

5.16 herhalingsprogramma cijferend vermenigvuldigen

Informatie vooraf

Op grond van de diagnostische peilingen weten we nu tamelijk goed, welke leerstappen het kind beheerst en welke minder. Op basis hiervan kunnen we een herhalingsprogramma voor het kind vaststellen.

Daartoe volgen voor iedere leerstap oefeningen en werkbladen uit de map met kopieerbladen.

Ook bij dit leerstofonderdeel maken we weer een keuze uit de oefeningen en werkbladen per leerstap; een keuze die afgestemd is op de behoefte van het kind.

Bij het opstellen van een herhalingsprogramma komt meer kijken dan alleen de oefeningen en de werkbladen. Het karakter van het kind is eveneens belangrijk, alsmede andere factoren: zie hiervoor de uitgangspunten in het hoofdstuk 'Algemeen', bladzijde 10.

Per herhalingslesje kunnen oefeningen en werkbladen uit verschillende leerstappen met elkaar gecombineerd worden, zodat mondelinge en schriftelijke leeractiviteiten kunnen worden afgewisseld.

Als blijkt, dat optellingen onder 20 en de tafels van vermenigvuldiging nog niet geautomatiseerd zijn, kan eventueel een deel van het herhalingsprogramma uit de desbetreffende hoofdstukken gebruikt worden, alvorens aandacht te besteden aan het herhalingsprogramma uit dit hoofdstuk.

Kinderen die al wat ouder zijn geven we eventueel een opteltabel met alle optellingen onder 20 (werkblad 5.83) en een tafeltabel, waarop alle tafelprodukten uit de tafels van 1 t/m 10 af te lezen zijn (werkblad 5.85).

Wijzen van aanpak bij aanleren algoritme

Speciaal bij het cijferend vermenigvuldigen en delen wordt het aanleren van deze algoritmen in rekenmethoden op diverse manieren aangepakt.

Wanneer blijkt, dat bij een traditionele aanpak er veel kinderen fouten maken, doordat ze eigenlijk niet weten wat ze doen, dan kan de leerkracht kiezen uit verschillende manieren om wel begrip en inzicht aan te kweken:

- a. de leerling de algoritme volgens de didactiek van de rekenmethode laten herhalen;*
- b. een andere didactische aanpak kiezen.*

Dit laatste (b) heeft consequenties. Er zou een situatie kunnen ontstaan dat twee groepen in de klas de algoritme op verschillende manieren hebben geleerd, hetgeen tot verwarring leidt.

Een tweede overweging is, dat *opnieuw leren vermenigvuldigen of delen volgens een andere didactische aanpak behoorlijk wat tijd vraagt. Zoiets kan niet geforceerd in een paar lesjes gedaan worden.* Het is een proces, waarin de algoritme stap voor stap moet worden opgebouwd en waarin bij elke stap voldoende geoefend zal moeten worden.

Bovendien is de didactiek van de progressieve schematisering zo opgebouwd, dat *een volgende fase in het proces van verkorting logisch uit de voorafgaande fase voortvloeit en door de differentiatie in het leerproces ook vanzelf uit het kind zelf voortkomt.*

Als de leerkracht in remediële zin met een enkele leerling bezig is, dan zou het proces om te komen tot een standaardvorm van de algoritme veel te snel kunnen verlopen, omdat er voor de remediële aanpak slechts beperkte tijd beschikbaar is. Bovendien bestaat de kans, dat daarbij de verschillende fasen alle door de leerkracht gesuggereerd worden en de leerling in het leerproces wordt meegesleurd, zonder dat hij gelegenheid heeft gehad het voorafgaande voldoende te verwerken.

Aanwijzingen voor aanpak bij remedial teaching

Daarom geven we enkele tips:

Gebruik bij een remediële aanpak bij één of enkele leerlingen *niet een geheel andere didactiek dan voor de overige leerlingen van de klas.* (Dit kan wel voor de hele groep, maar dan moet gekozen worden voor één didactische aanpak, niet voor twee door elkaar. En men moet er de tijd voor nemen om deze zodanig uit te werken dat de leerlingen niet in verwarring geraken maar de algoritme met inzicht in de procedure leren hanteren.)

Overweeg, in hoeverre elementen van een didactiek die meer op inzicht in de algoritme is gebaseerd, in een remediële aanpak kunnen worden ingevoegd, zodat de leerling met inzicht leert rekenen, zonder dat hij met grote snelheid door een volledig nieuwe didactische opbouw wordt heengesleurd.

