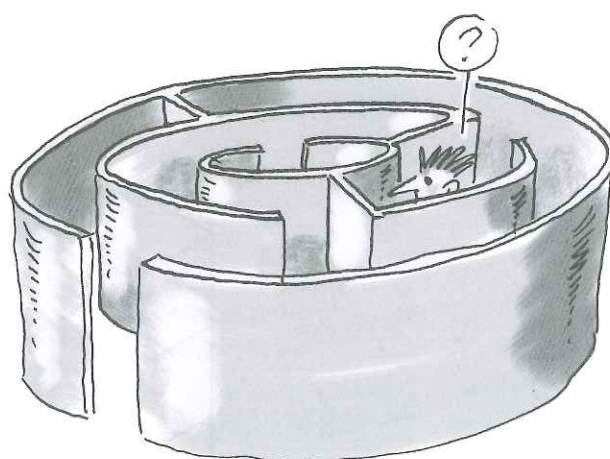
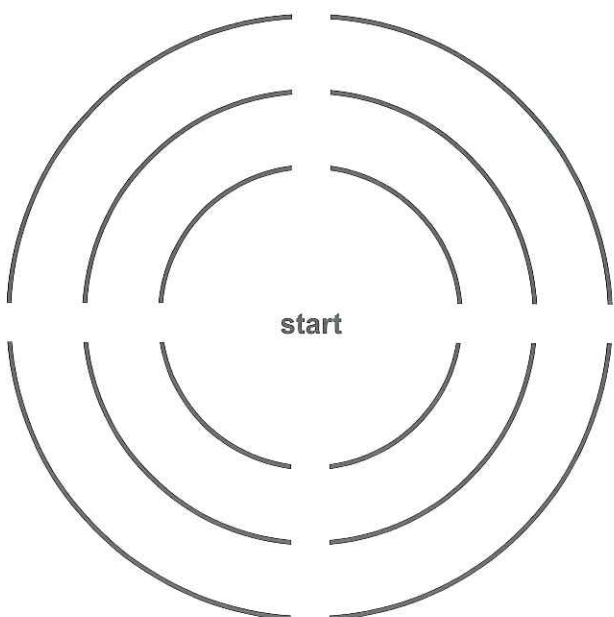
In de doolhof moeten nog weggetjes worden afgesloten.



Zet hekjes zodat je maar op één snelle manier naar de uitgang kunt.

Doe het zo, dat je bij die kortste weg precies honderd punten verzamelt.

- 3 Zet in onderstaande doolhof de oplossing van je getallendoolhof in opgave 2. Er mag maar één mogelijkheid zijn om precies honderd punten te verzamelen. Waarschijnlijk zijn er wel meerdere manieren om de hekjes te plaatsen.

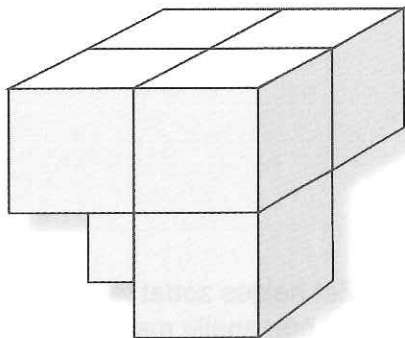


Hoe kun je laten zien dat er geen andere oplossing mogelijk is?

