

5.21 herhalingsprogramma cijferend delen

Informatie vooraf

Op grond van de diagnostische peilingen weten we nu tamelijk goed, welke leerstappen het kind beheerst en welke minder. Op basis hiervan kunnen we een herhalingsprogramma voor het kind vaststellen. *Daartoe volgen voor iedere leerstap oefeningen en werkbladen uit de map met kopieerbladen.*

Ook bij dit leerstofonderdeel maken we weer een keuze uit de oefeningen en werkbladen per leerstap; een keuze die afgestemd is op de behoefte van het kind.

Bij het opstellen van een herhalingsprogramma komt meer kijken dan alleen de oefeningen en de werkbladen. Het karakter van het kind is eveneens belangrijk, alsmede andere factoren: zie hiervoor de uitgangspunten in het hoofdstuk 'Algemeen', bladzijde 10.

Per herhalingslesje kunnen oefeningen en werkbladen uit verschillende leerstappen met elkaar gecombineerd worden, zodat mondelinge en schriftelijke leeractiviteiten kunnen worden afgewisseld.

Als blijkt, dat het aftrekken onder 20, de vermenigvuldig- en deeltafels nog niet geautomatiseerd zijn, kan eventueel een deel van het herhalingsprogramma van de desbetreffende hoofdstukken gebruikt worden, alvorens aandacht te besteden aan het herhalingsprogramma uit dit hoofdstuk.

Kinderen die al wat ouder zijn geven we eventueel een tafeltabel waarop alle tafelprodukten van de tafels van vermenigvuldiging van 1 t/m 10 af te lezen zijn (werkblad 5.85) of een aftrektabel waarop alle aftreksommen onder 20 af te lezen zijn (werkblad 5.84).

Wijzen van aanpak bij aanleren algoritme

Speciaal bij het cijferend vermenigvuldigen en delen wordt het aanleren van deze algoritmen in rekenmethoden op diverse manieren aangepakt.

Wanneer blijkt, dat bij een traditionele aanpak veel kinderen fouten maken, doordat ze eigenlijk niet weten wat ze doen, dan kan de leerkracht kiezen uit verschillende manieren om wel begrip en inzicht aan te kweken.

- a. *de leerling de algoritme volgens de didactiek van de rekenmethode laten herhalen;*
- b. *een andere didactische aanpak kiezen.*

Dit laatste (b) heeft consequenties. Er zou een situatie kunnen ontstaan dat twee groepen in de klas de algoritme op verschillende manieren hebben geleerd, hetgeen tot verwarring leidt.

Een tweede overweging is, dat *opnieuw leren vermenigvuldigen of delen volgens een andere didactische aanpak behoorlijk wat tijd vraagt. Zo iets kan niet geforceerd in een paar lesjes gedaan worden.* Het is een proces, waarin de algoritme stap voor stap moet worden opgebouwd en waarin bij elke stap voldoende geoefend zal moeten worden.

Bovendien is de didactiek van de progressieve schematisering zo opgebouwd, dat *een volgende fase in het proces van verkorting logisch uit de voorafgaande fase voortvloeit en door de differentiatie in het leerproces ook vanzelf uit het kind zelf voortkomt.*

Als de leerkracht in remediële zin met een enkele leerling bezig is, dan zou het proces om te komen tot een standaardvorm van de algoritme veel te snel kunnen verlopen, omdat er voor de remediële aanpak slechts beperkte tijd beschikbaar is. Bovendien bestaat de kans, dat daarbij de verschillende fasen alle door de leerkracht gesuggereerd worden en de leerling in het leerproces wordt meegesleurd, zonder dat hij gelegenheid heeft gehad het voorafgaande voldoende te verwerken.

Aanwijzingen voor aanpak bij remedial teaching

Daarom geven we enkele tips:

Gebruik bij een remediële aanpak bij één of enkele leerlingen *niet een geheel andere didactiek dan voor de overige leerlingen van de klas.* (Dit kan wel voor de hele groep, maar dan moet gekozen worden voor één didactische aanpak, niet voor twee door elkaar. En men moet er de tijd voor nemen om deze zodanig uit te werken dat de leerlingen niet in verwarring geraken, maar de algoritme met inzicht in de procedure leren hanteren.)

Overweeg, in hoeverre elementen van een didactiek die meer op inzicht in de algoritme is gebaseerd, in een remediële aanpak kunnen worden ingevoegd, zodat de leerling met inzicht leert rekenen, zonder dat hij met grote snelheid door een volledig nieuwe didactische opbouw wordt heengesleurd.

Rekenmachientje

Alleen al het besef dat vermenigvuldigen 'onder elkaar' is gebaseerd op herhaald optellen en staartdelen op herhaald aftrekken, kan de leerling meer zekerheid geven en een mogelijkheid om op een ander algoritme terug te vallen, als hij vergeten is, hoe met de standaardvorm van het cijferend vermenigvuldigen of delen gerekend moet worden.