Alleen al het besef dat vermenigvuldigen 'onder elkaar' is gebaseerd op herhaald optellen en staartdelen op herhaald aftrekken, kan de leerling meer zekerheid geven en een mogelijkheid om op een ander algoritme terug te vallen, als hij vergeten is, hoe met de standaardvorm van het cijferend vermenigvuldigen of delen gerekend moet worden.

Rekenmachientje

De verleiding kan groot zijn om voor het vermenigvuldigen en delen maar een rekenmachientje te pakken, zeker als het cijferen niet optimaal gaat. Het is echter ongewenst om afhankelijk te worden van een apparaat en niet in staat te zijn de verborgen bewerkingen hiervan te controleren.

N.B. Het rekenmachientje kan wel zinvol in het rekenonderwijs worden geïntegreerd, maar dan op een andere manier dan als 'rekenprothese' voor zwakke rekenaars.

Hiervoor verwijzen we naar:

W. Sweers; 'Sommasjien' 95 opdrachtkaarten voor inzichtelijk werken met een rekenmachientje; uitg. Zwijssen.

Oefening 1

De vermenigvuldiging als herhaalde optelling op de abacus

Materiaal: Abacus.

Opdracht: Zet op de abacus het getal 16.

Doe er 16 bij. Wissel in als je kunt. Hoeveel staat er nu? Hoeveel keer 16 heb je nu?

Doe er nog eens 16 bij.

Weer stellen we dezelfde vragen. We gaan zo door, totdat er 5 x 16 staat.

We herhalen dit met enkele andere herhaalde optellingen van getallen onder 100.

N.B. *We gaan er bij deze opdracht van uit, dat de leerling de abacus kent.* Als dat niet het geval is, dan kan het introductieprogramma voor de abacus gebruikt worden om het kind hiermee vertrouwd te maken.

Oefening 2

De vermenigvuldiging als herhaalde optelling op de abacus en in het positieschema

Materiaal: Abacus; schrijfmateriaal; een vel papier met positiestrepen (werkblad 4.46).

Opdracht: Zet op de abacus 34.

Schrijf dit getal ook in het positieschema.

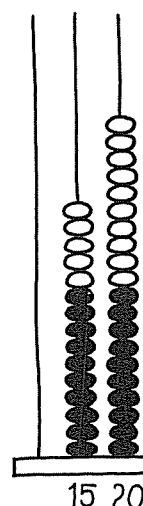
Doe er 34 bij. Schrijf ook die tweede 34 in het positieschema.

We gaan zo door, totdat er 5 maal 34 staat.

Dan vragen we in het positieschema op te tellen en in te wisselen.

Daarna wordt de uitkomst vergeleken met die op de abacus.

H	T	E
	3	4
	3	4
	3	4
	3	4
	3	4
	15	20
	17	0
1	7	0



N.B. Als we steeds tussenuitkomsten hebben gevraagd bij het optellen op de abacus, dan is er ingewisseld na iedere keer 34 bijtellen en is, nadat de laatste keer 34 is bijgeteld, direct de einduitkomst zichtbaar. Is dit niet het geval, dan kan de stand op de abacus zijn, zoals op de tekening en moet er daarna op dezelfde wijze worden ingewisseld als in het positieschema.

We doen met het kind nog enkele soortgelijke sommen, totdat de procedure van het herhaald optellen en de notatie in het positieschema duidelijk zijn.
Nog opgemerkt dient te worden, dat de herhaalde optelling als basis voor het introduceren van de vermenigvuldigstructuur ook al aan de orde is geweest bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging (zie hoofdstuk 3 van deze map).
In dit kader gebruiken we de opdrachten waarin herhaald wordt opgeteld als introductie op het vermenigvuldigen in het positieschema.

Oefening 3

Vermenigvuldigen in het positieschema; inwisselen in meerdere stappen

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Teken een positieschema en schrijf daar 34 in. We gaan 5×34 uitrekenen op een andere manier dan bij de vorige oefening. Zoëven heb je in het schema opgeteld: eerst de eenheden: $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$.
 $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ kun je ook anders uitrekenen. Hoe? (5×4).
Daarna heb je de tientallen opgeteld: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$.
Hoe kun je $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ anders uitrekenen? (5×3).
Dit gaan we nu in het positieschema doen:

H	T	E
	3	4
	15	20
	17	0
1	7	0

$5 \times$

Eerst vermenigvuldig je de eenheden; die zet je in de kolom E.
Daarna doe je hetzelfde met de tientallen; die zet je in de kolom T.
En tenslotte wissel je in.