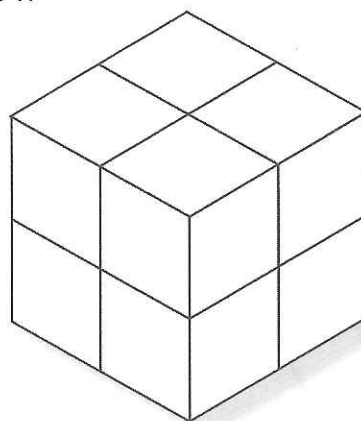
Toets 2

1

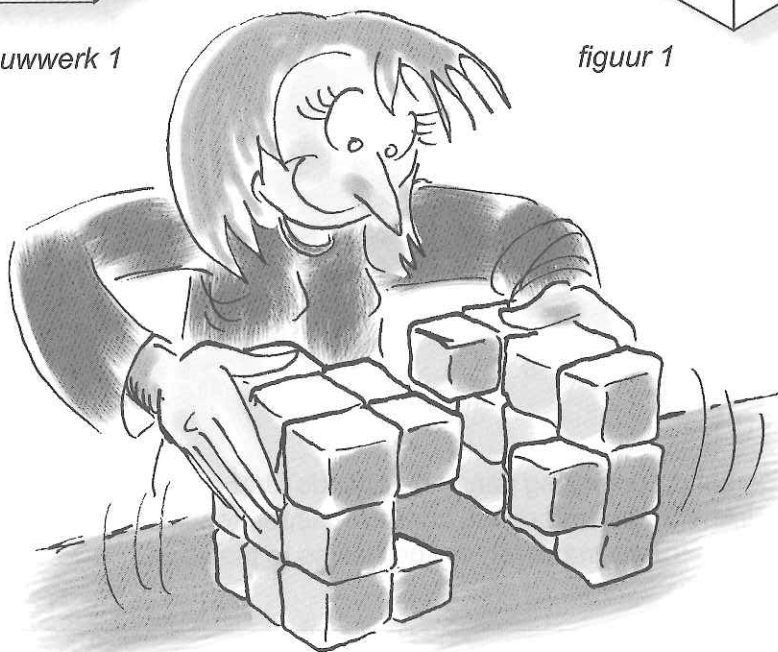
1a Vul in figuur 1 de doorkijkgetallen in die horen bij bouwwerk 1.



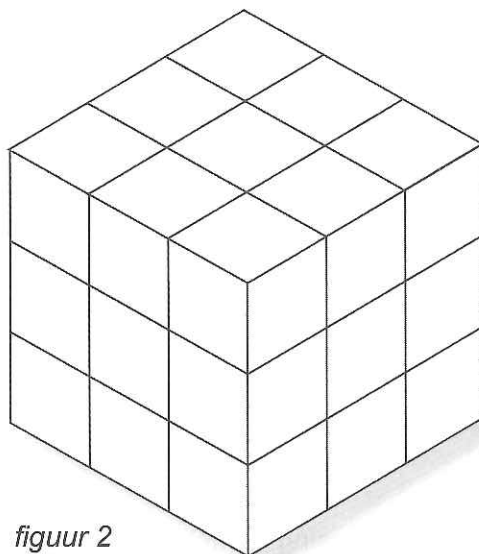
bouwwerk 1



figuur 1



1b Bouwwerk 1 kan als een soort puzzelstuk in bouwwerk 2 geschoven worden, zodat het gezamenlijke bouwwerk een grote kubus is die bestaat uit drie bij drie bij drie kubussen. Vul in figuur 2 de doorkijkplattengronden in voor bouwwerk 2.



figuur 2

- 2 Bij een bridgedrive spelen de paren 1 tot en met 6 in drie rondes aan drie tafels.
Elk paar speelt iedere ronde aan een verschillende tafel.
Elk oneven paar speelt een keer tegen elk van de even paren.

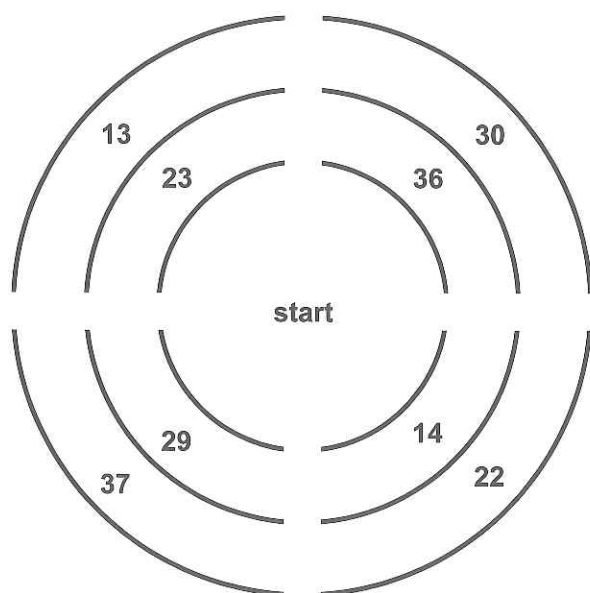
Hoeveel schema's zijn er mogelijk waarbij paar 1 in ronde 1 aan tafel 1 speelt, paar 2 in ronde 2 aan tafel 2 en paar 3 in ronde 3 aan tafel 3?