De verleiding kan groot zijn om voor het vermenigvuldigen en delen maar een rekenmachientje te pakken, zeker als het cijferen niet optimaal gaat. Het is echter ongewenst om afhankelijk te worden van een apparaat en niet in staat te zijn de verborgen bewerkingen hiervan te kunnen controleren.

N.B. Het rekenmachientje kan wel zinvol in het rekenonderwijs worden geïntegreerd, maar dan op een andere manier dan als 'rekenprothese' voor zwakke rekenaars.

Hiervoor verwijzen we naar:

W. Sweers; Sommasjien; *95 opdrachtkaarten voor inzichtelijk werken met een rekenmachientje; uitg. Zwijsen.*

Wat te doen met 'resten'

Speciaal voor wat het delen betreft, dient hieraan nog toegevoegd te worden, dat het rekenmachientje bij het uitvoeren van een deling geen 'rest' laat zien, doch een aantal cijfers achter de komma. Dit is voor kinderen van het derde of vierde leerjaar een notatie die ze nog niet begrijpen. Uitkomsten in een aantal decimalen zijn trouwens niet het eindstadium van het delen, al komt dit pas bij de kommagetallen in het vijfde of zesde leerjaar aan de orde.

Vergelijk deze drie opgaven maar eens:

Jan, Margreet, Kees en Ineke doen een kaartspelletje. Jan verdeelt 38 kaarten; iedere speler krijgt er evenveel.

Hoeveel kaarten krijgt ieder? Hoeveel blijven er over?

$(38 : 4 = 9 \text{ over } 2)$

Een vrachtauto vervoert een lading zand. Er ligt een hoop van 38 m^3 . Elke keer kan de auto ten hoogste 4 m^3 meenemen. Hoeveel keer moet hij rijden?

$(38 : 4 = 9 \times 4 + 1 \times 2; \text{ dus } 10 \text{ keer})$

Oma verdeelt f 38,— gelijkelijk over de spaarbankboekjes van haar vier kleinkinderen. Hoeveel geld krijgt ieder op zijn boekje? ($f 38,— : 4 = f 9.50$)

Conclusie: De context van het probleem bepaalt de aard van de uitkomst.

Delen volgens het principe: direct de eind- (staartdeling) notatie leren

In het vervolg beschrijven we in een aantal oefeningen de didactische aanpak van het staartdelen, waarbij met ondersteuning van inwisselblokken en een positieschema direct gebruik gemaakt wordt van de notatie in zijn eindvorm (met een zo kort mogelijke staart).

Bij de remediëring maakt de leerkracht een keuze uit deze aanpak, zoals die in de oefeningen 1 t/m 7 is beschreven, of de aanpak van het delen volgens het principe van progressieve schematisering (oefening 8 t/m 16).

Oefening 1

Het leren van de deling in staartdelingnotatie

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Bij opdracht 1a gebruiken we alleen delingen die beschouwd kunnen worden als omgekeerde tafels van vermenigvuldiging; in opdracht 1b sommen met rest.

We gaan er van uit, dat sommen, zoals $27 : 3$ voor de leerling geen moeilijkheden meer opleveren. Mocht dit wel het geval zijn, dan moet teruggegrepen worden op het herhalingsprogramma van hoofdstuk 3, thema 4: De omkeringen van de tafelproducten en de deeltafels.

Aansluitende werkbladen

Oefening 2

Opdracht 1a: We schrijven op $27 : 3$ en vragen de uitkomst. Daarna laten we de notatie als staartdeling zien:

$3/27$ en vragen: Hoeveel keer gaat 3 op 27?

Als het kind antwoordt '9 keer', schrijven we de 9 achter de deelstreep.

Dan zeggen we: $9 \times 3 = 27$.

Die 27 trekken we van de 27 tussen de deelstrepen af. We houden een rest nul over.

Daarna schrijven we naast de staartdeling: $27 : 3 = 9$

$9 \times 3 = 27$

Als oefening nemen we een aantal sommen zoals:

$56 : 9$

$72 : 8$

$24 : 4$

met uitkomst kleiner dan 10 en zonder rest.

De leerling schrijft de staartdeling op; hij formuleert de vraag:

Hoeveel keer gaat ... op ...;

hij vertelt wat hij doet;

hij schrijft de deling met puntjes en de daarbij behorende vermenigvuldiging op.

Opdracht 1 b: We schrijven op $38 : 6$ en vragen de leerling de som als staartdeling op te schrijven.

Hij formuleert: 'Hoeveel keer gaat 6 op 38' en ontdekt dan dat 38 niet in de tafel van 6 voorkomt.

