

4.5 handig rekenen

Inleiding

Tot aan het derde leerjaar lager onderwijs (vijfde leerjaar basisonderwijs) is rekenen vooral hoofdrekenen. Vanaf die tijd gaat het kind successievelijk de cijfer-algoritmen voor de vier hoofdbewerkingen met getallen leren. Het gevaar is dan groot, dat eenvoudige hoofdrekenopgaven op de cijfermatige manier opgelost worden en dat het kind verleert, uit zijn hoofd te rekenen in situaties die daarom vragen. Niettemin is het kunnen *hoofdrekenen 'voor dagelijks gebruik' een belangrijk doel van het reken/wiskundeonderwijs.*

Wat we van het kind vragen

Wat vragen we eigenlijk van het kind met dit rekendoel?

In de eerste plaats, dat het kan herkennen of een *rekenprobleem hoofdrekenend dan wel cijferend* opgelost moet/kan worden.

Vervolgens, dat het de meer *eenvoudige hoofdrekenopgaven in de vier hoofdbewerkingen* met behulp van standaardmethoden kan oplossen.

Tenslotte, dat het - waar mogelijk - de vele *mogelijkheden tot 'handig' hoofdrekenen herkent* en kan benutten. Niet alle hoofdreken sommen hoeven op de standaardmanier uitgerekend te worden. Er zijn tal van mogelijkheden om een gemakkelijker oplossingsmethode te hanteren.

Dit 'handig' hoofdrekenen staat in dit thema centraal. Handig kunnen hoofdrekenen vraagt, dat je wat in getallen kunt 'zien'. Dit 'zien' slaat op inzicht in de opbouw van de getallen en de specifieke eigenschappen die voor sommige bewerkingen gelden. Er zijn zes principes te onderscheiden die voor handig hoofdrekenen benut kunnen worden:

Zes principes

Verwissel-eigenschap

Principe 1: De commutatieve eigenschap van de optelling en de vermenigvuldiging.

Voor dagelijks taalgebruik kunnen we dit de *(ver)wisseleigenschap* noemen: bij optellen en vermenigvuldigen mogen de getallen in een opgave verwisseld worden, zonder dat de opgave en dus ook de uitkomst daardoor wezenlijk verandert.

In algebraïsche termen geformuleerd ziet de verwissel-eigenschap er als volgt uit:

$$a + b = b + a$$

$$a + b + c = a + c + b$$

$$a \times b = b \times a$$

$$a \times b \times c = a \times c \times b$$

Met getallenvoorbeelden:

$$13 + 6 - 3 = 13 - 3 + 6 = 16 \text{ (Handigheid: eerst terug naar het tiental.)}$$

$$3 + 5 + 7 = 3 + 7 + 5 = 10 + 5 = 15 \text{ (Handigheid: eerst aanvullen tot een tiental.)}$$

$$6 \times 8 = 8 \times 6 \text{ (Als je de tafel van 8 nog niet goed kent, maar die van 6 wel, dan heb je daar steun aan.)}$$

$$4 \times 7 \times 25 = 7 \times 4 \times 25 = 7 \times 100 \text{ (Zien dat je door verwisseling van factoren een mooi rond getal krijgt als tussenuitkomst.)}$$

Door op een handige manier - met gebruikmaking van de verwissel-eigenschap - getallen samen te nemen, wordt het rekenen gemakkelijker gemaakt en de kans op fouten verkleind. Voorwaarde is natuurlijk, dat de leerling zo'n handige oplossingsmethode 'ziet'; er moet sprake zijn van inzicht.

Schakeleigenschap

Principe 2: De associatieve eigenschap (schakeleigenschap).

In algebraïsche termen:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

Met getallenvoorbeelden:

$$7 + (3 + 8) = (7 + 3) + 8 = 18$$

$$25 \times 28 = 25 \times (4 \times 7) = (25 \times 4) \times 7 = 100 \times 7 = 700$$

$$15 \times 18 = 15 \times (2 \times 9) = (15 \times 2) \times 9 = 30 \times 9 = 270 \text{ (Deze methode van uitrekenen kennen wij ook onder de term 'halveren en verdubbelen'.)}$$

Verdeeleeigenschap

Principe 3: De distributieve eigenschap (verdeeleeigenschap).