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3
Ronde 1			
Ronde 2			
Ronde 3			

- 2 Rens heeft een opgave bedacht voor de getallendoolhof.

Getallendoolhof

In de doolhof moeten nog weggetjes worden afgesloten.



Zet hekjes zodat je maar op één snelle manier naar de uitgang kunt.

Doe het zo, dat je bij die kortste weg precies honderd punten verzamelt.

Rens redeneerde tijdens het bedenken van de opgave als volgt.

$10 + 20 + 30 + 40 = 100$. Deze getallen maken het te gemakkelijk, dus ik doe er bij twee getallen wat bij en bij twee andere wat af: $10 + 3$, $20 + 2$, $30 - 1$ en $40 - 4$.

Nu heb ik als oplossing $13 + 22 + 29 + 36 = 100$.

Dan neem ik als vier andere getallen de vier getallen die ieder 1 groter zijn: 14, 23, 30 en 37.

Combinaties waarin ik een getal uit de oplossing vervang door een van deze vier zullen daardoor steeds boven honderd uitkomen.

Er is dus maar één oplossing mogelijk.

Heeft Rens gelijk? Zo nee, wat heeft Rens over het hoofd gezien?

Welke andere getallencombinatie vormt ook een oplossing?

Les 9 De meerkamp deel 1

Bij atletiekwedstrijden voor de jeugd wordt soms ook een meerkamp gehouden. Daarbij bekampen de sporters elkaar op verschillende atletiekonderdelen. Van elk onderdeel worden de resultaten in seconden (loopnummers) of in meters (spring- en werpnummers) gemeten. Op een onderdeel apart zijn de resultaten van de spelers goed te vergelijken. Maar hoe bepaal je nu wie over het geheel van alle onderdelen de betere is?

In deze les ga je onderzoeken hoe een eerlijke puntentelling bij een meerkamp eruit zou kunnen zien. Bij je onderzoek kun je gebruikmaken van de gegevens op de afbeeldingen. Met behulp van resultaten van een vijftal atletiekonderdelen kun je alleen of met enkele topklassers samen een opzet voor een puntentelling maken.

Je kunt ook zelf gegevens verzamelen. Denk hierbij aan de mogelijkheid om op internet een aantal resultaten op te zoeken of misschien mag je wel met enkele topklassers een (reeks) gymles(sen) organiseren waarin een aantal zelf te kiezen atletiekonderdelen afgewerkt wordt.

Aan jouw 'organisatieteam' dan de taak om de resultaten te verzamelen en daar vervolgens een passende puntentelling bij te ontwerpen.



Bedenk van tevoren welke vragen een belangrijke rol moeten spelen, zoals de vraag hoe iemand die goed is op de 60 meter hardlopen daarvoor met evenveel punten beloond kan worden als iemand die goed is op het onderdeel verspringen. Hoeveel punten kun je maximaal behalen en hoe bepaal je het verschil in verdiende punten als iemand bij een onderdeel minder presteert? Hoe werkt dat bij de andere onderdelen?

- 1 Noteer hieronder de uitgangspunten voor de puntentelling. Met welke zaken wil je rekening houden om zo eerlijk mogelijk een winnaar aan te kunnen wijzen?



Een voorbeeldsituatie kan helpen om een idee te krijgen voor een geschikte puntentelling.

- 2 Vul in onderstaande tabel zelfgekozen namen in voor de spelers en vul voor deze spelers resultaten in die je met je organisatie team hebt verzameld of die je zelf verzint zoals ze in het echt zouden kunnen voorkomen. De resultaten die te zien zijn op de afbeeldingen mag je daarbij gebruiken.



RESULTATEN VIJFKAMP						
naam speler	60 m hard lopen	ver springen	kogel stoten	hoog springen	1000 m hard lopen	punten totaal

- 3 Omschrijf hoe de puntentelling werkt die je hebt bedacht. Vul in de tabel het puntentotaal in na berekening van de punten per onderdeel.



Zijn er topklassers die een andere puntentelling bedacht hebben?