Dan vragen we: Hoeveel keer 6 komt het dichtst bij 38?

Als je het niet meteen weet, zeg je de tafel van 6 op.

Het aantal keer (6 keer) wordt achter de deelstreep gezet, de uitkomst van 6×6 onder 38. En na aftrekken is de rest 2.

Naast de deelsom wordt opgeschreven:

$38 : 6 = 6 \text{ rest } 2$

$38 = 6 \times 6 + 2$

Op dezelfde wijze oefenen we met het kind nog een aantal van dergelijke deelsommen, totdat dit somtype beheerst wordt.

Werkbladen 5.52; 5.53.

Deeltal een getal van 2 cijfers; deler een getal van 1 cijfer; quotiënt groter dan 10; geen rest

Materiaal: Schrijfmateriaal; inwisselblokken; blad met positiestrepen (kopieerblad 4.46).

Vooraf: In oefening 2 en de volgende zijn verschillende mogelijkheden aangegeven om de sommen aan te pakken:

- de standaardnotatie van de staartdeling oefenen met een bepaald type som zonder materiaalgebruik;
- de standaardnotatie oefenen met gebruik van inwisselblokken;
- de standaardnotatie oefenen met gebruik van een positieschema.

De leerkracht moet voor elke leerling afzonderlijk beslissen welke oefenvorm(en) hij bij de remediële aanpak wil gebruiken. Bijvoorbeeld: eerst met inwisselblokken, daarna met positieschema en tenslotte zonder materiaal.

Punten van overweging zullen zijn: de beschikbare tijd; de aard van de rekenproblemen van de leerling en de gehanteerde rekendidactiek in de rekenmethode die de klas gebruikt.

Het is met deze oefeningen mogelijk om uit de hele serie er een of meer los uit te halen, zodat een bepaald type deelsom waarmee de leerling moeite heeft, apart kan worden geoefend.

Als de leerling in het geheel niets van staartdelen begrijpt, doet de leerkracht alle oefeningen in volgorde of kiest voor de opbouw van het staartdelen volgens de didac-

tiek van progressieve schematisering. Deze is beschreven in paragraaf 5.19 van dit hoofdstuk.

In deze en in de volgende oefeningen maken we steeds gebruik van één getallenvoorbeeld om aan de hand hiervan de gefaseerde opbouw van de delingsalgoritme te beschrijven. Het spreekt vanzelf dat bij het oefenen met leerlingen steeds andere (qua structuur overeenkomstige) sommen gebruikt zullen worden.

Opdracht 2a: We schrijven op: $54 : 3$ en vragen de som als staartdeling op te schrijven.

De vraag: Hoeveel keer gaat 3 op 54? is nu minder eenvoudig te beantwoorden. Daarom knippen we de deelsom in twee stukken. De tussenstap is: Eerst 10 keer de deler er vanaf halen en dan opnieuw vragen: Hoeveel keer gaat 3 op de rest? De leerling schrijft op:

$$\begin{array}{r} 3/54 \backslash 10 \\ \underline{30} \\ 24 \end{array}$$

en vraagt: Hoeveel keer gaat 3 op 24?
De deling wordt als volgt afgemaakt:

$$\begin{array}{r} 3/54 \backslash 10 \quad 10 + 8 = 18 \\ \underline{30} \\ 3/24 \backslash 8 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

We vragen: Hoeveel keer ging het eerst? (10 keer).

En daarna? (8 keer). Samen dus? (18 keer).

Naast de staartdeling wordt opgeschreven:

$$54 : 3 = 18$$

$$54 = 18 \times 3$$

Op dezelfde wijze oefenen we met het kind nog een aantal van dergelijke deelsommen, totdat deze notatiewijze (met tussenstap) beheerst wordt.

Opdracht 2b (de staartdelingnotatie zonder tussenstap).

We bouwen samen met de leerling de staartdeling op:

Eerst vragen we naar het aantal tientallen en eenheden in 54.

We zeggen: We gaan eerst 3 delen op de 5 tientallen. We zetten een streepje boven de 5. 3 op de 5 gaat 1 keer en we houden 2 tientallen over.

$$\begin{array}{r} \overline{\overline{3}}/54 \backslash 18 \\ \underline{3} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

In het deeltal staan nog 4 eenheden die we moeten aanhalen (streepje er boven zetten). Zo ontstaat het getal 24. Nu 3 op de 24; dit gaat 8 keer. Het antwoord is dus 18.

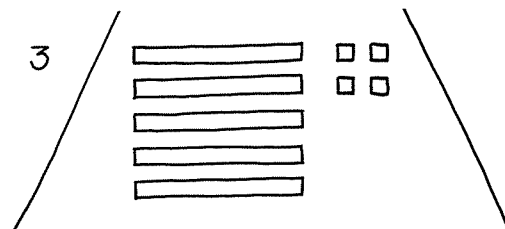
Op dezelfde wijze oefenen we met het kind nog een aantal van dergelijke deelsommen, totdat deze notatiewijze beheerst wordt.