In algebraïsche termen:

$$(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c) \text{ en}$$

$$(a + b) : c = (a : c) + (b : c)$$

Met getallenvoorbeelden:

$$99 \times 6 = (100 - 1) \times 6 = (100 \times 6) - (1 \times 6) = 594$$

of wanneer moet worden uitgerekend:

$$7 \times 25 + 5 \times 25, \text{ dan wordt dit } (7 + 5) \times 25 = 12 \times 25$$

en:

$$4 \times 256 \text{ wordt } (4 \times 250) + (4 \times 6) = 1000 + 24 = 1024$$

$$114 : 6 \text{ wordt } (60 + 54) : 6 = (60 : 6) + (54 : 6) = 10 + 9 = 19$$

of:

$$(120 - 6) : 6 = (120 : 6) - (6 : 6) = 20 - 1 = 19$$

Deze drie principes berusten op de eigenschappen van bewerkingen met getallen zoals ze lang geleden in de geschiedenis van de wiskunde zijn ontdekt. Rekenen volgens deze principes, noemen we eigenschapsrekenen. Er zijn echter drie andere principes die niet zo zeer op *eigenschappen* van bewerkingen berusten, maar op *inzicht in de opbouw van de getallen en de relaties tussen de getallen onderling*. Deze principes vatten we samen onder de term *'flexibel rekenen'*.

Relaties tussen getallen

Principe 4: Relaties tussen getallen.

Bij het 'flexibel' rekenen wordt tevens gebruik gemaakt van de relaties tussen getallen onderling.

Voorbeeld:

$$83 + 17 = (80 + 10) + (3 + 7)$$

Structuur getallensysteem

Principe 5: Gebruik maken van de structuur van getallen en het getallensysteem.

Hierbij denken we bijvoorbeeld aan het rekenen met nullen.

Weet het kind de uitkomst van

$$4 + 3$$

$$9 - 3$$

$$3 \times 8$$

$$9 : 3$$

dan kan het hieruit afleiden:

$$40 + 30$$

$$90 - 30$$

$$30 \times 8 = 240$$

$$90 : 30 = 3$$

$$400 + 300$$

$$900 - 300$$

$$3 \times 80 = 240$$

$$900 : 30 = 30$$

$$4000 + 3000$$

$$9000 - 3000$$

$$30 \times 80 = 2400$$

$$900 : 300 = 3$$

enz.

enz.

$$3 \times 800 = 2400$$

$$9000 : 300 = 30$$

$$300 \times 8 = 2400$$

$$9000 : 30 = 300$$

enz.

enz.

Analogierekenen

Principe 6: Gebruik maken van analogieën.

Ook het zien van analogieën kan het rekenen vereenvoudigen.

Enkele voorbeelden:

$$4 + 3 =$$

$$65 - 7 =$$

$$14 + 23 =$$

$$75 - 7 =$$

$$13 + 24 =$$

$$75 - 17 =$$

$$10 + 27 =$$

$$70 - 12 =$$

Analogierekenen en het rekenen met nullen bieden steun bij het 'afschatten', bij het maken van staartdelingen en bij het invullen van verhoudingstabellen.

Van beide een voorbeeld:

$$312/9234 \quad 312 \text{ op } 923$$

$$300 \text{ op } 900$$

$$3 \text{ op } 9 \text{ op grond van analogie.}$$

Een motor loopt 1 op 14. Hoeveel brandstof verbruikt die motor gemiddeld na ... kilometer?

1	2	5	10	20	50	100	200	500
14								

Leeswijzer

In paragraaf 4.6. wordt onder de kop *signalen* beschreven, hoe we kunnen herkennen dat een kind niet handig kan (hoofd-) rekenen.

In paragraaf 4.7. wordt beschreven welke *opbouw* bij dit thema in acht genomen is.

Paragraaf 4.8. geeft een aantal *diagnostische peilingen*: proefjes die de leerkracht mondeling met een kind kan doen om duidelijk te kunnen vaststellen, welke fouten de leerling maakt en waardoor deze veroorzaakt worden.

In paragraaf 4.9, *het herhalingsprogramma*, wordt de inhoud van het programma beschreven, met verwijzing naar mogelijke instructies bij de werkbladen.

Deze werkbladen zijn te vinden in de kopieermap op de bladzijden 4.17 t/m 4.44.