- 4 Wissel elkaars resultaten uit en pas je eigen puntentelling toe op de resultaten bij de ander. Bespreek vervolgens met elkaar de voor- en nadelen van elkaars puntentellingen.

Les 10 De meerkamp deel 2

In Les 9 wordt de vraag gesteld hoe een eerlijke puntentelling bij een meerkamp eruit zou kunnen zien. Omdat er verschillende maten bij de diverse atletiekonderdelen gebruikt worden, is het nog niet zo eenvoudig om een puntentelling te ontwerpen die in alle situaties voldoet. De puntentelling die nu in de atletiek toegepast wordt, bevat wiskunde die je pas later op de middelbare school zult tegenkomen.

In kleiner verband (bijvoorbeeld bij een schoolsportdag) wordt vaak voor een veel eenvoudiger model gekozen. Bij tien deelnemers aan de meerkamp is de puntentelling dan voor ieder onderdeel als volgt:

plaats 1: 10 punten
plaats 2: 9 punten
plaats 3: 8 punten
enz.



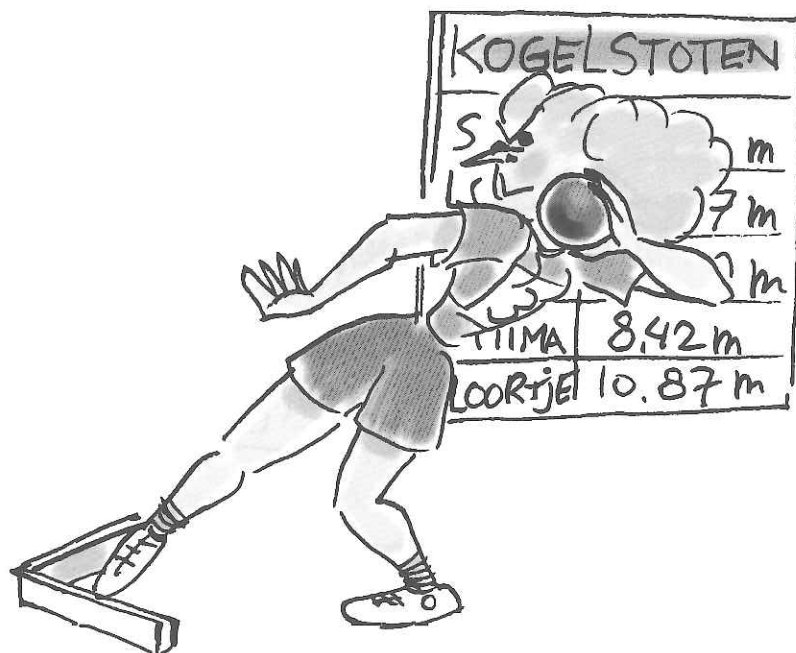
Zo'n puntentelling heeft natuurlijk het grote voordeel dat hij zo eenvoudig is. Er zijn echter ook nadelen aan verbonden. In deze les gaan we op zoek naar die nadelen.

Je gaat, net als in Les 9 alleen of samen met enkele topklassers, een meerkampuitslag ontwerpen.

Je gaat uit van vijf deelnemers aan een vijfkamp die bij ieder onderdeel 5, 4, 3, 2 of 1 punten kunnen behalen. Die deelnemers behalen resultaten die in werkelijkheid zouden kunnen voorkomen.

Extra opdracht is in dit geval om zelf resultaten te bedenken, die zo zijn dat deze puntentelling geen 'terechte' winnaar oplevert, het voelt niet eerlijk.

(Misschien zijn zelfs de resultaten die je in Les 9 hebt bedacht wel bruikbaar.)



- 1 Vul in onderstaande tabel de resultaten in en bereken de puntentotalen.

RESULTATEN VIJFKAMP						
naam speler	60 m hard lopen	ver springen	kogel stoten	hoog springen	1000 m hard lopen	punten totaal



- 2 Geef aan waarom jij vindt dat de gebruikte puntentelling geen eerlijke uitslag laat zien.

.....

.....

.....

- 2b Als je toch een dergelijk systeem wilt gebruiken voor de puntentelling, kun je dan verbeteringen bedenken?