N.B. Het is belangrijk, dat het kind steeds verwoordt, welke denkhandelingen verricht worden bij het staartdelen.

Opdracht 2c (staartdelen met inwisselblokken).

Materiaal: Inwisselblokken; schrijfmateriaal.

We leggen als voorbeeld de som $3/54$ met staafjes (tientallen) en blokjes (eenheden) op een vel papier en tekenen er deelstrepen tussen (zie tekening stap 1).

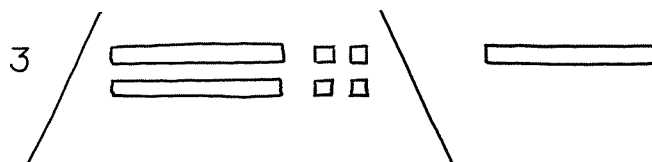


stap 1

Daarna vragen we: Verdeel de staafjes in 3 gelijke groepjes.

Hoeveel staafjes liggen er in elk groepje?

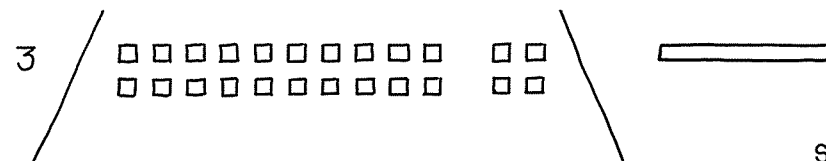
Leg het aantal staafjes van één groepje achter de streep (stap 2).



stap 2

Hoeveel staafjes heb je over?

Wissel die in voor blokjes (stap 3).



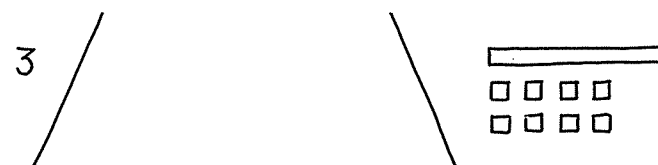
stap 3

Hoeveel blokjes liggen er nu samen tussen de deelstrepen?

Verdeel de blokjes in 3 gelijke groepjes.

Hoeveel blokjes liggen er in elk groepje?

Leg het aantal blokjes uit één groepje achter de streep (stap 4).



stap 4

Hoeveel blokjes heb je over?

Hoeveel ligt er achter de streep?

Hoeveel keer gaat 3 dus op 54?

Opmerking: Door concreet met inwisselmateriaal te werken, ervaart het kind de zin van het links beginnen met delen: éérst de tientallen (staafjes), eventueel inwisselen en daarna de eenheden (blokjes).

Opdracht 2d (staartdelen met positieschema).

Eerst verdelen we de 5 tientallen. $5 : 3 = 1$.

Die 1 zetten we in het antwoordschema.

We hebben 3 tientallen verdeeld, er blijven er 2 over.

3	T	E		T	E
	5	4		1	
	3				
	2	4			

Die 2 tientallen wisselen we in voor eenheden.

2 tientallen is 20 eenheden.

Die 20 eenheden tel ik op bij de 4 die er al staan.

Samen zijn dat er 24.

3	T	E		T	E
	5	4		1	
	3				
	2	4			
		20			
		<u>24</u>			

Die 24 verdelen we in drieën: $24 : 3 = 8$

Die 8 zetten we in het antwoordschema.

Er blijft niets over.

In het antwoordschema staat 1 tiental en 8 eenheden;
dus 18 in totaal.

3	T	E		T	E
	5	4		1	8
	3				
	2	4			
		20			
		<u>24</u>			
		24			
		<u>0</u>			

Oefening 3

In de volgende oefeningen laten we alleen de oefenvorm zien met notatie in het positieschema.

De oefenvorm met inwisselmateriaal en die zonder materiaalgebruik is af te leiden uit de beschrijving in oefening 2.

Deeltal een getal van 2 cijfers; deler een getal van 1 cijfer; met rest

9 /	T E	
	6	5
	↘	60
		—
		65
		63
		—
		2

T	E
0	7

6 tientallen delen door 9.

Ieder 0 tientallen.

6 tientallen inwisselen voor 60 eenheden.

Samen 65 eenheden.

$65 : 9 = 7$

$7 \times 9 = 63$.

Over $65 - 63 = 2$

Aansluitende werkbladen

Werkbladen 5.57; 5.58.

Oefening 4

Deeltal een getal van 3 cijfers; deler een getal van 1 cijfer; met of zonder rest.

a. deler deelbaar op cijfer van de honderdtallen.