Op dezelfde wijze doen we een aantal sommen, waarbij één factor kleiner is dan 10 en de andere kleiner dan 100.

Oefening 4

Als oefening 3, maar nu met inwisselen in één stap

Materiaal: Schrijfmateriaal.

N.B. Voor kinderen die hebben leren optellen en aftrekken met de abacus en het positieschema, is dit niet nieuw. Voor de overige kinderen moeten we wellicht aanvankelijk mee-werken.

Opdracht a: Eerst een opdracht, waarbij niet hoeft te worden ingewisseld.
Teken een positieschema en schrijf daar 23 in.
We gaan 6×23 uitrekenen.

H	T	E
	2	3
	1	8
1	2	
1	3	8

6 x

Eerst 6×3 . Splits 18 meteen in 1 tiental en 8 eenheden.
Daarna rekenen we 6×2 (tientallen) uit. Splits meteen in 1 honderdtal en 2 tientallen.
Tel beide getallen op. Wat is de uitkomst?

Opdracht b: Met inwisselen:
Reken in het positieschema uit: 7×29 .

H	T	E
	2	9
	6	3
1	4	
1	10	3
2	0	3

7 x

Doe dit op dezelfde manier als bij de vorige som.
Tel beide getallen op. Wat zie je voor bijzonders? (10 tientallen).
Kun je inwisselen? Wat is de uitkomst?

We herhalen deze opdracht met een aantal soortgelijke sommen, totdat de leerling het vermenigvuldigen op deze manier zonder hulp van de leerkracht kent.

Oefening 5

Als de vorige oefeningen, maar met één factor groter dan 100, de andere kleiner dan 10; de uitkomst kleiner dan 1000

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Teken een positieschema en schrijf daarin: 246.
Vermenigvuldig dit met 3.
Oplossingsmogelijkheden:

H	T	E
2	4	6
6	12	18
6	13	8
7	3	8

3 x

of

H	T	E
2	4	6
	1	8
1	2	
6		
7	3	8

3 x

Aanvankelijk kunnen we de leerling vrij laten in zijn manier van inwisselen na enige sommen echter moeten we hem wel aansporen om in zo weinig mogelijk keren in te wisselen.

Oefening 6

Vermenigvuldigen met een tiental op de abacus

Materiaal: Abacus.

Opdracht: Zet op de abacus 7.

Vermenigvuldig dit met 10. Wissel meteen in.

Hoeveel eenheden staan er op de abacus?

Hoeveel tientallen?

Dit doen we met enkele andere getallen; ook getallen tussen 10 en 100. Het moet de leerling duidelijk zijn, dat de kralen bij vermenigvuldiging met 10 'één plaats naar links opschuiven'.

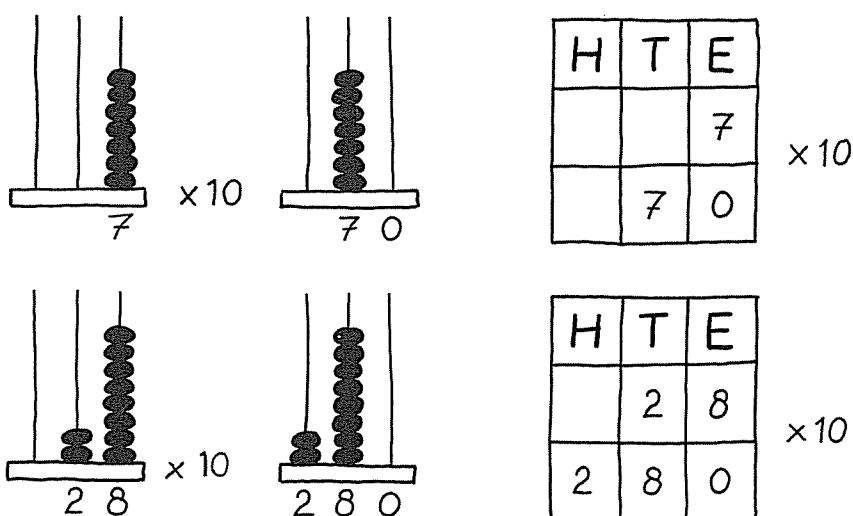
Oefening 7

Vermenigvuldigen met een tiental in het positieschema

Materiaal: Abacus en positieschema.