.....

.....

.....

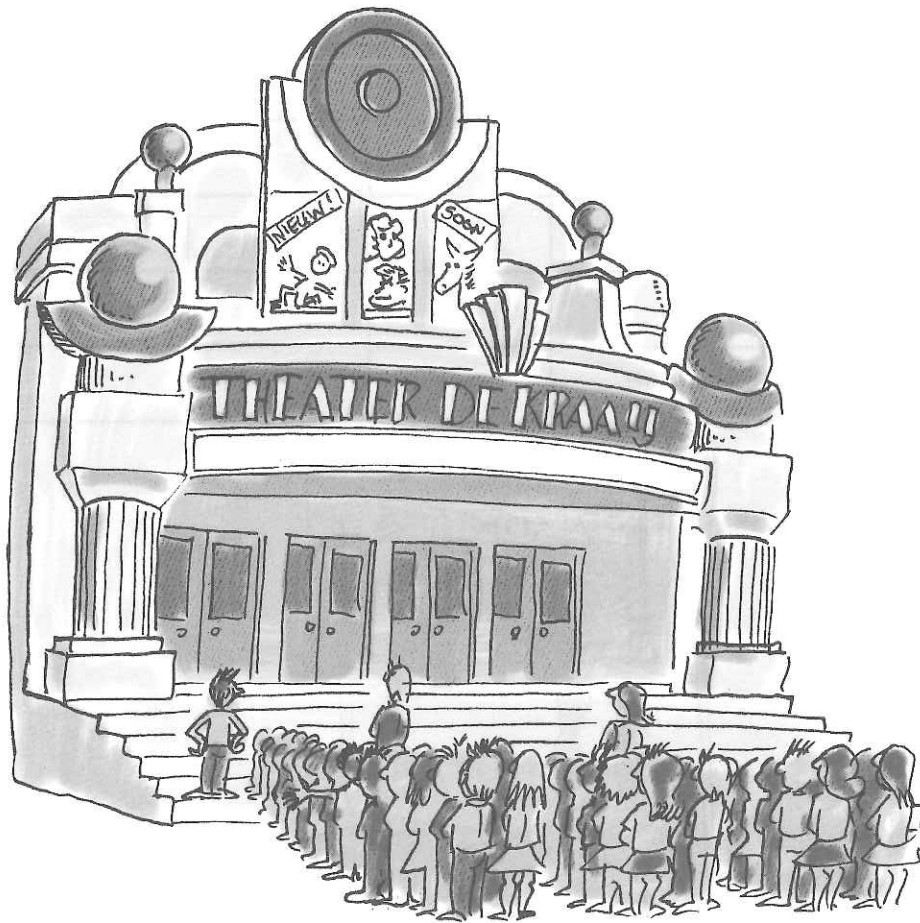
.....

.....



Les 11 Theaterbezoek deel 1

Al ruim voor het einde van het lopende theaterseizoen zijn veel theaters druk in de weer met de voorbereidingen voor het nieuwe seizoen. Vaak moeten daarbij plannings worden gemaakt op grond van onvolledige gegevens.



Bij een groot aantal theaters maken schoolvoorstellingen deel uit van het programma. Zo ook in stadstheater De Kraaij waar druk wordt gewerkt aan de planning voor het komende jaar. Op grond van een beperkt aantal gegevens moet een keuze worden gemaakt over het aantal uitvoeringen in theater De Kraaij van een van de nieuwe schoolvoorstellingen.

- *Wat zijn de gegevens waarover het theater op dit moment beschikt?*
 - Stadstheater De Kraaij telt 950 plaatsen.
 - Elf middelbare scholen uit de omgeving hebben zich opgegeven voor een voorstelling die bestemd is voor de brugklassen.
 - De precieze leerlingenaantallen voor het komende jaar zijn nog niet bekend.
 - Naar schatting zal het gaan om in totaal 2750 leerlingen. (in ieder geval niet meer)
 - Elke school heeft volgend jaar minimaal 150 en maximaal 500 brugklasleerlingen.
 - Alle leerlingen van eenzelfde school moeten dezelfde uitvoering bijwonen.
 - Bij dezelfde uitvoering kunnen meerdere scholen aanwezig zijn.
- *Voor welke keuze staat het theater?*

Er moet beslist worden hoeveel uitvoeringen theater De Kraaij het best kan inplannen van de nieuwe schoolvoorstelling. In verband met de kosten die verbonden zijn aan de voorstelling geeft het theater de voorkeur aan een zo klein mogelijk aantal uitvoeringen.