4 /	H T E		
	6	9	3
	4		
	2	9	3
	↘	20	
		29	3
		28	
	1	3	
	↘	10	
		13	
		12	
			1

H	T	E
1	7	3

6 honderdtallen delen door 4.

Ieder 1 honderdtal.

2 honderdtallen over.

Inwisselen voor 20 tientallen.

Samen 29 tientallen.

29 tientallen delen door 4.

Ieder 7 tientallen.

1 tiental over.

Inwisselen voor 10 eenheden.

Samen 13 eenheden.

13 eenheden delen door 4.

Ieder 3 eenheden.

Over 1 (eenheid).

b. *deler niet deelbaar op cijfer van de honderdtallen.*

6 /	H	T	E	H	T	E
	3	7	4	0	6	2
	↘	30				
		37	4			
		36				
		1	4			
		↘	10			
			14			
			12			
			2			

De leerling moet zich de systematiek eigen maken om achtereenvolgens de honderdtallen, tientallen en eenheden te delen en de uitkomst van die drie deeltappen in het antwoord te zetten.

Als de deling gemaakt is, wordt de notatie 0 honderdtallen, 6 tientallen en 2 eenheden vertaald in het getal 62.

Aansluitende
werkbladen

Werkbladen 5.59 t/m 5.62.

Oefening 5

Delingen met een nul in het deeltal

3 /	H	T	E	H	T	E
	8	0	6	2	6	8
	6					
	2	0	6			
	↘	20				
		18				
		2	6			
		↘	20			
			26			
			24			
			2			

8 honderdtallen delen door 3.
Ieder 2 honderdtallen.
2 honderdtallen over.
Inwisselen voor 20 tientallen.
20 tientallen delen door 3.
enz.

3 /	H	T	E	H	T	E
	6	1	2	2	0	4
	6					
	0	1	2			
		0				
		1	2			
			10			
			12			
			12			
			0			

4 /	H	T	E	H	T	E
	8	8	0	2	2	0
	8					
	0	8	0			
		8				
		0	0			
			0			
			0			

8 /	H	T	E	H	T	E
	8	0	6	1	0	0
	8					
	0	0	6			
		0				
		0	6			
			0			
			6			

Juist bij sommen als deze is het belangrijk om te zien of het kind consequent deelt: eerst de honderdtallen en 'wat ieder krijgt' in het antwoord zetten; vervolgens hetzelfde met de tientallen en tenslotte de eenheden.

8 honderdtallen delen door 8. Ieder 1 honderdtal. Er blijven geen honderdtallen over. Dan de tientallen verdelen. Er zijn 0 tientallen. Ieder krijgt dus 0 tientallen. Daarna de eenheden verdelen. Er zijn 6 eenheden; gedeeld door 8. Ieder krijgt 0 eenheden. Er blijven 6 eenheden over.

Oefening 6

Delen met een deler tussen 10 en 20

Materiaal: Eventueel een tafeltabel met de tafels van 11 t/m 20 (werkblad 5.87).

13/	H	T	E	H	T	E
	9	8	6	0	7	5
	0					
	9	8	6			
	↙	90				
		98	6			
		91				
		7	6			
		↙	70			
			76			
			65			
			11			

Aansluitende
werkbladen

Werkbladen 5.65; 5.66.

Oefening 7

Delen met een deler groter dan 20

32/	H	T	E	H	T	E
	4	5	3	0	1	4
	0					
	4	5	3			
	↙	40				
		45	3			
		32				
		13	3			
		↙	130			
			133			
			128			
			5			

4 honderdtallen delen door 32.
Ieder krijgt 0 honderdtallen.
4 honderdtallen inwisselen voor
40 tientallen; samen 45 tientallen.
45 tientallen delen door 32.
Ieder krijgt 1 tiental.
Er blijven 13 tientallen over.
Deze wisselen we in voor 130 een-
heden; samen 133 eenheden.
Nu wordt het lastiger: 133 moet
door 32 gedeeld worden.
Het zou gemakkelijker zijn ge-
weest als we 130 konden delen
door 30. Ieder zou dan 4 eenheden
hebben gekregen. We proberen
 $4 \times 32 (= 128)$. Dit kan van 133 af-
getrokken worden en er blijven 5
eenheden over.
We vestigen er de aandacht op,
dat de leerling altijd moet contro-
leren of de rest kleiner is dan de
deler.

Voor veel kinderen die staartdelen volgens de traditionele aanpak hebben geleerd, begint bij het 'afschatten' het onbegrip en het trucmatig toepassen van:

21/124\

2 op de 1 gaat niet.

2 op de 12 gaat 6 keer.

$6 \times 21 = 126$.

Dit is te veel, dus het gaat geen 6 maar 5 keer.

$5 \times 21 = 105$.

rest 14.