Opdracht: Deze is dezelfde als in oefening 6. Nu echter met de opdracht erbij: Schrijf het getal en na vermenigvuldiging met 10 de uitkomst in het positieschema.

Twee voorbeelden:



N.B. Deze oefening geldt als vooroefening van het vermenigvuldigen met een getal van twee cijfers.

Oefening 8

Vermenigvuldigen van een getal tussen 10 en 100 met een ander getal tussen 10 en 100

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Schrijf in het positieschema 29.

We gaan dit met 12 vermenigvuldigen.

We splitsen 12 in 10 en 2.

Eerst vermenigvuldigen we 29 met 10. Schrijf de uitkomst in het positieschema.

Daarna vermenigvuldigen we 29 met 2.

Wissel meteen de eenheden en de tientallen in en zet ze in de goede kolom.

H	T	E
	2	9
2	9	0
	1	8
	4	0
2	14	8
3	4	8

$12 \times$
 10×29
 2×9
 2×20

of

H	T	E
	2	9
2	9	0
	5	8
2	14	8
3	4	8

$12 \times$
 10×29
 2×29

We oefenen dit een aantal keren met soortgelijke sommen.

Oefening 9

Als de oefeningen 5 en 8, maar nu zonder positieschema

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Schrijf onder elkaar 3×26 .

We gaan op dezelfde manier vermenigvuldigen als met het positieschema; alleen laten we het schema nu weg.

Je vermenigvuldigt eerst de eenheden met 3. Het antwoord schrijf je onder de streep. (stap 1).

Zet de vermenigvuldiging 3×6 er naast.

26
 $\underline{3} \times$
 18 (stap 1)

Daarna reken je uit 3×20 . Zet dit onder 18. Tel de beide uitkomsten op (stap 2).

26
 $\underline{3} \times$
 18 3×6
 $\underline{60}$ 3×20
 78

We doen hetzelfde met de som 3×246 .

246
 $\underline{3} \times$
 18 3×6
 120 3×40
 $\underline{600}$ 3×200
 738

Een volgende som is 13×39 .

De meest voor de hand liggende oplossing is:

$$\begin{array}{r} 39 \\ 13 \times \\ \hline 27 \quad 3 \times 9 \\ 90 \quad 3 \times 30 \\ 90 \quad 10 \times 9 \\ 300 \quad 10 \times 30 \\ \hline 507 \end{array}$$

Een hogere vorm van schematisering is

$$\begin{array}{r} 39 \\ 13 \times \\ \hline 117 \\ 390 \\ \hline 507 \end{array}$$

Dit is de standaardvorm, die apart geoefend wordt in oefening 10.

We oefenen met het kind een aantal sommen van de hierboven beschreven typen, tot dat deze vlot gemaakt worden.

Oefening 10

De laatste verkorting in de vermenigvuldigingsalgoritme

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Samen met het kind maken we een som:

$$\begin{array}{r} 26 \\ 3 \times \\ \hline \end{array}$$

We redeneren als volgt (en schrijven meteen op:)

$$\begin{array}{r} 26 \\ 3 \times \\ \hline 78 \end{array}$$

Eerst rekenen we uit 3×6 (eenheden) is 18 eenheden.

We wisselen in gedachten in: 8 eenheden en 1 tiental.

De 8 (eenheden) schrijven we op; het ene tiental doen we direct bij de andere tientallen.

Nu 3×2 (tientallen) is 6 tientallen; dat ene tiental erbij, maakt 7 tientallen.

We maken nog een aantal soortgelijke sommen en laten de leerling verwoorden. Als dit goed gaat, nemen we enkel sommen van het type 4×126 .

Tenslotte het type 12×29 .

Het is in de remediële aanpak niet noodzakelijk, dat elke leerling dit eindniveau bereikt. Als de leerling gebruik blijft maken van een tussenvorm, maar wel met inzicht vermenigvuldigt, dan is dit voldoende. Per leerling zal bekeken moeten worden, hoeveel tijd er nog beschikbaar is om zo'n leerling alsnog tot het eindniveau te brengen.

**Aansluitende
werkbladen**

Werkblad 5.34 t/m 5.51.

Deze werkbladen vertonen een opbouw, die parallel loopt aan de opbouw van het herhalingsprogramma.

We kiezen de werkbladen die aansluiten bij de fase in het leerproces waarin het kind zich bevindt.