- 1 Geef een voorbeeld van elf leerlingenaantallen waarbij theater De Kraaij zou kunnen volstaan met drie uitvoeringen. Ga uit van een totaal van 2750 leerlingen.

school	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
aantal leerlingen											

- 2 Geef een voorbeeld van elf leerlingenaantallen waarbij theater De Kraaij *niet* zou kunnen volstaan met drie uitvoeringen. Ga ook hier uit van een totaal van 2750 leerlingen.

school	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
aantal leerlingen											

- 3 Zou theater De Kraaij kunnen volstaan met drie uitvoeringen als er in de zaal vijftig extra plaatsen bijkomen? Licht je antwoord toe.



Een van de theatermedewerkers berekent de leerlingenaantallen bij de meest ongunstige verdeling van 2750 brugklasleerlingen over de scholen.

- 4 Wat is het minimale aantal plaatsen waarover theater De Kraaij moet beschikken om ook bij de meest ongunstige verdeling genoeg te hebben aan drie uitvoeringen? Beschrijf in het kort hoe je dit probleem hebt aangepakt.

Les 12 Theaterbezoek deel 2

Tegenwoordig is het bij veel theaters mogelijk om via internet kaartjes te reserveren. Vaak maakt het theater dan gebruik van het 'Best Available Seat' systeem, waarbij via de computer de best beschikbare plaatsen worden aangewezen. De volgorde die binnen dit systeem vooraf geprogrammeerd wordt, zal per theater verschillen. Het is zelfs maar de vraag of binnen hetzelfde theater iedereen tot dezelfde volgorde zou komen.

In deze les ga je een 'Best Available Seat' volgorde maken. Dat kun je alleen doen, maar de opdracht is ook prima geschikt om samen met een of meerdere topklassers uit te werken.



1 Teken op de volgende pagina de plattegrond van de stoelen in een theater. Je kunt hierbij zelf kiezen met welk theater en welke zaalindeling je aan de slag gaat. Bijvoorbeeld met:

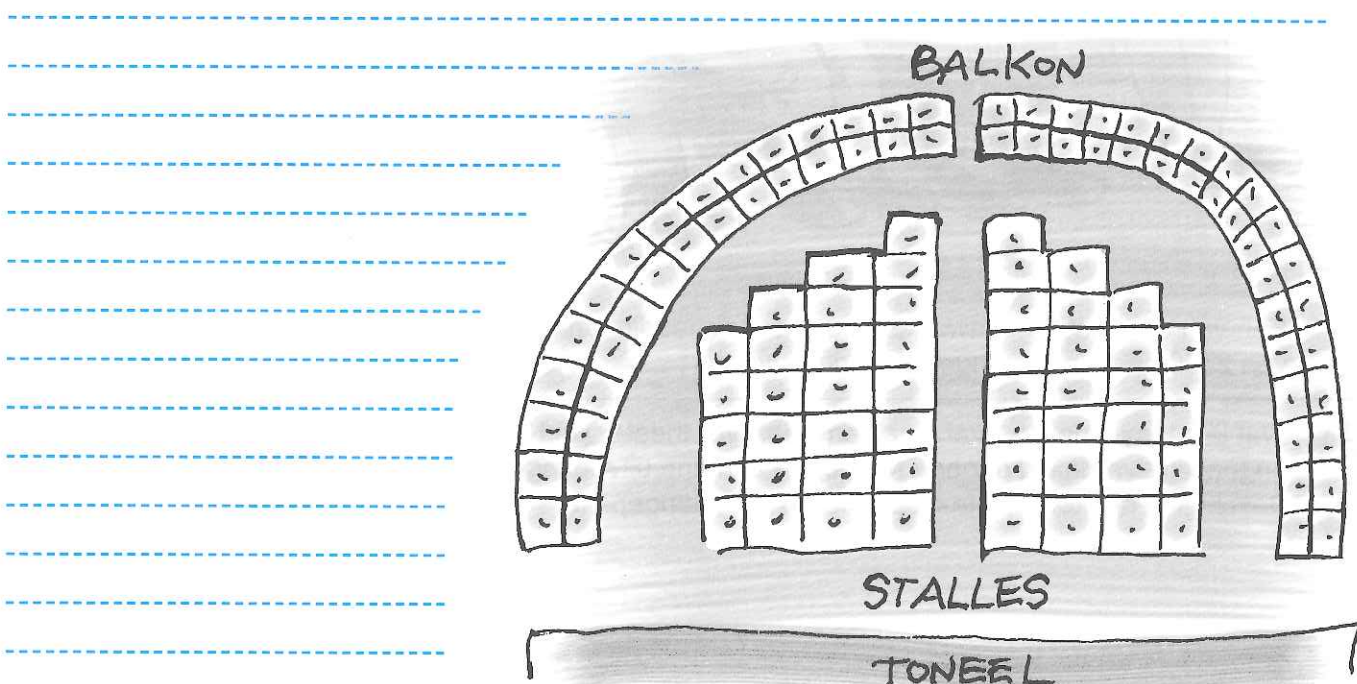
- de zaal waar de schoolmusical wordt gehouden
- het theater in je eigen woonplaats
- een ander (bestaand of zelf ontworpen) theater.