Het gebruiken van een verhoudingstabel kan inzichtbevorderend werken bij het afschatten:

21

210 10 keer

105 5 keer

126 6 keer

Op dezelfde manier:

12/904\

12

60 5 keer

120 10 keer

240 20 keer

360 30 keer

... .. keer

840 70 keer

960 80 keer

De notatievorm:

12/904\75

840 70

64

60 5

is aan te bevelen boven de methode van het 'aanhalen'.

12/904\7

84

64

Als we van de notatie van de deling in een positieschema willen overgaan tot de notatie zonder schema, dan blijven we aanvankelijk de redeneerstappen volgen:

■ honderdtallen verdelen

■ resterende honderdtallen inwisselen voor tientallen

■ tientallen verdelen

■ resterende tientallen inwisselen voor eenheden

■ eenheden verdelen

**Aansluitende
werkbladen**

Werkbladen 5.67 t/m 5.69.

Vooraf uitkomst schatten

Proef op de som nemen

Bij het delen zijn, onafhankelijk van de toegepaste didactische aanpak bij het aanleren van de algoritme, nog twee vaardigheden van belang:

- *Tevoren schatten, wat de uitkomst van de deling zal zijn.*
- *De proef op de som nemen nadat de deling gemaakt is.*

79/334\ geschat 80 op de 300

Kennis van de deeltafels en het kunnen rekenen met nullen is hiervoor noodzakelijk.

$$\begin{array}{r} 79/334 \backslash 4 \\ \underline{316} \\ 18 \end{array}$$

De proef op de som: $(4 \times 79) + 18 = 334$ vereist goed kunnen vermenigvuldigen. *De leerkracht zal in elk individueel geval moeten beslissen, of hij bij de remediële aanpak van het staartdelen tevens het schatten van de uitkomst vooraf en het controleren van de uitkomst daarna met de leerling doet.*

Als het een kind is, dat in het geheel zwak is met rekenen, moeten we er voor oppassen, dat niet tegelijk met de moeilijkheden van het delen, ook die van het cijferend vermenigvuldigen en het hoofdrekenen (nullen rekenen) in hetzelfde lesje aan de orde komen. Dit zou tot gevolg kunnen hebben, dat het kind nu geheel 'afhaakt', of zich niet meer kan concentreren op de specifieke rekenhandelingen van de delingsalgoritme.

Delen volgens het principe van progressieve schematisering

In het vervolg van deze paragraaf beschrijven we in een aantal oefeningen de didactische aanpak van het staartdelen via de progressieve schematisering.

Bij de remediëring maakt de leerkracht een keuze uit de aanpak zoals die op de voorafgaande pagina's is beschreven, of de aanpak, zoals deze op de hierna volgende pagina's wordt beschreven.

Oefening 8

Verdelen door herhaald aftrekken

Materiaal: Ongeveer 300 knikkers, blokjes, o.i.d.

Opdracht: De leerkracht pakt de doos met knikkers en vertelt een verhaaltje over Jan die een doos met knikkers had, die hij wilde verdelen onder zijn 6 vriendjes: Gerrie, Henk, Bert, Leo, Paul en Peter. Zelf wil hij de knikkers niet meer hebben.

We vragen het kind de knikkers eerlijk onder die zes jongens te verdelen.

Daarna vragen we: Hoeveel knikkers heeft ieder gekregen?

Zijn er nog knikkers overgebleven?

Kun je ook zeggen hoeveel knikkers er in de doos zaten?

Herhaal dit enkele malen met wisselende aantallen knikkers en laat ze in verschillende aantallen groepjes verdelen.

Observatie: Let er op, hoe het verdelen gebeurt: Op elk hoopje per verdelingsronde 1 knikker, totdat alle knikkers verdeeld zijn, of meerdere knikkers per keer.

Vraag, als er per keer steeds 1 knikker op een hoopje wordt gelegd, of het kind ook een manier weet om het verdelen sneller te doen (meer knikkers per ronde verdelen). Let er ook op, of de knikkers elke keer verdeeld worden met gelijke aantallen, of dat er aanvankelijk veel op elk hoopje worden gelegd en naarmate de voorraad kleiner wordt, minder.

Of dat dit willekeurig gebeurt: nu eens een verdeelronde met weinig knikkers, dan weer een met veel.

Oefening 9

Verdelen door herhaald aftrekken

Materiaal: Ongeveer 300 knikkers, blokjes, o.i.d.; schrijfmateriaal.

Opdracht: De leerkracht vertelt een soortgelijk verdeelverhaaltje als in oefening 1. Daarna schrijven we op een velletje papier in een schema:

Gerrie	Henk	Bert	Leo	Paul	Peter
--------	------	------	-----	------	-------

We vragen het kind bij elke verdeelronde op te schrijven hoeveel knikkers ieder er die ronde heeft bijgekregen.

Observatie: Let er op, dat iedereen per ronde evenveel krijgt.

Als alle knikkers verdeeld zijn en het schema is ingevuld, zoals bijvoorbeeld in onderstaand schema:

Gerrie	Henk	Bert	Leo	Paul	Peter
10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10
8	8	8	8	8	8
3	3	3	3	3	3
10	10	10	10	10	10
2	2	2	2	2	2

vragen we: Hoeveel knikkers heeft ieder gekregen?

Tel het aantal van 1 hoopje.

Tel dit ook in het schema.

Kloppen de beide aantallen?

Kun je ook zeggen, hoeveel knikkers er in de doos zaten?

We pakken het schema erbij en vragen:

Als je kijkt naar het aantal knikkers dat je per keer aan ieder hebt uitgedeeld, had je dit dan ook anders kunnen doen?

We willen dat het kind zich er van bewust wordt, dat het wellicht grotere happen ineens had kunnen verdelen.

Herhaal deze oefening enkele malen met wisselende aantallen.

Oefening 10

Verdelen door herhaald aftrekken

Materiaal: Ongeveer 300 knikkers, blokjes, o.i.d.; schrijfmateriaal.

Opdracht: De leerkracht vertelt een soortgelijk verhaaltje als in oefening 1 en zegt erbij hoeveel knikkers er verdeeld moeten worden.

Daarna tekenen we op een velletje papier een zelfde soort schema als in oefening 2. Daarnaast zetten we het aantal te verdelen knikkers.

Gerrie	Henk	Bert	Leo	Paul	Peter
10	10	10	10	10	10
20	20	20	20	20	20
10	10	10	10	10	10
3	3	3	3	3	3
1	1	1	1	1	1

264	
<u>60</u>	(eerste verdeelronde)
204	
<u>120</u>	(tweede verdeelronde)
84	
<u>60</u>	(derde verdeelronde)
24	
<u>18</u>	(vierde verdeelronde)
6	
<u>6</u>	(vijfde verdeelronde)
0	

Elke verdeelronde noteert het kind hoeveel knikkers ieder krijgt en het totale aantal per ronde wordt afgetrokken.
 Bij elke ronde vragen we:
 Hoeveel krijgt ieder deze ronde?
 Hoeveel knikkers heb je dan samen uitgedeeld?
 Heb je er daar nog genoeg voor?
 Hoeveel heb je er na deze ronde nog over?
 We stimuleren de leerling om zo groot mogelijke happen te nemen of 'handige' happen van tientallen knikkers per keer.

Herhaal deze opdracht enkele malen met wisselende aantallen.

Oefening 11

Verdelen door herhaald aftrekken

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: De leerkracht vertelt een verhaaltje over een moeder die een grote zak pepernoten verdeelt onder 9 kinderen die sinterklaasfeest komen vieren. Tevoren heeft moeder geteld dat er 189 pepernoten te verdelen zijn. Dit aantal schrijven we op en er worden 9 zakjes bijgetekend.



Het kind moet nu op papier gaan verdelen: op dezelfde manier als bij de verdeling van de knikkers.

Ook moet per verdeelronde bijgehouden worden, hoeveel pepernoten er nog over zijn.

									189
10	10	10	10	10	10	10	10	10	90
									99
10	10	10	10	10	10	10	10	10	90
									9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
21									0

Observatie: Let er op, of het kind de verdeelsituatie begrijpt;
 of het kind het notatieschema begrijpt;
 of het kind inziet, dat verdelen ook op papier kan, zonder materiaal.

Herhaal deze opdracht een aantal malen met wisselende aantallen.

Oefening 12

Verkorten in het notatieschema

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: We geven een soortgelijke opdracht als in oefening 4.

De leerling noteert de verdeelrondes in het notatieschema. We stimuleren het verkorten door steeds te vragen: Kun je het in minder rondes?

Of: Kun je het ook handiger? (als er bijv. eerst 6 en daarna 8 per ronde verdeeld zijn).
Durf je nog grotere hoeveelheden per keer te verdelen?

Oefening 13

Verdere verkorting van het notatieschema.

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: We vragen om 161 pepernoten te verdelen over 7 zakjes.

We schrijven tevoren op: $7 \overline{)161}$ 
Er wordt nog maar 1 zakje getekend.

We zeggen: Schrijf onder het zakje hoeveel je per keer in 1 zakje doet.
Reken uit hoeveel je per keer in 7 zakjes hebt uitgedeeld, en hoeveel je overhoudt.
De eerste keer helpen we de leerling bij de notatie of doen we het voor, terwijl de leerling uit het hoofd rekent.

$$\begin{array}{r} 7 \overline{)161} \quad \triangle \\ \underline{70} \quad 10 \\ 91 \\ \underline{70} \quad 10 \\ 21 \\ \underline{21} \quad 3 \\ 0 \quad 23 \end{array}$$

Tenslotte vragen we: Hoeveel zitten er in elk zakje?
Zijn er nog pepernoten overgebleven?