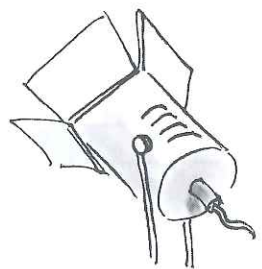
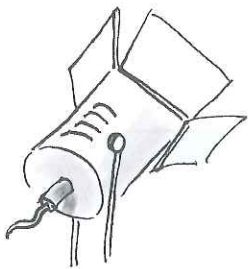
Breng hierbij een nummering aan (nog geen volgorde!), zodat iedere plaats te benoemen is, bijvoorbeeld plaats D7 (rij D, stoel 7) en plaats G4 (rij G stoel 4). Ga uit van ongeveer vijftig plaatsen.

Voordat je een 'Best Available Seat' volgorde gaat aanbrengen, moet je vaststellen welke zaken van belang zijn om onderscheid te kunnen maken tussen de stoelen.

Waar ligt het aan dat de ene plaats gunstiger of minder gunstig is dan de andere? Hoe belangrijk is de afstand tot het podium? Is die afstand belangrijker dan de kijkhoek of andersom? Maakt het soort voorstelling nog verschil, waar op het podium is er actie?

2 Stel een lijst op van criteria waar je rekening mee gaat houden. Maak daarbij ook een volgorde in belangrijkheid van die criteria.





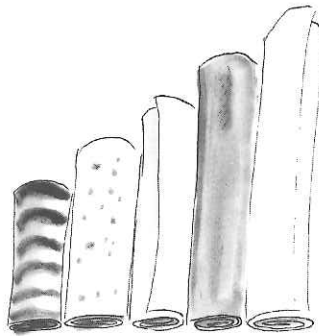
- 3 Zet hieronder de volgorde van jouw (of jullie) 'Best Available Seat' systeem. Begin met de stoelaanduiding voor de beste plaats op nummer 1. Zet vervolgens de stoelaanduiding van de plaats die daarna het best is op nummer 2 en ga zo alle plaatsen in het theater af.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

eds zelf opgaven kunnen
asseerd dat we je daarvoor

erwerpen waarover jij een

stellen en hem of haar vragen



len.
chten meten.

air Onderwijs, Algemeen Voortgezet Onderwijs,
Beroepsonderwijs.

cht van onze leermiddelen: www.
00 20 17.

s ze in het echt
ijken om je een

worden verveelvoudigd, opgeslagen in een
akt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij
of enig andere manier, zonder voorafgaande

oegestaan op grond van artikel 16B
Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912,
ngen te voldoen aan Stichting Publicatie- en
2130 KB Hoofddorp (www.cedar.nl/pro). Voor
mlezingen, readers en andere compilatiewerken
ver te wenden.

e regelen volgens de wettelijke bepalingen.
nen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de

punten totaal