Observatie: Let er op hoe vlot het aftrekken onder 20 gaat en of de tafels van vermenigvuldiging gekend worden.

Oefening 14

Systematisch verkorten

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Als oefening 13; deler kleiner dan 10. Het eindniveau is:

$$\begin{array}{r} 9 \overline{)985} \\ \underline{900} \quad 100 \\ 85 \\ \underline{81} \quad 9 \\ 4 \quad 109 \text{ (over 4)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \overline{)785} \\ \underline{720} \quad 80 \\ 65 \\ \underline{63} \quad 7 \\ 2 \quad 87 \text{ (over 2)} \end{array}$$

Bij $9 \overline{)985}$ is het een logische stap om eerst 100 keer eraf te nemen.

Bij $9 \overline{)785}$ gaat dit niet.

Let er op, hoe de leerling een zo groot mogelijke hap ineens probeert te verdelen.

Een handig hulpmiddel is een veelvoudenschema, waarbij wordt opgeschreven:

9
90 (10 keer)
180 (20 keer)
270 (30 keer)
360 (40 keer)
... ..
720 (80 keer)

Herhaal deze opdracht een aantal malen met verschillende getallen.
Laat bij elke opgave een veelvoudenschema maken.

Oefening 15

Systematisch verkorten

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: Als oefening 14, maar nu met een deler groter dan 10.
Het eindniveau is:

13	$\overline{)435}$	
	$\underline{390}$	30
	45	
	$\underline{39}$	$\underline{3}$
	6	33 (over 6)

13	$\overline{)435}$	
	$\underline{130}$	10
	305	
	$\underline{130}$	10
	175	
	$\underline{130}$	10
	45	
	$\underline{39}$	$\underline{3}$
	6	33 (over 6)

Deze levert nog wel een goede oplossing, maar is niet optimaal verkort.

Als de deler groter is dan 10, is kennis van de tafels van vermenigvuldiging niet meer voldoende bij het uitrekenen van de deelprodukten en bij het afschatten.

Een veelvoudenschema kan het rekenen ondersteunen:

13
130 (10)
260 (20)
390 (30)
520 (40)

Herhaal deze opdracht een aantal malen met verschillende getallen.
Laat bij elke opgave een veelvoudenschema maken.

Observatie: Let bij het maken van een veelvoudenschema op de manier waarop dit wordt gedaan:

- Stapsgewijs met veelvouden van 10 of 100.
- Steeds verdubbelen, halveren.
- Met toepassing van de verdeel eigenschap, bijvoorbeeld:

13
130 (10)
260 (20) en nu: $(10 \times 13) + (20 \times 13) = 30 \times 13$
390 (30)
650 (50) 50×13 de helft van 100×13
1300 (100)

Oefening 16

De delingsalgoritme in zijn standaardvorm

Materiaal: Schrijfmateriaal.

Opdracht: We vragen een deling uit te rekenen op de manier van oefening 15, bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 921} \\ \underline{700} \quad 100 \\ 221 \\ \underline{210} \quad 30 \\ 12 \\ \underline{7} \quad 1 \\ 5 \quad 131 \text{ (over 5)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \overline{) 728} \\ \underline{720} \quad 60 \\ 18 \\ \underline{12} \quad 1 \\ 6 \quad 61 \text{ (over 6)} \end{array}$$

Daarna spreken we af om niet meer 100, 30 en 1 rechts naast de deler te zetten, maar eerst bovenaan het cijfer van de honderdtallen, daarna het cijfer van de tientallen en daarnaast het cijfer van de eenheden.

Eventueel als tussenstap:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \quad 100 + 30 + 1 = \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline H & T & E \\ \hline 1 & 3 & 1 \\ \hline \end{array}$$
$$7 \overline{) 921}$$

Het is niet aan te geven, hoeveel sommen de leerkracht per oefening met het kind moet doen.

Het leren delen volgens het principe van progressieve schematisering hoeft niet noodzakelijk te eindigen bij de standaardvorm. Als een kind met behulp van een tussenfase goed leert delen en het heeft inzicht in de bewerking, dan is dit voor het kind beter, dan dat het geforceerd meegesleept wordt naar een eindvorm die als truc ervaren wordt.

Aansluitende werkbladen

Werkbladen 5.70 t/m 5.79.

Deze werkbladen vertonen een opbouw die parallel loopt aan de opbouw van het herhalingsprogramma (oefening 8 t/m 16).

We kiezen de werkbladen, die aansluiten bij de fase in het leerproces waarin het kind zich bevindt.